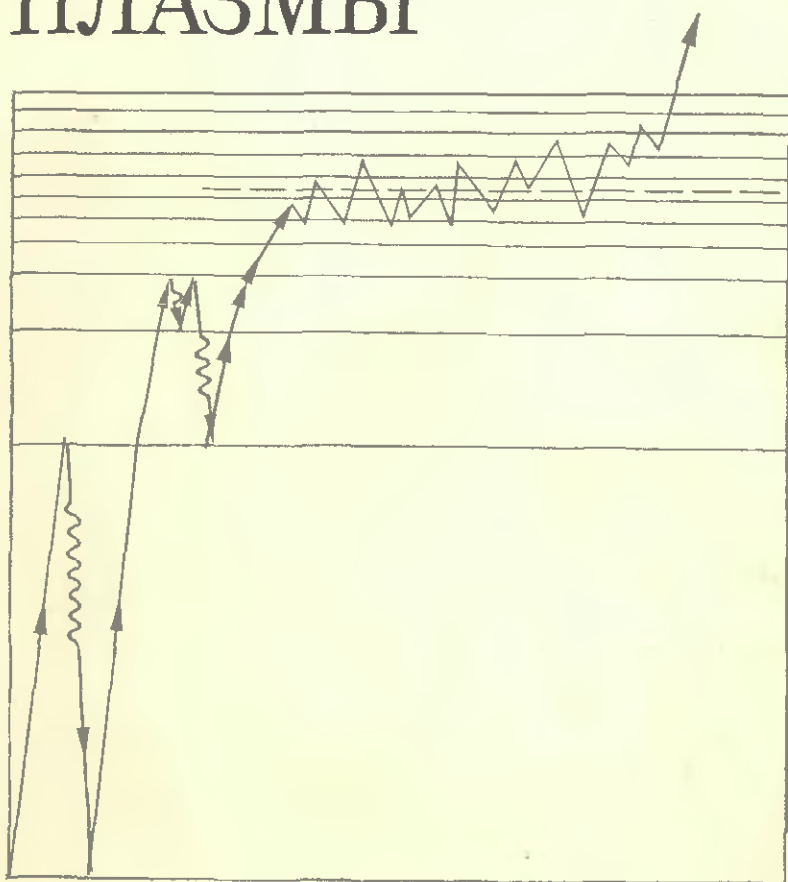


Л.М.Биберман, В.С.Воробьев, И.Т.Якубов

КИНЕТИКА НЕРАВНОВЕСНОЙ НИЗКО- ТЕМПЕРАТУРНОЙ ПЛАЗМЫ



АКАДЕМИЯ НАУК СССР
Институт высоких температур

Л.М.Биберман, В.С.Воробьев, И.Т.Якубов

КИНЕТИКА НЕРАВНОВЕСНОЙ НИЗКО- ТЕМПЕРАТУРНОЙ ПЛАЗМЫ



ИЗДАТЕЛЬСТВО «НАУКА»
Москва 1982

Биберман Л. М., Воробьев В. С., Якубов И. Т.
Кинетика неравновесной низкотемпературной плазмы. М.:
Наука, 1982.

В книге впервые освещен широкий круг вопросов кинетики неравновесной низкотемпературной плазмы. Приводятся данные о столкновительных и радиационных элементарных процессах. Рассмотрен радиационный перенос возбуждения. Обсуждаются критерии равновесия в различных экспериментальных условиях. Описаны неравновесные распределения атомов по уровням и электронов по энергиям. Излагаются методы расчета коэффициентов ионизации и рекомбинации. Обсуждаются нестационарные процессы. Рассмотрены некоторые вопросы кинетики в молекулярной плазме.

Книга рассчитана на научных работников и инженеров, работающих в областях физики и химии плазмы, электрического разряда в газах, физической электроники, а также на аспирантов и студентов старших курсов физико-технических специальностей. Ил. 128. Табл. 44. Библиогр. 490 назв.

Ответственный редактор

кандидат физико-математических наук

Г. В. НАЙДИС

ПРЕДИСЛОВИЕ

Первые исследования плазмы были связаны с изучением электрического разряда в газах. В центре внимания физиков находилась частично ионизованная плазма, кинетика которой определяется разнообразными столкновительными и радиационными процессами. Такая направленность исследований в значительной мере определялась актуальными для того времени практическими задачами — созданием газоразрядных источников света, выпрямителей, инверторов.

С начала пятидесятых годов интерес к физике плазмы резко возрос. В первую очередь это относится к исследованию полностью ионизованной плазмы с ее разнообразными коллективными явлениями, неустойчивостями, интересными и подчас неожиданными эффектами, связанными с распространением в такой плазме электромагнитных волн, воздействием на нее внешних электрических и магнитных полей. Интерес к горячей плазме стимулировался не только разнообразием и новизной физических процессов и явлений, но также задачами, возникающими в связи с проблемой управляемого термоядерного синтеза.

Появление в начале шестидесятых годов новых технических направлений, таких, как газоразрядные лазеры, магнетогидродинамические генераторы, термоэмиссионные преобразователи, плазмохимия, плазменные двигатели, различные методы плазменной технологии и др., возродили интерес к слабоионизованной низкотемпературной плазме. В первую очередь это относится к неравновесной плазме, отличающейся чрезвычайным разнообразием состояний и свойств. Именно в слабоионизованной неравновесной плазме создается инверсная заселенность возбужденных состояний атомов и ионов, достигается высокая электропроводность низкоэнтальпийных потоков газа, необходимая для установок прямого преобразования энергии, реализуется избирательное возбуждение отдельных состояний атомов, обеспечивающее эффективность плазмохимических реакций. Большой физический интерес представляют специфические колебания и неустойчивости, возникающие в неравновесной низкотемпературной плазме.

Кинетика низкотемпературной плазмы определяется совокупностью большого числа элементарных процессов, среди которых отметим неупругие столкновения электронов с возбужденными и невозбужденными атомами, неупругие столкновения атомов и ионов, процессы ассоциативной ионизации и диссоциативной рекомбинации и многие другие, отсутствующие или малосущественные в горячей плазме. Значительная роль принадлежит

процессам радиационного переноса возбуждения. В результате и кинетика низкотемпературной плазмы, в первую очередь благодаря присутствию атомов и молекул с их многочисленными возбужденными состояниями, оказывается в известном смысле сложнее и многообразнее кинетики полностью ионизированной плазмы.

Несмотря на значительные успехи, достигнутые за последние десятилетия, кинетика низкотемпературной плазмы не нашла еще должного отражения в монографиях, посвященных физике плазмы. В широкоизвестной серии «Вопросы теории плазмы» под ред. М. А. Леонтовича, в книгах Л. А. Арцимовича и Р. З. Сагдеева «Физика плазмы для физиков», И. Шкаровского, Т. Джонсона, М. Бачинского «Кинетика частиц плазмы», Н. Кролла и А. Трайвелписа «Основы физики плазмы» и др. отражены в первую очередь другие вопросы. Авторы данной работы попытались восполнить этот пробел. При этом основное внимание уделяется кинетике ионизации, возбуждения, рекомбинации, распределению энергии между компонентами плазмы и отдельными степенями свободы этих компонент, обмену энергией между плазмой и окружающей средой. Плазма рассматривается как взаимосвязанная система электронов, ионов и атомов в различных энергетических состояниях. Взаимодействие между частицами при наличии внешних возмущений приводит к возникновению компромиссных неравновесных состояний. Более подробное изложение ряда проблем можно найти в других изданиях. Состояние плазмы в магнитных полях описано в ряде выпусков «Вопросы теории плазмы». В книге А. В. Елецкого, Л. А. Палкиной, Б. М. Смирнова «Явления переноса в слабоионизированной плазме» содержится достаточно полное изложение физики явлений переноса в низкотемпературной плазме. Проблемы неустойчивости изложены в ряде обзоров Е. П. Велихова и др., а также в книге А. В. Недоспасова и В. Д. Хаита «Колебания и неустойчивости низкотемпературной плазмы». Имеется целый ряд монографий, посвященных вопросам кинетики, возникающим в связи с разработкой конкретных прикладных устройств — МГД-генераторов, лазеров и др. В данной монографии освещены вопросы, в какой-то мере общие для всех этих прикладных проблем. Изложение теории неравновесной плазмы проводится одновременно с многочисленными результатами экспериментов.

В главе 1 очерчивается область параметров, соответствующих низкотемпературной плазме, даются основные понятия физики плазмы, необходимые для дальнейшего изложения.

Глава 2 посвящена элементарным столкновительным и радиационным процессам. Она является справочной и дает минимум необходимой информации о вероятностях упругих и неупругих соударений и радиационных переходов. Значительное внимание уделено приближенным и полуэмпирическим соотношениям для вероятностей различных элементарных процессов.

Радиационный перенос возбуждения играет весьма важную

роль в кинетике неравновесной плазмы. Этот вопрос рассматривается в главе 3.

Авторы сочли необходимым выделить критерии возникновения неравновесностей различного типа в отдельную, четвертую главу. Результаты исследований, приведенные в этой главе, излагаются на основе простых физических соображений и могут быть использованы без изучения последующих глав, где они более строго обосновываются.

В главе 5 рассматривается распределение атомов по возбужденным состояниям. Этот вопрос интересен не только с точки зрения оптических свойств плазмы и ее диагностики. Возбужденные атомы играют весьма важную роль в кинетике ионизации и рекомбинации, являясь как бы ступеньками лестницы, по которой электрон переходит из связанного состояния в свободное и обратно.

В главе 6 излагается кинетика ионизации и рекомбинации. Обсуждаются различные механизмы ионизации и рекомбинации, приводятся методы расчета коэффициентов ионизации и рекомбинации, а также справочные данные. Рассматривается неравновесная ионизация в плазме.

Глава 7 посвящена распределению электронов по скоростям и балансу энергии электронного газа. Значительное внимание уделено влиянию неупругих столкновений на распределение электронов по энергиям и связи неравновесных распределений электронов по энергиям и атомов по возбужденным состояниям.

В главе 8 рассмотрены некоторые вопросы нестационарной неравновесной плазмы. В первую очередь весьма важные критерии квазистационарности, вопросы релаксации ионизации, распределения атомов по возбужденным состояниям и функции распределения электронов по энергиям. Обсуждаются также некоторые вопросы неустойчивости низкотемпературной плазмы, тесно связанные с изложенной выше кинетикой.

Кинетика молекулярной плазмы значительно сложнее и в настоящее время менее разработана, нежели кинетика плазмы атомарной. Некоторые вопросы кинетики молекулярной плазмы обсуждаются в главе 9. Имея в виду в первую очередь газовые лазеры, кратко рассмотрена кинетика заселения колебательных состояний молекул. Этот раздел главы 9 написан А. А. Ликальте-ром, которому авторы выражают глубокую благодарность.

В таблицах использована сокращенная запись, например, $6,37^{-2}$ означает $6,37 \cdot 10^{-2}$.

НИЗКОТЕМПЕРАТУРНАЯ ПЛАЗМА.

ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ

В этой главе обсуждаются основные понятия физики низкотемпературной плазмы. Определяется область параметров, соответствующих термину «низкотемпературная плазма».

1.1. Квазинейтральность.

Дебаевское экранирование

Рассмотрим газообразную среду, состоящую из ионов, электронов и атомов (молекул). Распределение заряженных частиц в пространстве должно быть достаточно равномерным. В противном случае возникло бы электрическое поле, стремящееся сблизить разноименные заряды и сгладить неравномерность распределения. Суммарный заряд достаточно большого объема, выделенного в такой среде, будет равен нулю¹. В случае однозарядных положительных ионов это означает равенство концентраций ионов и электронов, $n_e = n_i$. Вместе с тем в малых объемах вследствие дискретности заряда и теплового движения возможны отклонения от нейтральности. Оценим характерный размер такой области.

Выделим элементарный объем с наименьшим размером a и предположим, что он полностью очищен от всех зарядов одного знака. Тогда возникает электрическое поле, потенциал которого $\phi \approx 4\pi a^2 e n_e$. Такое самопроизвольное разделение зарядов возможно, если на границе элементарного объема потенциальная и кинетическая энергии заряженной частицы равны, т. е. $e\phi \approx T$, где T — температура, выраженная в единицах энергии. Значение размера a , удовлетворяющего этому условию, называется электронным радиусом Дебая (или дебаевской длиной) и обозначается r_D . Легко видеть, что

$$r_D = (T/4\pi e^2 n_e)^{1/2}. \quad (1.1)$$

Величина r_D дает оценку характерного линейного размера области, в которой возможно нарушение нейтральности².

Соотношение (1.1) можно также получить, рассматривая распределение плотности заряда в окрестности произвольно выбранной заряженной частицы. Такая частица будет отталкивать одноименные заряды и притягивать заряды противоположного знака. Потенциал результирующего поля, созданного выбранной (проб-

¹ Если в силу какой-либо причины появится избыточный заряд одного знака, то он будет вытеснен к границам рассматриваемой газовой среды.

² Обобщение (1.1) на случай многозарядных ионов выполняется элементарно.

ной) частицей и ее окружением, будет равен

$$\varphi = (e/r) \exp(-r/r_D), \quad (1.2)$$

где r — расстояние от пробной частицы, а r_D определено (1.1). Из (1.2) следует, что кулоновское поле пробной частицы экранируется на расстоянии порядка r_D . Тем самым сохраняется указанное выше понятие дебаевского радиуса как характерного размера области нарушения нейтральности.

Оценим значение дебаевского радиуса. Пусть $T = 1$ эВ, $n_e = 10^{15}$ см $^{-3}$, тогда $r_D = 2 \cdot 10^{-5}$ см. При этом в сфере радиуса r_D окажется примерно по 50 заряженных частиц того и другого знака. Наличие в дебаевской сфере достаточно большого числа частиц является необходимым условием справедливости оценок, которые привели к выражениям (1.1) и (1.2). Допустим, что дебаевский радиус мал по сравнению с характерным размером рассматриваемой газовой среды. Тогда имеет место приближительная нейтральность, или, иначе, квазинейтральность. Согласно общепринятому определению плазма отличается от газа, содержащего заряженные частицы, именно наличием квазинейтральности.

Итак, в плазме возможно самопроизвольное разделение зарядов на расстояния порядка r_D . Легко видеть, что такое разделение вызовет колебательное движение зарядов. Выделим в плазме плоский слой площадью S и толщиной x и предположим, что заряды одного знака, например электроны, вышли на одну из плоскостей, ограничивающих слой. Тогда в слое возникает напряженность поля $\mathcal{E} = 4\pi en_e x$. Каждая частица будет испытывать ускорение

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{4\pi e^2 n_e}{m} x, \quad (1.3)$$

где m — масса электрона.

Уравнение (1.3) описывает колебательное движение с собственной частотой

$$\omega_p = (4\pi e^2 n_e / m)^{1/2}. \quad (1.4)$$

Частота ω_p называется плазменной или ленгмюровской электронной частотой. Таким образом, в плазме могут самопроизвольно возникать так называемые плазменные колебания, частота которых определяется (1.4). В соответствии с различием масс электронов и ионов существенно отличаются и частоты собственных колебаний этих частиц.

Величина, обратная ω_p , определяет характерный временной масштаб плазмы. Он совпадает со средним временем пролета расстояния порядка размеров дебаевской сферы, в чем легко убедиться, разделив r_D на среднюю скорость теплового движения $v \approx \sqrt{T/m}$. За отрезки времени $t \gg \omega_p^{-1}$ электроны совершают очень много колебаний около своих положений равновесия, и плазму в целом можно рассматривать как квазинейтральную систему.

1.2. Идеальная плазма

Принято различать идеальный и реальный газы. Критерием идеальности является малость средней энергии взаимодействия частиц по сравнению с их кинетической энергией. Аналогичный критерий применим и к плазме.

В частично ионизованной плазме реализуются три вида взаимодействия: заряд — заряд, заряд — нейтральная частица и между нейтральными частицами. Рассмотрим последовательно эти взаимодействия.

Взаимодействие заряд — заряд подчинено закону Кулона. Выражение (1.2) представляет собой суперпозицию кулоновского потенциала, созданного пробной частицей, и потенциала, созданного всеми остальными частицами дебаевской сферы. Вычитая из (1.2) потенциал пробной частицы e/r и устремляя $r \rightarrow 0$, получим потенциал, создаваемый заряженными частицами дебаевской сферы в месте нахождения пробной частицы $\varphi_D = -e/r_D$. Тогда критерий идеальности запишется так:

$$\gamma = e^2/(r_D T) \ll 1. \quad (1.5)$$

Параметр γ называют плазменным параметром. Легко видеть, что критерий (1.5) можно преобразовать к виду $N_D \gg 1$, где $N_D = (4\pi/3)n_e r_D^3$ — число электронов в дебаевской сфере. Таким образом, критерий идеальности плазмы, т. е. малость энергии кулоновского взаимодействия по сравнению с кинетической, совпадает с условием применимости дебаевского приближения — число заряженных частиц в дебаевской сфере должно быть велико. При $T = 1$ эВ идеальной плазме, в которой $\gamma \leq 0,1$, соответствует концентрация электронов, меньшая 10^{18} см⁻³.

Для оценки роли взаимодействия заряд—нейтрал поступим аналогичным образом. Вычислим потенциал, создаваемый атомами (молекулами) в месте нахождения электрона (иона). Во взаимодействие электрон—атом дают вклад обменные, электростатические и поляризационные силы. Поскольку поляризационные силы являются дальнедействующими, то в первую очередь именно они существенны при малых плотностях. Поляризованный электроном атом создает в месте расположения электрона потенциал $\varphi = -\alpha e/2r^4$, где r — расстояние между ними, α — поляризуемость атома. При этом $r \gg r_a$, где r_a — радиус атома. Если взаимодействие еще не является очень сильным, суммарный потенциал вычисляется интегрированием $\varphi(r)$ по объему, т. е.

$$n_a 4\pi \int_{r_a}^{\infty} \varphi(r) r^2 dr = -2\pi e \alpha n_a / r_a.$$

Тогда критерий идеальности

$$2\pi e^2 n_a / (r_a T) \ll 1. \quad (1.6)$$

Радиус атома не является точно определенной величиной, но, оче-

видно, r_a имеет величину порядка a_0 , где a_0 — боровский радиус. Из (1.6) следует, что идеальность по взаимодействию заряд — нейтрал может нарушаться в сильнополяризуемых газах, например в плазме паров ряда металлов. Для цезия $\alpha \approx 400 a_0^3$, $r_a \approx \approx 4a_0$. В плазме паров цезия при $T = 2000$ К левая часть (1.6) оказывается меньше 0,1 при $n_a \leq 10^{19}$ см $^{-3}$.

Идеальность может нарушаться взаимодействием между атомами (молекулами), как и в неионизованном газе, при плотностях, превышающих критическую плотность перехода газ—жидкость, и в паре при приближении к линии насыщенных паров.

Более подробное обсуждение критерия идеальности плазмы можно найти в [1,2].

1.3. Равновесная плазма

Плазма в состоянии термодинамического равновесия полностью характеризуется значениями термодинамических параметров, например, температуры и давления. Поскольку низкотемпературная плазма невырождена, она описывается бoльцмановской статистикой. Распределение частиц по скоростям подчиняется закону Максвелла

$$dn(v) = \frac{4n}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{m}{2T}\right)^{3/2} \exp\left(-\frac{mv^2}{2T}\right) v^2 dv, \quad (1.7)$$

где $dn(v)$ — число частиц в единице объема, имеющих скорость в интервале $v - (v + dv)$, n — концентрация частиц, m — масса частиц данного сорта.

Атомы, молекулы и ионы, являясь многоуровневыми частицами, могут находиться как в основном, так и в возбужденных состояниях. Соотношение концентраций частиц в k -м и l -м состояниях определяется формулой Больцмана

$$n_k/n_l = (g_k/g_l) \exp[-\Delta E_{kl}/T]. \quad (1.8)$$

Здесь g_k и g_l — статистические веса, ΔE_{kl} — разность энергий состояний k и l . Населенность k -го состояния атома можно выразить через полную концентрацию атомов n_a

$$n_k = n_a (g_k / \Sigma_a) \exp[-(E_1 - E_k)/T].$$

Статистическая сумма атома

$$\Sigma_a = \sum_k g_k \exp[-(E_1 - E_k)/T].$$

В этих формулах E_k — энергия k -го уровня, отсчитанная от границы континуума ионизованных состояний (энергия связи), E_1 — энергия связи основного состояния, равная энергии ионизации атома.

Простейшей является трехкомпонентная плазма, состоящая из электронов, атомов и ионов. Концентрации компонент связаны

уравнением Саха

$$\frac{n_e n_i}{n_a} = K_1 = \frac{2 \Sigma_i}{\Sigma_a} \left(\frac{2 \pi m T}{h^2} \right)^{3/2} \exp \left(- \frac{E_1}{T} \right) \quad (1.9)$$

(Σ_a и Σ_i — статистические суммы атома и иона). Величина K_1 называется константой ионизационного равновесия. Если концентрации частиц выразить в см^{-3} , а энергии в эВ, то

$$n_e n_i / n_a = 6,04 \cdot 10^{21} (\Sigma_i / \Sigma_a) T_e^{3/2} \exp(-E_1 / T_e).$$

В трехкомпонентной плазме $n_e = n_i$, и поэтому (1.9) определяет состав плазмы. В многокомпонентной плазме, содержащей различные атомы (молекулы) и ионы (положительные и отрицательные), состав определяется системой уравнений ионизационного равновесия. Для каждого из процессов ионизации записывается уравнение типа (1.9).

Обычно энергии возбуждения ионов весьма велики, поэтому часто статистическую сумму иона можно заменить статистическим весом его основного состояния. Некоторые трудности могут возникнуть при вычислении статистической суммы атома. Продемонстрируем это на примере атома водорода. В этом случае, объединяя состояния с одинаковым квантовым числом n , имеем $g_n = 2n^2$, $E_n = E_1/n^2$. Тогда

$$\Sigma_a = 2 \sum_{n=1}^{\infty} n^2 \exp \left[- \frac{E_1}{T} \left(1 - \frac{1}{n^2} \right) \right]. \quad (1.10)$$

Слагаемые суммы (1.10) сначала падают с ростом n , а затем, по мере приближения к границе континуума, медленно растут. В результате этого Σ_a расходится на верхнем пределе. Этот результат справедлив для любых атомов, поскольку состояния с большими n водородоподобны. Указанная расходимость на самом деле места не имеет, так как в силу ряда причин состояния, примыкающие к континууму, не реализуются. Поэтому суммирование в (1.10) следует вести лишь до некоторого конечного значения \tilde{n} .

Одной из таких причин является кулоновское взаимодействие зарядов в плазме. Выше было показано, что любая заряженная частица в результате взаимодействия с остальными обладает энергией, равной e^2/r_D . Следовательно, состояния, энергия связи которых меньше дебаевской, не будут реализовываться. Атом, возбужденный до таких состояний, будет самопроизвольно распадаться вследствие взаимодействия его электрона и остаточного иона с зарядами, заключенными в дебаевской сфере. Поэтому для ионизации атома надо затратить не энергию ионизации E_1 , а меньшую, т. е. $E_1 - \Delta E_1$, где $\Delta E_1 = e^2/r_D$. Величина ΔE_1 называется снижением потенциала ионизации в плазме.

Предельное значение главного квантового числа определяется выражением

$$\tilde{n} = (E_1 r_D / e^2)^{1/2} = 7,2 \cdot 10^4 (E_1^2 T / n_e)^{1/4}.$$

Для типичной низкотемпературной плазмы $n_e = 10^{15} \text{ см}^{-3}$, $T = 1 \text{ эВ}$, $E_1 = 13,6 \text{ эВ}$, $\bar{n} = 47$. В идеальной плазме статистическая сумма слабо зависит от выбора \bar{n} , а снижение потенциала ионизации невелико, $\Delta E_1 \ll T$. Интересно рассмотреть эти вопросы по мере увеличения неидеальности плазмы (см., например, [3]).

1.4. Локальное термодинамическое равновесие. Элементарные процессы

Незамкнутость плазменных объемов приводит к нарушениям термодинамического равновесия. При этом, если линейные размеры достаточно велики, а процессы, приводящие к установлению равновесия, интенсивны, то равновесие может сохраняться локально. Это означает в первую очередь, что температура зависит от пространственного положения данного элементарного объема плазмы, $T = T(\mathbf{r})$. Однако в каждом элементе объема выполняются соотношения (1.7) — (1.9) с локальной температурой $T(\mathbf{r})$.

В низкотемпературной плазме процессами, приводящими к установлению равновесия, являются столкновения между частицами. В результате столкновений происходит обмен энергией и импульсом, рождение и исчезновение тех или иных частиц плазмы. Что же касается радиационных процессов, то вследствие того, что поле излучения обычно очень далеко от черного, они чаще выступают как причины, приводящие к отклонению от равновесия.

Номенклатура элементарных процессов в плазме весьма велика (см., например, [4]). Они делятся на упругие и неупругие. В последних кинетическая энергия сталкивающихся партнеров переходит во внутреннюю и наоборот. К важнейшим неупругим процессам относятся возбуждение и ионизация атомов электронным ударом и встречные процессы — снятие возбуждения и рекомбинация. Менее эффективны, но тем не менее важны неупругие столкновения между тяжелыми частицами. Элементарные столкновительные и радиационные процессы обсуждаются в гл. 2.

Эффективность столкновений определяется их частотой, т. е. числом столкновений, испытываемых частицей в единицу времени. Частоты столкновений определяются концентрациями частиц, их эффективными поперечными сечениями и скоростями частиц. Например, частота упругих столкновений электрона с атомами

$$\nu = n_a q \sqrt{T/m}, \quad (1.11)$$

где q — среднее эффективное сечение упругого столкновения. Для большинства атомов по порядку величины $q \approx \pi a_c^2$, но для атомов с высокой поляризуемостью (атомы щелочных металлов) q может достигать $100 \pi a_0^2$.

Величина $\tau = \nu^{-1}$ называется временем свободного пробега электрона. Отметим, что представление о парных, последовательных происходящих столкновениях, испытываемых электроном,

справедливо, если «размер» атома \sqrt{q} много меньше среднего межатомного расстояния $n_a^{-1/3}$, т. е. если $n_a q^{3/2} \ll 1$. Кроме того, квантовый размер электрона — его тепловая длина волны $\lambda_T = \hbar/\sqrt{mT}$ — должен быть много меньше длины свободного пробега $l = (n_a q)^{-1}$, т. е. $n_a \lambda_T q \ll 1$. Эти неравенства по сути дела связаны с критериями идеальности плазмы.

Частота актов возбуждения атома из k -го в состояние l

$$w_{kl} = n_e q_{kl} \sqrt{T/m} \exp(-\Delta E_{kl}/T). \quad (1.12)$$

Электрон способен возбудить атом, если его кинетическая энергия $mv^2/2$ превышает энергию возбуждения ΔE_{kl} . Экспонента $\exp(-\Delta E_{kl}/T)$ является мерой доли таких электронов. Величина q_{kl} — среднее значение сечения возбуждения. Процессом, обратным возбуждению, является дезактивация или, иначе говоря, столкновение второго рода электрона с атомом. В состоянии термодинамического равновесия число актов возбуждения равно числу ударов второго рода, т. е.

$$n_k w_{kl} = n_l w_{lk}. \quad (1.13)$$

Выражение (1.13) является частным примером записи детального равновесия. Согласно принципу детального равновесия в состоянии термодинамического равновесия любой процесс уравновешивается соответствующим ему встречным.

Частота ионизации атомов w_{ki} , находящихся в k -м возбужденном состоянии, может быть записана в виде, аналогичном (1.12):

$$w_{ke} = n_e q_{ke} \sqrt{T/m} \exp(-E_k/T). \quad (1.14)$$

Здесь q_{ke} — сечение ионизации электронным ударом, E_k — энергия ионизации с k -го уровня. Для кинетики ионизации оказывается важным, что скорость изменения концентрации электронов — скорость ионизации $n_k w_{ke}$ — быстро растет по мере уменьшения энергии связи атома E_k . Покажем это на примере локально-равновесной водородной плазмы. Объединим все уровни с одинаковыми главными квантовыми числами k и воспользуемся (1.14) и (1.8) для записи отношения скоростей ионизации из k -го возбужденного и из основного ($k = 1$) состояний

$$\frac{n_k w_{ke}}{n_1 w_{1e}} = \frac{g_k}{g_1} \frac{q_{ke}}{q_{1e}}.$$

Учтем, что $g_k \sim k^2$, а эффективное сечение атома, грубо говоря, пропорционально его размеру $q_{ke} \sim k^4$ (см. далее гл. 2). В итоге получаем

$$n_k w_{ke}/(n_1 w_{1e}) \sim k^6, \quad (1.15)$$

т. е. преимущественно ионизируются высоковозбужденные атомы. Возбужденные атомы находятся в плазме в сравнительно малых концентрациях. Тем не менее они играют важную роль в кинетике

ионизации. В широком диапазоне параметров она является ступенчатой (атом сначала возбуждается, затем ионизуется).

Если термодинамическое равновесие является лишь локальным, то встречные процессы (ионизация и рекомбинация, возбуждение и дезактивация и др.) в точности не уравниваются друг друга. В каждой точке пространства равенства типа (1.13) выполняются лишь приближенно, но тем точнее, чем ближе плазма к равновесному состоянию. Например, некоторое отличие скорости возбуждения $n_k w_{kl}$ от скорости дезактивации $n_l w_{lk}$ может быть связано, скажем, с тем, что излучение атома $A_k \rightarrow A_l + \hbar\omega$ покидает данный элемент объема плазмы. В состоянии локального термодинамического равновесия столкновения должны происходить достаточно часто, чтобы скомпенсировать воздействие всех факторов неравновесности. Например, частота актов ионизации должна во много раз превышать частоту ухода электронов вследствие, скажем, диффузии. В гл. 4 обсуждается ряд критериев.

1.5. Особенности явлений переноса

Как следует из предыдущего раздела, параметры плазмы при локальном термодинамическом равновесии определяются столкновениями частиц в объеме плазмы и процессами переноса к ее границе. Еще большую роль процессы переноса играют в неравновесной плазме. Явления переноса в низкотемпературной плазме в значительной мере аналогичны явлениям переноса в газах. Это касается в первую очередь атомной (молекулярной) диффузии, теплопроводности и т. п. Присутствие заряженных частиц приводит, однако, к ряду важных особенностей. В первую очередь это связано с явлением переноса заряда, т. е. электропроводностью плазмы. Плотность электронного тока J связана с напряженностью электрического поля \mathcal{E} соотношением

$$J = en_e \mu \mathcal{E}. \quad (1.16)$$

Коэффициент пропорциональности между потоком и силой, как обычно, называется подвижностью, μ — подвижность электрона. Соотношение Эйнштейна связывает μ с коэффициентом диффузии электронов D , $\mu = eD/T$. В свою очередь, коэффициент диффузии связан с длиной свободного пробега l и временем свободного пробега τ соотношением $l^2 = D\tau$. Для электрона в слабоионизованной плазме, используя (1.11),

$$\mu = \frac{e}{n_{aq} \sqrt{Tm}}. \quad (1.17)$$

Поскольку $\mu \sim m^{-1/2}$, то подвижностью ионов, пропорциональной $M^{-1/2}$, можно пренебречь. Это означает, что заряд переносится электронами. Вводя коэффициент электропроводности $\sigma = en_e \mu$, можно записать (1.16) в виде закона Ома $J = \sigma \mathcal{E}$. Электропровод-

$$\sigma = en_e \mu = \frac{e^2 n_e}{n_a q \sqrt{Tm}}. \quad (1.18)$$

В равновесной плазме σ сильно зависит от T . Так, при низких T в соответствии с (1.9) $n_e \sim \exp(-E_1/2T)$.

В сильноионизованной плазме электрон чаще сталкивается с ионами, нежели с атомами. Выражение для частоты этих столкновений запишем аналогично (1.11). Учтем, что сечение рассеяния пропорционально квадрату амплитуды кулоновского рассеяния $(e^2/T)^2$, помноженному на «кулоновский» логарифм $\lambda = \ln N_{\text{Д}}$ ($N_{\text{Д}}$ — число частиц в сфере Дебая). Таким образом,

$$v_i = n_i (e^2/T)^2 \lambda \sqrt{T/m}. \quad (1.19)$$

В полностью ионизованной плазме вместо (1.18) получаем

$$\sigma = \frac{e^2}{(e^2/T)^2 \lambda \sqrt{Tm}} \sim T^{3/2}. \quad (1.20)$$

На рис. 1.1 представлены зависимости $\sigma(T)$ равновесной плазмы разного состава. При больших T все кривые описываются одной зависимостью (1.20). При малых T легко проследить влияние величины энергии ионизации E_1 на электропроводность (1.18).

Остановимся на особенностях переноса тепла в плазме. При заметной ионизации он может осуществляться не атомами и молекулами, а электронами. Это объясняется тем, что коэффициент электронной теплопроводности $\chi \approx n_e D$, как и μ , обратно пропорционален \sqrt{m} , т. е.

$$\chi = \frac{n_e}{n_a} \frac{1}{q} \sqrt{\frac{T}{m}}. \quad (1.21)$$

В сильноионизованной плазме ($\sigma(T)$ дается выражением (1.20)) коэффициент электронной теплопроводности $\chi \sim T^{3/2}$. Нелинейные зависимости в χ и σ , отсутствующие в неионизованных газах, усиливаются в неравновесной плазме и приводят к ряду важных эффектов.

Специфический характер в плазме носит диффузия заряженных частиц. Электроны и ионы не могут диффундировать независимо друг от друга. Условие сохранения квазинейтральности связывает величины их концентраций, $n_e \approx n_i$. Это приводит к тому, что коэффициент такой диффузии D_a , называемой амбиполярной, определяется коэффициентом диффузии малоподвижных ионов $D_i \sim M^{-1/2}$. В равновесной плазме оказывается, что $D_a = 2D_i$. Подвижность ионов определяется формулой, аналогичной (1.17). Надо лишь отметить, что если ион A^+ движется в своем газе, т. е. в газе атомов A , то сечение q представляет собой сечение перезарядки. Процесс перезарядки является резонансным, и сечение резонансной перезарядки значительно превышает сечение упругого столкновения иона с атомом.

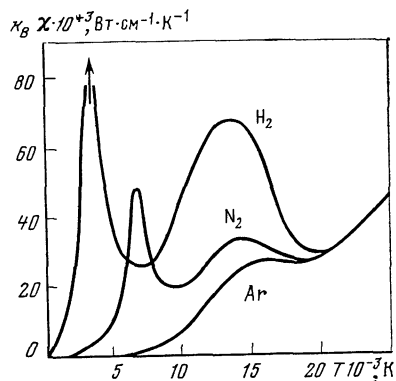
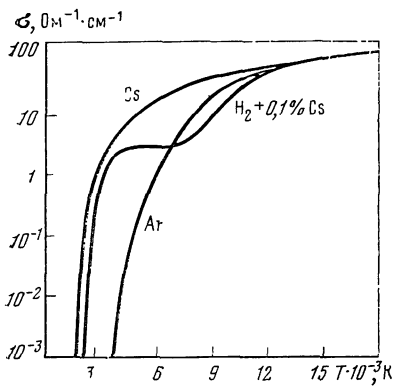


Рис. 1.1 Электропроводность равновесной плазмы различного состава при давлении 1 атм

Рис. 1.2. Теплопроводность $k_B \chi$ (k_B — постоянная Больцмана, χ — коэффициент теплопроводности) равновесной плазмы различного состава при давлении 1 атм

В результате амбиполярной диффузии в частично ионизованной плазме проявляется важный механизм теплопроводности, который обусловлен переносом энергии ионизации. Диффундируя в область пониженной степени ионизации, заряженные частицы рекомбинируют. При этом выделяется значительная энергия — энергия ионизации E_1 ³.

Оценим коэффициент теплопроводности χ_i . Поток тепла равен $-E_1 D_a \nabla n_e \approx -(E_1/T)^2 D_a n_e \nabla T/2$, если считать, что n_e определяется уравнением Саха при условии $E_1 \gg T$. Отсюда следует $\chi_i \approx (E_1/T^2) D_a n_e$, и этот механизм переноса тепла может конкурировать как с атомарной, так и с электронной теплопроводностью.

На рис. 1.2 изображены зависимости коэффициента теплопроводности плазмы разного состава. В молекулярных газах при малых T , когда степень ионизации еще мала, имеется максимум $\chi(T)$, обусловленный переносом энергии диссоциации. Второй максимум, возникающий в частично ионизованной плазме, вызван переносом энергии ионизации. При больших T для сильной ионизации эти кривые переходят в одну универсальную зависимость $\chi \sim T^{3/2}$, являющуюся электронной теплопроводностью.

Обсуждение явлений переноса в плазме можно найти в [5, 6]. Весьма специфический характер носит перенос излучения в спектральных линиях. Этот механизм переноса рассматривается далее в гл. 3.

³ Этот механизм переноса аналогичен переносу энергии диссоциации в частично диссоциированном молекулярном газе.

1.6. Неравновесные низкотемпературная и высокотемпературная плазмы

При достаточно интенсивном взаимодействии плазмы с внешней средой локальное термодинамическое равновесие нарушается. Для одной или для целого ряда компонент плазмы становятся неприменимыми соотношения (1.7) — (1.9). Неравновесность может быть вызвана, например, внешним источником ионизации, повышающим n_e , либо выходом излучения в спектральных линиях, понижающим концентрации возбужденных атомов, и т. п. Если взаимодействия частиц, приводящие в таких условиях к установлению компромиссного неравновесного состояния, можно рассматривать как последовательность парных столкновений, такую неравновесную плазму называют столкновительной. По другой причине, которая будет обсуждаться ниже, эту плазму называют неравновесной низкотемпературной плазмой. Неравновесную плазму, в которой, наоборот, можно пренебречь парными столкновениями и состояние которой определяется коллективными процессами, называют бесстолкновительной. Существование такой плазмы связано с возможностью возбуждения в плазме интенсивных колебаний, таких, как, например, ленгмюровские, обсуждавшиеся в разд. 1.1.

При наличии термодинамического равновесия влиянием коллективных процессов при решении многих важнейших вопросов можно пренебречь. Заметим сначала, что энергия плазменных волн мала по сравнению с тепловой энергией частиц. Энергия тепловых плазменных волн E_w равна температуре, умноженной на число возможных колебаний (число степеней свободы). Последнее пропорционально фазовому объему в пространстве волновых векторов $\int_0^{k_{\max}} k^2 dk$, где $k_{\max} = r_D^{-1}$ — максимальный волновой вектор. Отсюда следует, что $E_w \approx Tr_D^{-3}$, в то время как энергия частиц $E_p \approx Tn_e$.

Таким образом, отношение

$$E_w/E_p = (n_e r_D^3)^{-1} = N_D^{-1} \quad (1.22)$$

мало, пока велико N_D . Следовательно, в термодинамике плазмы колебания малосущественны. В кинетике локально-равновесной плазмы взаимодействия частиц с колебаниями играют более заметную, но все же небольшую роль, если $\lambda = \ln N_D \gg 1$. При определении коэффициентов переноса влияние взаимодействий с колебаниями оказывается в λ раз меньшим, нежели эффект парных столкновений (см., например, [7]). Поэтому влияние этого взаимодействия может быть учтено как поправка при корректном вычислении кулоновского логарифма, содержащегося, например, в (1.20).

Если плазма выведена из состояния термодинамического равновесия, то амплитуды колебаний могут возрасти. В условиях сильной неравновесности взаимодействие между колебаниями может турбулизовать плазму. Для этого необходимо, чтобы колебания не успевали затухать под воздействием столкновений. Очертим область слабого затухания плазменных колебаний — именно внутри нее может существовать бесстолкновительная плазма.

Для нахождения условий слабого затухания в уравнении движения электрона (1.3), кроме инерционного члена и возвращающей силы, следует удержать силу «трения», пропорциональную частоте столкновений. Не решая этого уравнения, можно из общих соображений указать, что колебания слабо затухают, если частота ω_p (1.4) оказывается много больше частоты столкновений. Если среди столкновений преобладают столкновения с ионами, то это означает, что

$$\omega_p/v_i \approx n_e^3 \gg 1, \quad (1.23)$$

т. е. ω_p/v_i велико, если велико число частиц в сфере Дебая. В такой плазме колебания затухают слабо. Этому благоприятствуют низкие n_e и высокие T . Если плазма ионизована частично, то должно выполняться также неравенство $\omega_p/v \gg 1$, где v — частота столкновений электронов с атомами (1.11). Поскольку сечение электрон—атом q порядка πa_c^2 , то

$$\frac{\omega_p}{v} \approx \sqrt{\frac{Ry}{T}} \sqrt{\frac{n_e}{n_a}} \frac{1}{\sqrt{n_a a_0^3}} \gg 1, \quad (1.24)$$

где Ry — ридберговская энергия, a_0 — радиус Бора. Неравенство (1.24) сильно ограничивает область существования колебаний в слабоионизованной плазме, они затухают под воздействием столкновений с атомами. Наоборот, в соответствии с неравенствами (1.23) и (1.24) при малых n_e и высоких T колебания затухают слабо. Поэтому неравновесную плазму, в которой преобладают коллективные процессы, часто называют высокотемпературной, а столкновительную неравновесную плазму — низкотемпературной.

Интенсивные колебания могут возбуждаться, например, при воздействии на плазму пучка частиц или источника высокочастотного излучения. Они могут генерироваться и в самой плазме, если она приведена в такое неравновесное состояние, что оно оказывается неустойчивым по отношению к раскачке колебаний. Если выполняются неравенства (1.23), (1.24), то период колебаний много больше интервала времени между последовательными столкновениями. Поэтому парными столкновениями можно пренебречь совсем. Плазма, в которой преобладают коллективные процессы, часто называется бесстолкновительной. В наиболее общей форме

критерий неравновесности может быть записан следующим образом [8, 9]:

$$E_w \gg T\tau_D^{-3}, \quad (1.25)$$

где E_w — плотность энергии неравновесных колебаний, $T\tau_D^{-3}$ — плотность энергии колебаний в термодинамическом равновесии.

Факторы, вызывающие неравновесность, и возникающие при этом явления в неравновесных высокотемпературной и низкотемпературной плазмах настолько сильно отличаются, что обычно их рассматривают отдельно. Плазма, которая характеризуется как столкновительными, так и коллективными процессами, исследована в меньшей степени, несмотря на значительный интерес, который она представляет.

ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ПРОЦЕССЫ В НИЗКОТЕМПЕРАТУРНОЙ ПЛАЗМЕ

Состояние неравновесной плазмы определяется совокупностью элементарных столкновительных и радиационных процессов. Экспериментальным и теоретическим исследованиям элементарных процессов посвящено много монографий [1—14]. В соответствии с этим в настоящей главе обсуждаются лишь основные характеристики элементарных процессов (эффективные сечения и вероятности ударных и радиационных переходов), необходимые для решения задач кинетики неравновесной плазмы. При этом основное внимание уделяется процессам, играющим основную роль в кинетических задачах, рассматриваемых в данной книге. В ряде случаев, удобно пользоваться усредненными характеристиками, например, средней энергией или средним квадратом энергии, передаваемой при столкновениях. Эти вопросы также обсуждаются в конце главы.

2.1. Упругие столкновения

Столкновение называется упругим, если внутреннее состояние сталкивающихся частиц не меняется. Основной характеристикой столкновения является дифференциальное эффективное сечение dq , зависящее от угла рассеяния ϑ . Полное сечение упругого рассеяния получается интегрированием dq по углам.

В кинетических задачах часто в качестве величины, характеризующей рассеяние, фигурирует интеграл

$$q_t = \int (1 - \cos \vartheta) dq, \quad (2.1)$$

называемый транспортным или диффузионным сечением.

Упругое сечение зависит от скорости налетающих частиц. В реальных условиях всегда имеется некоторое распределение частиц по скоростям. Соответственно этому вводят сечение, усредненное по функции распределения рассеивающихся частиц:

$$\bar{q} = \int_0^{\infty} v^2 q(v) f(v) dv, \quad (2.2)$$

где $f(v)$ — функция распределения, v — относительная скорость частиц. В равновесных условиях $f(v)$ — максвелловская, зависит от температуры рассеиваемых частиц, поэтому и \bar{q} также зависит от температуры.

Эффективное сечение, как известно, имеет размерность площади. Иногда сечение измеряют в величинах $\pi a_0^2 = 0,88 \cdot 10^{-16} \text{ см}^2$, где a_0 — боровский радиус.

Важным понятием в кинетической теории является частота столкновений

$$\nu(v) = \nu q_t(v) n. \quad (2.3)$$

Здесь n — концентрация частиц, с которыми происходят столкновения. Частота столкновений имеет размерность с^{-1} и обратно пропорциональна времени между столкновениями. Средняя частота столкновений определяется интегрированием (2.3) по скоростям налетающих частиц с функцией распределения

$$\nu = n \int_0^{\infty} v^3 q_t(v) f(v) dv = n \overline{q_t v} = n \langle q_t v \rangle. \quad (2.4)$$

Поскольку полное сечение упругого рассеяния будет встречаться редко, мы опустим индекс t у транспортного сечения и обозначим его просто q .

Если сечение слабо зависит от скорости, его можно вынести за знак интеграла в (2.4), и тогда для частоты столкновений получаем

$$\bar{\nu} = n \bar{q} \bar{v}, \quad (2.5)$$

где \bar{v} — средняя скорость, \bar{q} — значение сечения при $v = \bar{v}$. Эта формула часто используется для оценок частоты столкновений.

2.1.1 Кулоновские столкновения

Рассмотрим упругое рассеяние частицы с зарядом $Z_1 e$ на частице с зарядом $Z_2 e$, полагая, что взаимодействие задано законом Кулона.

Дифференциальное сечение такого процесса определяется формулой Резерфорда

$$q(v, \vartheta) = \left(\frac{Z_1 Z_2 e^2}{2mv^2} \right)^2 / \sin^4 \frac{\vartheta}{2} \quad (2.6)$$

(v — относительная скорость сталкивающихся частиц вне области их взаимодействия, m — приведенная масса).

В знаменателе (2.6) стоит величина $\sin^4(\vartheta/2)$. При $\vartheta \rightarrow 0$ $q(v, \vartheta) \rightarrow \infty$, что приводит к бесконечно большим значениям полного и транспортного сечений. Малые значения угла рассеяния соответствуют слабому взаимодействию, т. е. пролетам на больших расстояниях. Но в плазме поле заряженной частицы экранируется на расстоянии порядка дебаевского радиуса. Это позволяет ограничиться при интегрировании (2.6) значением ϑ_{\min} , зависящим от r_D . В результате для транспортного сечения получаем

$$q(v) = 2\pi \left(\frac{Z_1 Z_2 e^2}{mv^2} \right)^2 \ln \left[1 + \left(\frac{r_D}{e^2} \frac{mv^2}{Z_1 Z_2} \right)^2 \right]. \quad (2.7)$$

Таблица 2.1. Значения кулоновского логарифма λ для $Z_1 = Z_2 = 1$

| $n_e, \text{ см}^{-3}$ | $T_e, \text{ К}$ | | | | | | | | | |
|------------------------|------------------|--------|----------------|--------|----------------|--------|----------------|--------|----------------|--------|
| | 50 | 10^3 | $5 \cdot 10^3$ | 10^4 | $5 \cdot 10^4$ | 10^5 | $5 \cdot 10^5$ | 10^6 | $5 \cdot 10^6$ | 10^7 |
| 10^4 | 10,69 | 11,73 | 14,14 | 15,18 | 17,60 | 18,63 | 21,05 | 22,09 | 24,42 | 25,11 |
| 10^5 | 9,54 | 10,58 | 12,99 | 14,03 | 16,44 | 17,48 | 19,88 | 20,94 | 23,26 | 23,96 |
| 10^6 | 8,39 | 9,42 | 11,84 | 12,88 | 15,29 | 16,33 | 18,75 | 19,79 | 22,11 | 22,81 |
| 10^7 | 7,23 | 8,27 | 10,69 | 11,73 | 14,14 | 15,18 | 17,60 | 18,63 | 20,96 | 21,65 |
| 10^8 | 6,08 | 7,12 | 9,54 | 10,58 | 12,99 | 14,03 | 16,44 | 17,48 | 19,81 | 20,50 |
| 10^9 | 4,93 | 5,97 | 8,39 | 9,42 | 11,84 | 12,88 | 15,29 | 16,33 | 18,66 | 19,35 |
| 10^{10} | — | 4,82 | 7,23 | 8,27 | 10,69 | 11,73 | 14,14 | 15,18 | 17,51 | 18,20 |
| 10^{11} | — | — | 6,08 | 7,12 | 9,54 | 10,58 | 12,99 | 14,03 | 16,36 | 17,05 |
| 10^{12} | — | — | 4,93 | 5,97 | 8,39 | 9,42 | 11,84 | 12,88 | 15,21 | 15,90 |
| 10^{13} | — | — | — | 4,82 | 7,23 | 8,27 | 10,69 | 11,73 | 14,06 | 14,75 |
| 10^{14} | — | — | — | — | 6,08 | 7,12 | 9,54 | 10,58 | 12,90 | 13,60 |
| 10^{15} | — | — | — | — | 4,93 | 5,97 | 8,39 | 9,42 | 11,75 | 12,45 |
| 10^{16} | — | — | — | — | — | 4,82 | 7,23 | 8,27 | 10,60 | 11,30 |
| 10^{17} | — | — | — | — | — | — | 6,08 | 7,12 | 9,45 | 10,14 |
| 10^{18} | — | — | — | — | — | — | 4,93 | 5,97 | 8,30 | 8,99 |

Логарифмический член слабо зависит от скорости v , поэтому можно заменить $mv^2/2$ средним значением $^{3/2} T_e$. При рассеянии электрона на однозарядном ионе $Z_1 = Z_2 = 1$ аргумент логарифма в (2.7) запишем в виде

$$1 + (3T_e r_D / e^2)^2. \quad (2.8)$$

Видно, что к единице добавляется большая величина — отношение средней кинетической энергии электронов к энергии взаимодействия зарядов на дебаевском расстоянии, поэтому единицей можно пренебречь. Тогда

$$q(v) = 4\pi \left(\frac{e^2}{mv^2} \right)^2 \lambda, \quad (2.9)$$

где λ — так называемый кулоновский логарифм,

$$\lambda = \ln \frac{3T_e r_D}{e^2}.$$

Подставляя в (2.8) r_D , согласно формуле (1.1) получим

$$\lambda = \ln \left(1,55 \cdot 10^{10} \frac{T_e^{3/2}}{\sqrt{n_e}} \right) \quad (2.10)$$

(T_e выражено в эВ, n_e — в см^{-3}). Или

$$\lambda = 23,5 + ^{3/2} \ln T_e - ^{1/2} \ln n_e. \quad (2.11)$$

Значения λ для различных n_e и T_e при $Z_1 = Z_2 = 1$ приведены в табл. 2.1.

Полагая в формуле (2.9) $mv^2/2 \sim 3T_e/2$, $\lambda \simeq 10$, получаем простую формулу для оценки кулоновского сечения

$$q \sim 2,9 \cdot 10^{-13} (T_e)^{-2}, \quad (2.12)$$

где T_e выражено в эВ, q — в см².

2.1.2. Упругое рассеяние электронов на атомах и молекулах

Для кинетики низкотемпературной плазмы наибольший интерес представляет упругое рассеяние медленных электронов (доли эВ, несколько эВ). Эта область энергий является наиболее трудной как для теоретических, так и для экспериментальных исследований. Достаточно точные теоретические результаты получены лишь для рассеяния на атоме водорода. Для сложных атомов и молекул теоретические данные не могут претендовать на полноту и точность. В литературе известны многочисленные и достаточно надежные измерения сечений упругого рассеяния. Однако иногда результаты, полученные различными методами, в области малых энергий заметно отличаются.

На рис. 2.1—2.3 представлены транспортные сечения упругого рассеяния на различных атомах и молекулах в зависимости от энергии (скорости) электрона. Сечение упругого рассеяния электрона на атоме водорода, заимствованное из статьи Моисейвича в [4], приведено на рис. 2.1. Здесь нанесена расчетная кривая Темкина и Лямкина и экспериментальные данные Брэкмана (подробно см. в [4]).

На рис. 2.2, а изображено транспортное сечение рассеяния электронов на атоме гелия. В области энергий менее 10 эВ сечение сравнительно слабо меняется, что позволяет, если температура электронов невелика, считать его постоянным, как это сделано в (2.5). В противоположность этому сечения рассеяния на атомах Ar, Kr, Xe обнаруживают резкую зависимость от энергии (рис. 2.2, б — г). Весьма характерен глубокий минимум, обусловленный эффектом Рамзауэра. Рассеяние электронов на атомах щелочных металлов характеризуется наибольшими сечениями. В качестве примера на рис. 2.2, д дано транспортное сечение рассеяния на атоме цезия.

На рис. 2.3, а — в представлены транспортные сечения рассеяния электронов на некоторых молекулах. Наибольшие сечения характерны для рассеяния на полярных молекулах. Заметная немонотонность энергетической зависимости сечения наблюдается, если молекула и электрон образуют нестабильный отрицательный ион, как, например, в случае молекулы азота.

2.2. Неупругие столкновения электронов с атомами, ионами и молекулами

Неупругие столкновения сопровождаются изменением внутреннего состояния сталкивающихся частиц. Речь может идти о возбуждении, ионизации, ассоциации, диссоциации частиц. Неупру-

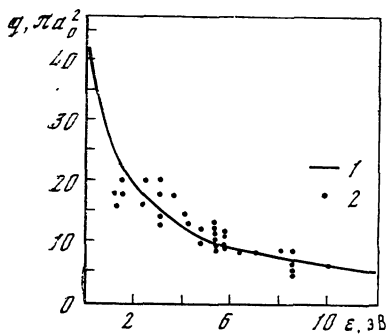
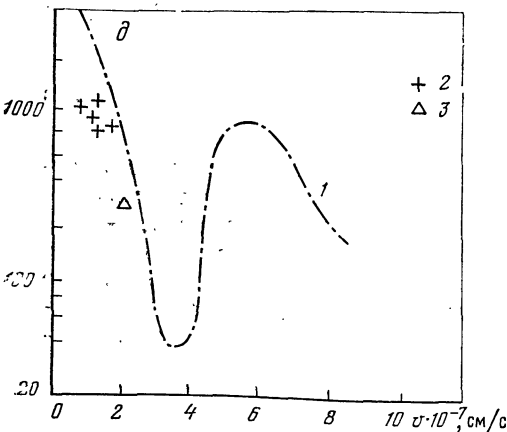
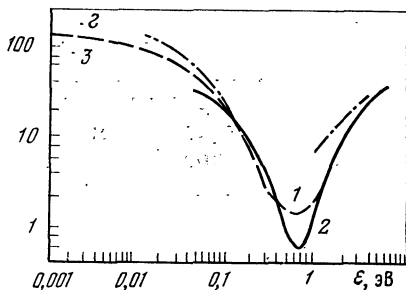
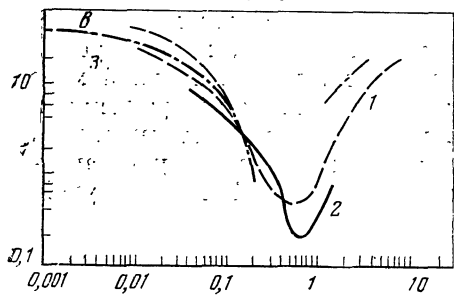
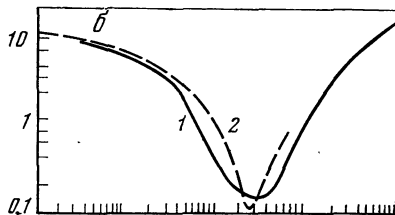
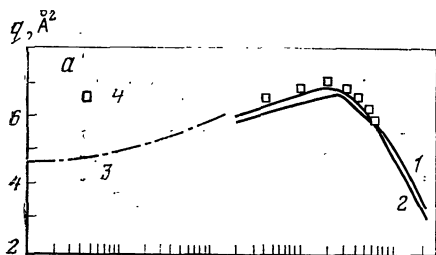


Рис. 2.1. Полное сечение упругого рассеяния электрона атомом водорода [4]

1 — расчет Темкина и Лямкина, 2 — экспериментальные данные Брэкмана и др.



а: 1—3 — теория [15—17] соответственно, 4 — эксперимент [18]; б: (1 — теория [20], 2 — эксперимент подвижность электронов при малых полях и температурах) [19]; в, г: 1, 2 — эксперимент (подвижность электронов при малых полях и температурах) [19, 21] соответственно, 3 — теория [20]; д: 1—3 — эксперимент (подвижность электронов при малых полях и температурах) [22—24] соответственно

Рис. 2.2. Транспортные сечения упругого рассеяния электронов на атомах гелия (а), аргона (б), криптона (в), ксенона (г) и цезия (д)

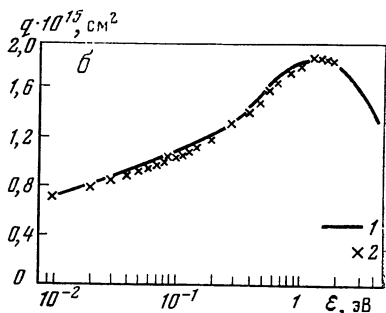
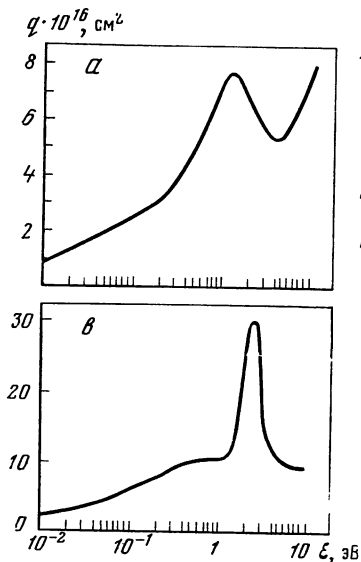


Рис. 2.3. Транспортные сечения рассеяния электронов на молекулах кислорода (а), водорода (б) и азота (в)

а — значения, рекомендованные в [25] по данным [26]; б: 1, 2 — данные [27, 28] соответственно; в — значения в [25] по данным [29]

гие процессы в кинетике играют важную роль, так как посредством их осуществляются переходы из одного состояния в другое. В этом разделе рассмотрим неупругие процессы, инициируемые электронами. Столкновения с электронами в значительной мере формируют распределения частиц по состояниям возбуждения и ионизации. В предельном случае, когда неупругие столкновения с электронами преобладают над другими процессами, устанавливается равновесное распределение с электронной температурой.

2.2.1. Возбуждение и тушение электронным ударом

Схема процесса возбуждения атома из состояния k в n электронным ударом



Энергия связи атома в состоянии k , E_k превосходит энергию связи атома в состоянии n , E_n , т. е. $E_k > E_n$. В результате возбуждения атома энергия электрона уменьшается на величину $E_k - E_n$.

Вероятность перехода, рассчитанная на один атом в исходном состоянии k , определяется величиной $w_{kn}(\epsilon) = n_e v q_{kn}(\epsilon)$, где $q_{kn}(\epsilon)$ — сечение возбуждения атома. Число актов возбуждения атома из состояния k в состояние n , усредненное по энергиям налетающих электронов, равно

$$w_{kn} = n_e \langle v q_{kn} \rangle = n_e \int_{\sqrt{2\Delta E_{kn}/m}}^{\infty} v^3 q_{kn}(v) f(v) dv =$$

$$= n_e \int_{\Delta E_{kn}}^{\infty} \sqrt{2\varepsilon/m} q_{kn}(\varepsilon) \sqrt{\varepsilon} f(\varepsilon) d\varepsilon, \quad (2.14)$$

где $\Delta E_{kn} = E_k - E_n$ — пороговая энергия возбуждения, $f(v)$, $f(\varepsilon)$ — функции распределения электронов по скоростям и энергиям. Величину $\langle vq_{kn} \rangle$ принято называть скоростью возбуждения.

Процессом, обратным возбуждению, является тушение, или, иначе, дезактивация возбужденного состояния. При этом атом переходит в состояние с большей энергией связи, а электрон приобретает энергию, равную разности энергий связи нижнего и верхнего уровней. Тушение или дезактивация — беспороговые процессы. Они инициируются столкновениями с электронами любых энергий. Соотношение между вероятностями возбуждения и тушения можно найти из принципа детального равновесия. В условиях термодинамического равновесия для любого типа перехода прямой и встречный процессы точно компенсируют друг друга. В частности, для процесса (2.13) принцип детального равновесия дает

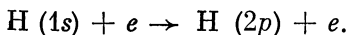
$$n_k^0 q_{kn}(\varepsilon) f^0(\varepsilon) \varepsilon = n_n^0 q_{nk}(\varepsilon') f^0(\varepsilon') \varepsilon'.$$

Здесь $\varepsilon' = \varepsilon - \Delta E_{kn}$, $f^0(\varepsilon)$ — равновесная функция распределения по энергиям, n_k^0 , n_n^0 — равновесные населенности уровней k и n .

Для вероятностей переходов соотношение между прямыми и обратными процессами имеет вид

$$n_k^0 w_{kn} = n_n^0 w_{nk}, \quad n_k^0 \langle vq_{kn} \rangle = n_n^0 \langle vq_{nk} \rangle.$$

Перейдем к обсуждению конкретного вида сечений возбуждения и закономерностей их поведения. На рис. 2.4, *a* — *d* представлены сечения возбуждения из основного состояния для различных атомов. Дано поведение сечения возбуждения атома водорода (см. рис. 2.4, *a*) согласно реакции



Показаны экспериментальные данные Файта и Брэкмана [30], а также теоретические зависимости [10, 31]. Сечение обращается в нуль при энергии, равной энергии возбуждения, затем достигает максимума примерно при энергиях, равных двух-трехкратному пороговому значению, а потом довольно медленно убывает. В максимуме сечение (см. рис. 2.4, *a*) по экспериментальным данным достигает значения примерно $0,8 \lambda a_0^2$. Переход $1s-2p$ в водороде является оптически разрешенным. Для оптически запрещенных переходов сечения значительно меньше. Так, согласно данным, приведенным в монографии [10], сечение возбуждения перехода $1s-2s$ достигает в максимуме величины $0,08 \lambda a_0^2$, т. е. в 10 раз меньше, чем для оптически разрешенного перехода. Вид

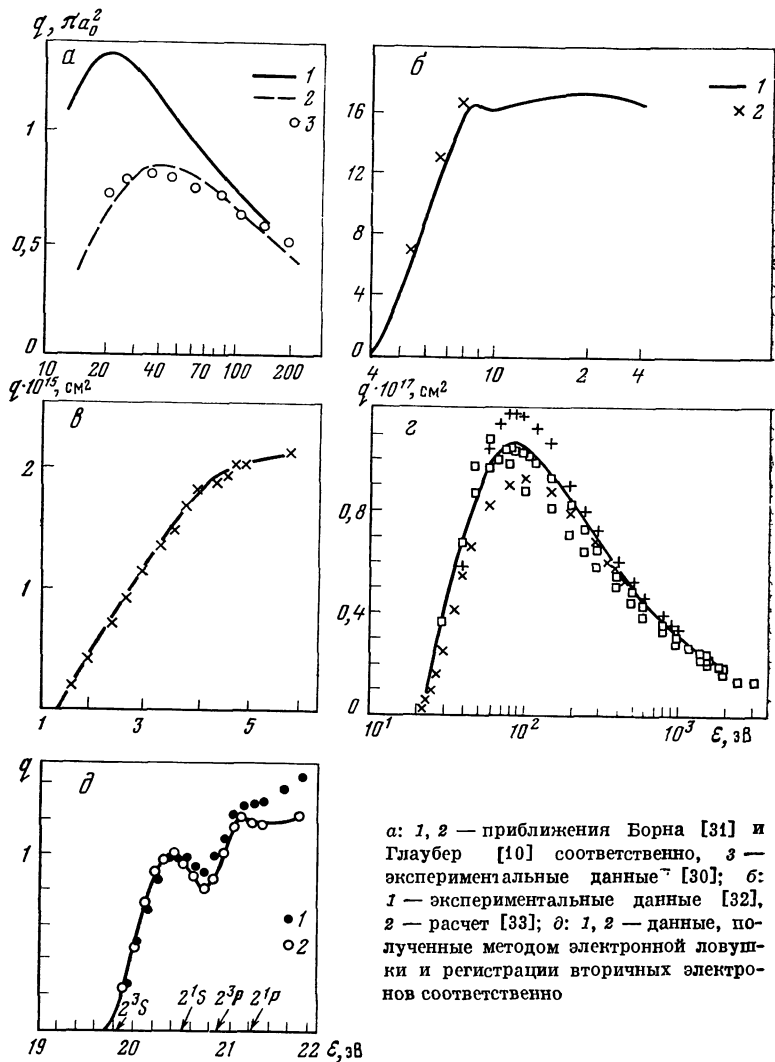


Рис. 2.4. Сечения возбуждения нейтрального водорода состояния $1s - 2p$ по данным разных авторов (а), $3P$ -состояния Mg [10] (б), $2p$ -состояния атома Li по экспериментальным [34] (в), 2^1P -состояния в атоме гелия [12] (экспериментальные данные разных авторов) (г) и суммарное сечение возбуждения атома гелия электронным ударом вблизи порога [2] (д)

сечения возбуждения, изображенный на рис. 2.4, а, характерен для многих переходов в различных атомах.

На рис. 2.4, б, в показаны сечения возбуждения $3P$ -состояния атома магния и $2p$ -состояния атома лития. Величины сечения в максимуме достигают $(1 \div 2)10^{-16}$ см², пороги возбуждения для этих переходов значительно меньше, чем для атома водорода.

На рис. 2.4, *з* приведено сечение возбуждения 2^1P -состояния атома гелия из [12] (порог возбуждения 21,2 эВ), нанесены экспериментальные данные разных авторов. Подробная библиография приведена в [12]. Сечение в максимуме имеет величину порядка 10^{-17} см².

Для некоторых задач необходимы сечения $q_{1\Sigma} = \sum_k q_{1k}$ (в сумму по k включен и переход в континуум), характеризующие суммарную скорость возбуждения из основного состояния.

На рис. 2.4, *д* приведены данные по суммарному сечению возбуждения гелия из основного состояния, измеренные Шульцем и заимствованные из [2]. Сечения, приведенные на рис. 2.4, *д*, нормированы к единице в пике, соответствующем возбуждению метастабильного состояния 2^3S . Абсолютное значение сечения в максимуме возбуждения состояния 2^3S составляет величину $4 \cdot 10^{-18}$ см². Стрелками на этом рисунке показаны значения энергии возбуждения нижних уровней атома гелия.

Для задач кинетики необходима также информация о сечениях переходов между возбужденными состояниями. Экспериментальные данные об этих сечениях крайне немногочисленны, поскольку измерения таких сечений связаны с большими трудностями. Отметим в качестве примеров работы [35, 36]. В работе [35] измерялось сечение для перехода $6^3P_{0,1,2} \rightarrow 7^3S$ атома ртути. Это сечение при энергии электронов, близкой к 6,5 эВ, оказалось порядка $3 \cdot 10^{-16}$ см². В [36] измерялось эффективное сечение возбуждения гелия из состояния 2^3S_1 в состояние 2^1S_0 электронным ударом. Отметим, что это оптически запрещенный переход. Величина сечения изменялась от 1,5 до $8 \cdot 10^{-16}$ см² при изменении средней энергии электронов от 0,2 до 1,0 эВ. Эти данные указывают, что сечения переходов между возбужденными состояниями возрастают по сравнению с сечениями возбуждения из основного состояния. Особенно это относится к сечениям между близко расположенными уровнями. Подобные данные единичны, поэтому для определения сечения между возбужденными состояниями используются расчетные методы.

Для примера на рис. 2.5 приведены расчетные значения сечения переходов между возбужденными состояниями атома гелия. Приводятся два варианта расчета. Из рисунка видно, что сечения достигают значения в десятки ла_0^2 . На рис. 2.6 даны сечения переходов между возбужденными состояниями водородоподобного атома, вычисленные в борновском приближении. Рассматриваются переходы $2 \rightarrow 3$, $5 \rightarrow 6$, $4 \rightarrow 7$.

Величина сечения q_{56} в максимуме согласно рис. 2.6 достигает $1,6 \cdot 10^3 \text{ ла}_0^2 = 1,4 \cdot 10^{-13}$ см². Сечение перехода $2 \rightarrow 3$ значительно меньше, т. е. $q_{23} \simeq 100 \text{ ла}_0^2 \simeq 9 \cdot 10^{-15}$ см².

Для задач кинетики необходим достаточно полный набор вероятностей переходов как с основного состояния, так и между возбужденными. В настоящее время не существует какого-либо общепризнанного метода расчета вероятностей ударных процессов

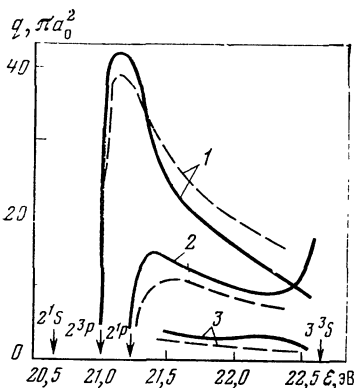


Рис. 2.5. Сечения переходов между возбужденными состояниями в атоме гелия [10]

1 — переход $2^1S \rightarrow 2^3P$, 2 — $2^1S \rightarrow 2^1P$, 3 — $2^3P \rightarrow 2^1P$.

Штрихи — расчет методом сильной связи, линии — матричный вариационный расчет.

Стрелками отмечены энергии возбуждения некоторых уровней

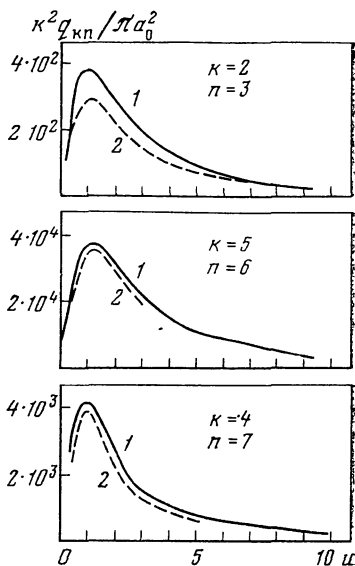


Рис. 2.6. Сечения переходов между высоковозбужденными уровнями водородоподобного атома

1 — численный расчет по точным формулам борновского приближения, 2 — расчет по формулам (2.28)

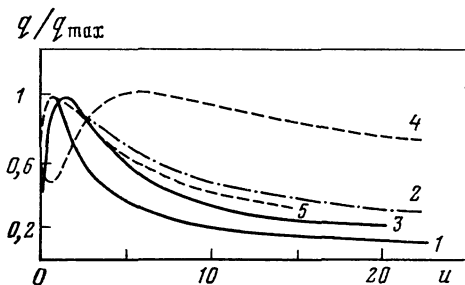


Рис. 2.7. Приведенные сечения возбуждения q/q_{\max} в зависимости от μ в борновском приближении (1—4 — атом водорода, 5 — переход $3s \rightarrow 4p$ в атоме натрия)

1 — переход $1s \rightarrow 2s$, 2 — переход $1s \rightarrow 2p$, 3 — переход $2s \rightarrow 5p$, 4 — переход $4s \rightarrow 5p$

для задач кинетики. Разные авторы используют различные приближенные выражения, которые могут заметно отличаться друг от друга. Существенно, что многие результаты кинетических расчетов определяются большой совокупностью элементарных процессов и малочувствительны к деталям поведения индивидуальных сечений.

Перейдем к обсуждению наиболее употребительных выражений для сечений и вероятностей ударных переходов для задач кинетики. Существуют различные приближенные методы расчета сечения. Один из наиболее простых и широко используемых — метод Борна. В этом методе взаимодействие, ответственное за рассея-

ние, рассматривается в рамках теории возмущения, обменное взаимодействие не учитывается. Это позволяет получить общие выражения для сечений возбуждения.

При энергиях $\epsilon \gg \Delta E_{kn}$ зависимость сечения от энергии для оптически разрешенных переходов имеет вид

$$q_{kn}(\epsilon) \sim \ln \epsilon/\epsilon.$$

Для пороговых энергий сечение, вычисленное в борновском приближении, обращается в нуль по закону

$$q_{kn}(\epsilon) \sim \sqrt{\epsilon - \Delta E_{kn}}.$$

Однако многие экспериментальные данные указывают скорее на зависимость

$$q_{kn}(\epsilon) \sim a(\epsilon - \Delta E_{kn}),$$

где a дает наклон зависимости сечения от энергии при пороговом значении последней. Конкретные расчеты, выполненные для различных атомов, показывают, что сечения ведут себя сходным образом, если ввести безразмерную энергию электрона, отсчитываемую от порога возбуждения:

$$u = (\epsilon - \Delta E_{kn})/\Delta E_{kn}. \quad (2.15)$$

На рис. 2,7, заимствованном из [9], представлены зависимости q/q_{\max} от u для различных переходов в атомах водорода и натрия. Все кривые построены в борновском приближении. Видно, что кривые 1—3 и 5 почти совпадают. Сечение имеет максимум при $u \sim 1$. Для перехода с малым ΔE максимум сдвигается в сторону больших u .

Общие формулы для расчета сечений в борновском приближении сложны для задач кинетики, так как в них входят интегралы от радиальных волновых функций [10]. Значительного упрощения можно добиться, используя приближение Бете—Борна. В этом методе сечение выражается через хорошо известную атомную характеристику — силу осциллятора f . В приближении Бете—Борна для оптически разрешенных переходов

$$q_{kn} = 4\pi a_0^2 \frac{Ry^2 f_{kn}}{\Delta E_{kn}^2 (u + 1)} \ln [c(1 + u)], \quad (2.16)$$

f_{kn} — сила осциллятора перехода $k \rightarrow n$, c — численный множитель, точное значение которого не определено. Согласно формуле (2.16), величина сечения в максимуме

$$(q_{kn})_{\max} \sim 4\pi a_0^2 \frac{f_{kn} Ry^2}{\Delta E_{kn}^2}.$$

В задачах кинетики весьма важно установить, как сечение возбуждения зависит от квантовых чисел верхнего и нижнего уровней. Воспользуемся формулой Крамерса для силы осциллятора атома

водорода в поглощении ($k < n$)

$$f_{kn} = \frac{32}{3\pi\sqrt{3}} \frac{1}{k^5} \frac{1}{n^3} \frac{Ry^3}{(E_k - E_n)^4}. \quad (2.17)$$

Подставим (2.17) в (2.16):

$$q_{kn} = \frac{128a_0^2}{3\sqrt{3}} \frac{1}{k^5} \frac{1}{n^3} \frac{Ry^5 \ln [c(1+u)]}{(E_k - E_n)^5 (u+1)}. \quad (2.18)$$

Видно, что сечение q_{kn} обратно пропорционально $(E_k - E_n)^5$. Поэтому наиболее велики сечения переходов на ближайшие уровни $k \rightleftharpoons k \pm 1$.

Интегрируя (2.18) по максвелловскому распределению электронов, получим выражение для скорости возбуждения

$$\langle vq_{kn} \rangle = \frac{256a_0^2}{3\sqrt{3}} \sqrt{\frac{2T_e}{\pi m}} \frac{Ry^5 \ln [cT_e / |\Delta E_{kn}|]}{T_e \Delta E_{kn}^4 k^5 n^3} M_{kn}, \quad (2.19)$$

где $M_{kn} = e^{-(E_k - E_n)/T_e}$, если $E_k > E_n$ и $M_{kn} = 1$, если $E_k < E_n$. При интегрировании по энергиям аргумент логарифма $c(1+u)$ заменен средним значением $cT_e / |\Delta E_{kn}|$. Для скорости возбуждения также характерна резкая зависимость от разности энергий уровней $\langle vq_{kn} \rangle \sim (E_k - E_n)^{-4}$, поэтому наиболее вероятны переходы $k \rightleftharpoons k \pm 1$. В табл. 2.2 приведены для атома водорода отношения скоростей возбуждения $\sum_{n \geq 2} \langle vq_{k, k \pm n} \rangle / \sum_{n=1} \langle vq_{k, k \pm n} \rangle$

при разных значениях k , рассчитанные в приближении Бете—Борна. Это отношение показывает роль переходов $k \rightarrow k + n$ ($n \geq 2$) относительно переходов на соседние уровни $k \rightarrow k \pm 1$. Последние иногда называют одноквантовыми. Из таблицы видно, что одноквантовые переходы дают определяющий вклад в суммарную скорость расселения данного уровня. Отметим, что качественно этот вывод не изменится и при использовании других выражений для вероятностей переходов.

Таблица 2.2. Величины отношений

$$\sum_{n \geq 2} \langle vq_{k, k \pm n} \rangle / \sum_{n=1} \langle vq_{k, k \pm n} \rangle$$

для водородного атома в приближении Бете—Борна

| k | T · 10 ⁻³ , K | |
|---|--------------------------|-------|
| | 5 | 12 |
| 1 | 0,001 | 0,035 |
| 4 | 0,07 | 0,1 |
| 8 | 0,09 | 0,1 |

На основе формулы Бете—Борна были предложены Дравиным [37] полуэмпирические выражения для сечений и скоростей возбуждения. Результаты, полученные Дравиным по кинетике заселения возбужденных состояний, ионизации, рекомбинации, будут обсуждаться в следующих главах. Приведем эти выражения.

Сечение неупругого столкновения $k \rightarrow n$

$$q_{kn} = 4\pi a_0^2 \left(\frac{Ry}{\Delta E_{kn}} \right)^2 f_{kn} \left\{ \frac{u}{(u+1)^2} \ln [1,25(u+1)] + \frac{X}{u+1} \right\}, \quad (2.20)$$

где u определяется формулой (2.15), X — подгоночный параметр. Дравин рекомендует для переходов из основного состояния в первое возбужденное $X = 0,3$, для переходов из основного в более высокие возбужденные состояния $X = 0,2$, а для всех остальных переходов $X = 0,1$. Сечение, определяемое формулой (2.20), остается конечным при пороговом значении энергии ($u = 0$).

Скорость возбуждения по Дравину определяется выражением

$$\langle vq_{kn} \rangle = 8\pi a_0^2 \left(\frac{Ry}{\Delta E_{kn}} \right)^2 f_{kn} \sqrt{\frac{2T_e}{\pi m}} u_{kn} [\Psi_1(u_{kn}) + 0,1e^{-u_{kn}}]. \quad (2.21)$$

Здесь $u_{kn} = \Delta E_{kn}/T_e$,

$$\Psi_1(u) = \int_{t=u}^{\infty} (1 - u/t) e^{-t} \ln(1,25t/u) dt.$$

Значения $\Psi_1(u)$ приведены в табл. 2.3.

Приведем для справок полуэмпирические формулы для сечений и скоростей возбуждения ионов, полученные в [37]:

$$q_{kn}(u) = 4\pi a_0^2 \left(\frac{Ry}{E_k - E_n} \right)^2 f_{kn} q(u+1).$$

Безразмерное сечение $q(u+1)$ определяется так:

$$q(u+1) = \begin{cases} 0,302, & 0 \leq u \leq 2,85, \\ \frac{u}{(u+1)^2} \ln [1,25(1+u)], & u \geq 2,85. \end{cases} \quad (2.22)$$

Сечение возбуждения иона конечно при пороговой энергии.

Скорость возбуждения состояний иона (в см³/с), предложенная в [37], определяется выражением

$$\langle vq_{kn} \rangle = 8,69 \cdot 10^{-8} f_{kn} Z^{-3} \frac{u_1^{3/2}}{u_{kn}} \Psi_2(u_{kn}), \quad (2.23)$$

где $u_1 = Z^2 Ry/T_e$. Значения функции $\Psi_2(u_{kn})$ также приведены в табл. 2.3.

Полуэмпирические формулы для сечений, предложенные разными авторами, сопоставлялись с экспериментальными данными. Соответствие (2.20) с экспериментальными данными иллюстрирует

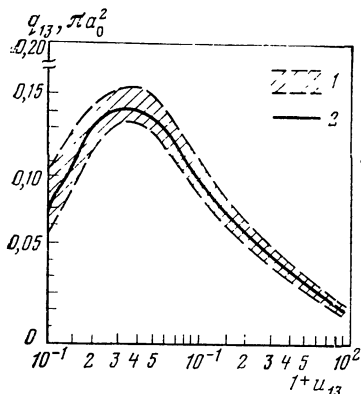


Рис. 2.8. Сечение возбуждения для перехода $1 \rightarrow 3$ в водороде по Дравину [37] и экспериментальные данные [38]

1 — область, соответствующая разбросу экспериментальных данных, 2 — сечение перехода $1 \rightarrow 3$, рассчитанное по формуле (2.20)

рис. 2.8. На рисунке сечение возбуждения водородного атома при переходе $1 \rightarrow 3$, рассчитанное по формуле (2.20), сравнивается с экспериментальными данными [38]. Здесь имеет место хорошее согласие¹.

Достаточно простые интерполяционные формулы для расчета сечений предложены в [9]. Они получены на основе обработки информации по сечениям, найденным численными методами в борновском приближении. Сечение возбуждения

$$q_{kn} = \pi a_0^2 \left(\frac{Ry}{\Delta E_{kn}} \right)^2 \left(\frac{E_n}{E_k} \right)^{3/2} \frac{\Phi(u)}{k^2}. \quad (2.24)$$

Для оптически разрешенных переходов

$$\Phi(u) = \left(\frac{u}{1+u} \right)^{1/2} \frac{c}{u+\varphi}, \quad (2.25)$$

c, φ — численные параметры, которые для большого числа переходов приводятся в табл. 2.4, заимствованной из [9]. Скорость возбуждения с сечением (2.24) в $\text{см}^3/\text{с}$ запишется в виде

$$\langle vq_{kn} \rangle = 10^{-8} \left(\frac{Ry}{\Delta E_{kn}} \right)^{3/2} \left(\frac{E_n}{E_k} \right)^{3/2} e^{-u_{kn}} \frac{G(u_{kn})}{k^2}, \quad (2.26)$$

$$u_{kn} = \frac{\Delta E_{kn}}{T_e}, \quad G(u_{kn}) = A \frac{\sqrt{u_{kn}(u_{kn}+1)}}{u_{kn}+\chi}. \quad (2.27)$$

Аппроксимационные параметры A и χ приводятся также в табл. 2.4. Границы применимости таблицы определяются следующими значениями: $0,01 \leq u \leq 80$ и $1/16 \leq u_{kn} \leq 8$. Сопоставление расчетов по (2.24) с экспериментальными данными проводится в [9].

Сопоставим приближенные формулы для сечений (2.16), (2.20) с (2.24). Как уже отмечалось, сечения различных переходов ведут себя сходным образом, если строить зависимость $q/q_{\text{max}} = f(u)$ (q_{max} — значение сечения в максимуме). Легко показать, что по (2.16) с $c = 1$ $f(u)$ имеет вид

$$f(u) = 2,72 \ln(1+u)/(1+u).$$

Из формулы Дравина (2.20) вытекает

$$f(u) = 3,03 \left\{ \frac{u}{(u+1)^2} \ln[1,25(1+u)] + \frac{X}{u+1} \right\}.$$

¹ Такое согласие достигнуто за счет выбора подгоночного параметра, равного 0,2 для перехода $1 \rightarrow 3$.

Таблица 2.3. Значения функций $\Psi_1(u)$ и $\Psi_2(u)$ по Дравину [37]

| u | $\Psi_1(u)$ | $\Psi_2(u)$ | u | $\Psi_1(u)$ | $\Psi_2(u)$ |
|-----------|--------------------|--------------------|-----|---------------------|---------------------|
| 10^{-5} | 1,11 ¹ | 1,12 ¹ | 8 | 1,43 ⁻⁵ | 1,14 ⁴ |
| 10^{-4} | 8,85 | 8,85 | 10 | 1,48 ⁻⁶ | 1,51 ⁻⁵ |
| 10^{-3} | 6,53 | 6,53 | 12 | 1,61 ⁻⁷ | 2,01 ⁻⁶ |
| 10^{-2} | 4,16 | 4,16 | 14 | 1,81 ⁻⁸ | 2,69 ⁻⁷ |
| 10^{-1} | 1,76 | 1,79 | 16 | 2,1 ⁻⁹ | 3,61 ⁻⁸ |
| 0,4 | 5,90 ⁻¹ | 7,29 ⁻¹ | 18 | 2,47 ⁻¹⁰ | 4,86 ⁻⁹ |
| 1,0 | 1,55 ¹ | 2,27 ⁻¹ | 20 | 2,96 ⁻¹¹ | 6,53 ⁻¹⁰ |
| 1,5 | 6,37 ⁻² | 1,10 ⁻¹ | 22 | 3,58 ⁻¹² | 8,81 ⁻¹¹ |
| 2,0 | 2,87 ⁻² | 6,13 ⁻² | 24 | 4,39 ⁻¹³ | 1,19 ⁻¹¹ |
| 3,0 | 6,78 ⁻³ | 2,07 ⁻² | 26 | 5,42 ⁻¹¹ | 1,68 ⁻¹² |
| 4,0 | 1,79 ⁻³ | 6,91 ⁻³ | 28 | 6,73 ⁻¹⁵ | 2,13 ⁻¹³ |
| 6,0 | 1,48 ⁻⁴ | 6,73 ⁻⁴ | 30 | 8,43 ⁻¹⁶ | 2,92 ⁻¹⁴ |

Сечение по (2.24) максимально, когда переменная u принимает значение $1/4(\sqrt{8u+1}-1)$. Функция $f(u)$ зависит также и от параметра φ . Для того чтобы проанализировать зависимость $f(u)$ от φ , мы построили ее для крайних значений $\varphi = 8,5$ и $1,9$ (см. табл. 2.4). Для максимального значения $\varphi = 8,5$

$$f(u) = 12,8 \sqrt{u/(1+u)} [1/(u+8,5)],$$

а для минимального $\varphi = 1,9$

$$f(u) = 4,16 \sqrt{u/(1+u)} [1/(u+1,9)].$$

В табл. 2.5 представлены зависимости $f(u)$, соответствующие приближению Бете—Борна с $c = 1$ по (2.16), Дравина с $X = 0,1$ по (2.20) и вытекающие из формулы (2.24) с $\varphi = 8,5$ и $1,9$. Все зависимости дают максимум сечения при $u = 0,8-2,0$. Различия в поведении сечений не носят радикальный характер. Сечения отличаются максимально в 2,5 раза при больших энергиях. При $u = 0$ все $f(u)$ обращаются в нуль, кроме $f(u)$, определяемой по формуле Дравина. Последняя величина остается конечной в соответствии со значением сечения, определяемого формулой (2.20).

Обсуждаемые выше формулы для сечений возбуждения носят приближенный характер. Полученные сечения зависят лишь от энергии начального и конечного состояний и не учитывают зависимостей от других квантовых чисел. Для большинства задач кинетики, рассматриваемых в этой книге, такое приближенное описание сечений является вполне достаточным. Но существуют задачи, для решения которых надо знать более тонкие детали поведения сечений. Сюда можно отнести кинетику заселения отдельных уровней лазерных систем, уширение спектральных линий и др. Для этих целей в [9] построены полуэмпирические формулы

Таблица 2.4. Значения параметров для определения борновских сечений и скоростей возбуждения нейтрального водорода по (2.24) и (2.26)

| $k - n$ | c | | | | | τ | | | | |
|---------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|-------|-------|-------|-------|
| | $k=1$ | $k=2$ | $k=3$ | $k=4$ | $k=5$ | $k=1$ | $k=2$ | $k=3$ | $k=4$ | $k=5$ |
| 1 | 61 | 160 | 336 | 617 | 1020 | 5,0 | 4,6 | 5,4 | 6,8 | 8,5 |
| 2 | 43 | 86 | 155 | 254 | — | 3,7 | 2,7 | 3,0 | 3,6 | — |
| 3 | 38 | 69 | 114 | 175 | — | 3,4 | 2,3 | 2,4 | 2,7 | — |
| 4 | 36 | 62 | 98 | — | — | 3,2 | 2,1 | 2,1 | — | — |
| 5 | 35 | 58 | 89 | — | — | 3,2 | 2,0 | 1,9 | — | — |
| 6 | 35 | 56 | — | — | — | 3,1 | 2,0 | — | — | — |
| 7 | 25 | 55 | — | — | — | 3,1 | 1,9 | — | — | — |
| 8 | 35 | 55 | — | — | — | 3,1 | 1,9 | — | — | — |
| 9 | 35 | — | — | — | — | 3,1 | — | — | — | — |
| | A | | | | | χ | | | | |
| 1 | 24 | 67 | 124 | 185 | 249 | 0,282 | 0,30 | 0,26 | 0,21 | 0,16 |
| 2 | 22 | 58 | 101 | 142 | — | 0,37 | 0,45 | 0,42 | 0,35 | — |
| 3 | 22 | 56 | 94 | 129 | — | 0,39 | 0,52 | 0,51 | 0,45 | — |
| 4 | 21 | 55 | 91 | — | — | 0,41 | 0,56 | 0,57 | — | — |
| 5 | 21 | 54 | 90 | — | — | 0,42 | 0,59 | 0,61 | — | — |
| 6 | 21 | 54 | — | — | — | 0,42 | 0,61 | — | — | — |
| 7 | 21 | 54 | — | — | — | 0,42 | 0,62 | — | — | — |
| 8 | 21 | 54 | — | — | — | 0,42 | 0,63 | — | — | — |
| 9 | 21 | — | — | — | — | 0,43 | — | — | — | — |

Таблица 2.5. Значения $f(u) = q/q_{\max}$, соответствующие различным приближенным формулам для расчета сечений

| Формула | u | | | | | | | | | |
|---------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| | 0 | 0,2 | 0,4 | 0,6 | 0,8 | 1 | 2 | 5 | 10 | 20 |
| (2.16) | 0 | 0,41 | 0,65 | 0,80 | 0,89 | 0,94 | 1,0 | 0,81 | 0,59 | 0,39 |
| (2.20) | 0,33 | 0,46 | 0,61 | 0,74 | 0,84 | 0,92 | 1,0 | 0,98 | 0,74 | 0,50 |
| (2.24) | 0 | 0,60 | 0,77 | 0,86 | 0,92 | 0,95 | 1,0 | 0,87 | 0,66 | 0,44 |
| | 0 | 0,81 | 0,97 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 0,87 | 0,55 | 0,33 | 0,19 |

Примечание. Для (2.24) значения $f(u)$ вычислены при $\varphi = 8,5$ (верхняя строка) и $\varphi = 1,9$ (нижняя).

путем аппроксимации данных численных расчетов. Результирующие выражения даются в виде формул, содержащих три числовых параметра. Для определения этих параметров составлены подробные таблицы для большого числа переходов в различных атомах. В частности, приводятся формулы для сечений возбуждения оптически разрешенных и запрещенных переходов в атомах и ионах, учитывается зависимость сечений отдельных переходов от

угловых и спиновых переменных, от типа связи электронов в атоме и т. д.

Обсудим вопрос о сечениях, описывающих переходы между высоковозбужденными состояниями. Так, для некоторых астрофизических задач необходимы сечения возбуждения между состояниями с квантовыми числами, равными нескольким десяткам и даже сотням. Экстраполяция обсуждаемых выше выражений на столь большие значения квантовых чисел ненадежна. Экспериментальные данные по сечениям переходов между возбужденными состояниями единичны, и на их основе нельзя получить полной картины о закономерностях поведения сечений с ростом квантовых чисел. В такой ситуации возрастает роль надежных, теоретически обоснованных расчетов. При этом два обстоятельства облегчают задачу: 1) уровни с большими квантовыми числами водородоподобны для всех элементов, так что расчеты носят универсальный характер, 2) энергия связи уровня мала по сравнению с энергией основного состояния, что позволяет провести некоторое упрощение общих теоретических выражений.

Вайнштейн, Собельман, Юков [9] провели расчеты сечений переходов между высоковозбужденными состояниями в борновском и квазиклассическом приближениях. Последнее дает более точные результаты для переходов между соседними уровнями.

Таблица 2.6. Значения функции $\mathcal{F}_k(k-n, \varepsilon)$ для определения борновского сечения перехода $k-n$ по (2.28)

| $V \varepsilon / E_k$ | $k-n$ | | | | | | | | |
|-----------------------|--------|------|------|--------|------|------|---------|------|------|
| | 1 | 2 | 4 | 1 | 2 | 4 | 1 | 2 | 4 |
| | $k=10$ | | | $k=50$ | | | $k=100$ | | |
| 0,20 | — | — | — | — | — | — | 0,01 | — | — |
| 0,28 | — | — | — | 0,03 | 0,01 | — | 0,04 | 0,03 | 0,01 |
| 0,40 | — | — | — | 0,10 | 0,07 | 0,03 | 0,11 | 0,09 | 0,07 |
| 0,57 | 0,18 | 0,05 | — | 0,24 | 0,22 | 0,16 | 0,24 | 0,24 | 0,20 |
| 0,80 | 0,40 | 0,36 | 0,19 | 0,43 | 0,46 | 0,40 | 0,43 | 0,47 | 0,44 |
| 1,13 | 0,64 | 0,64 | 0,50 | 0,66 | 0,71 | 0,69 | 0,66 | 0,71 | 0,73 |
| 1,60 | 0,90 | 0,86 | 0,70 | 0,90 | 0,92 | 0,91 | 0,91 | 0,93 | 0,95 |
| 2,26 | 1,16 | 1,05 | 0,84 | 1,16 | 1,11 | 1,06 | 1,16 | 1,12 | 1,10 |
| 3,20 | 1,42 | 1,21 | 0,94 | 1,42 | 1,28 | 1,17 | 1,42 | 1,29 | 1,21 |
| 4,53 | 1,68 | 1,37 | 1,03 | 1,69 | 1,44 | 1,27 | 1,69 | 1,45 | 1,48 |
| 9,05 | 2,21 | 1,66 | 1,18 | 2,22 | 1,74 | 1,44 | 2,22 | 1,75 | 1,48 |
| 18,1 | 2,74 | 1,96 | 1,33 | 2,75 | 2,04 | 1,59 | 2,75 | 2,05 | 1,64 |
| 36,2 | 3,27 | 2,25 | 1,48 | 3,28 | 2,33 | 1,75 | 3,28 | 2,34 | 1,79 |
| 72,4 | 3,80 | 2,53 | 1,63 | 3,81 | 2,63 | 1,90 | 3,81 | 2,63 | 1,95 |
| 145 | 4,33 | 2,83 | 1,78 | 4,34 | 2,92 | 2,06 | 4,34 | 2,93 | 2,10 |
| 290 | 4,86 | 3,11 | 1,92 | 4,87 | 3,21 | 2,21 | 4,88 | 3,22 | 2,26 |
| 579 | 5,38 | 3,40 | 2,07 | 5,40 | 3,50 | 2,37 | 5,40 | 3,51 | 2,42 |
| 1,16 ³ | 5,87 | 3,66 | 2,20 | 5,89 | 3,77 | 2,52 | 5,89 | 3,78 | 2,56 |

Таблица 2.7. Значения функции $\Phi_k(k-n, T_e)$ для определения скорости перехода $k \rightarrow n$ в борновском приближении по (2.29)

| $100E_k/T_e$ | $k-n$ | | | | | | | | |
|--------------|--------|------|------|--------|------|------|---------|------|------|
| | 1 | 2 | 4 | 1 | 2 | 4 | 1 | 2 | 4 |
| | $k=10$ | | | $k=50$ | | | $k=100$ | | |
| 0,01 | 8,34 | 5,55 | 3,57 | 8,36 | 5,75 | 4,17 | 8,17 | 5,77 | 4,26 |
| 0,02 | 7,76 | 5,24 | 3,41 | 7,78 | 5,43 | 4,00 | 7,78 | 5,45 | 4,09 |
| 0,04 | 7,18 | 4,92 | 3,25 | 7,20 | 5,11 | 3,83 | 7,20 | 5,13 | 3,92 |
| 0,08 | 6,61 | 4,61 | 3,08 | 6,63 | 4,79 | 3,66 | 6,62 | 4,81 | 3,75 |
| 0,16 | 6,03 | 4,29 | 2,92 | 6,05 | 4,47 | 3,49 | 6,05 | 4,49 | 3,58 |
| 0,32 | 5,46 | 3,97 | 2,76 | 5,47 | 4,14 | 3,31 | 5,47 | 4,16 | 3,40 |
| 0,64 | 4,88 | 3,65 | 2,59 | 4,89 | 3,82 | 3,13 | 4,89 | 3,84 | 3,22 |
| 1,29 | 4,31 | 3,33 | 2,42 | 4,32 | 3,49 | 2,94 | 4,32 | 3,50 | 3,03 |
| 2,56 | 3,75 | 3,00 | 2,23 | 3,75 | 3,15 | 2,73 | 3,75 | 3,16 | 2,82 |
| 5,12 | 3,19 | 2,67 | 2,04 | 3,19 | 2,79 | 2,51 | 3,18 | 2,81 | 2,59 |
| 10,2 | 2,65 | 2,32 | 1,83 | 2,64 | 2,43 | 2,25 | 2,63 | 2,44 | 2,32 |
| 20,5 | 2,13 | 1,97 | 1,60 | 2,11 | 2,04 | 1,95 | 2,10 | 2,05 | 2,01 |
| 41,0 | 1,65 | 1,61 | 1,34 | 1,61 | 1,64 | 1,60 | 1,60 | 1,64 | 1,64 |
| 81,7 | 1,22 | 1,25 | 1,07 | 1,16 | 1,23 | 1,22 | 1,15 | 1,22 | 1,24 |
| 164 | 0,86 | 0,92 | 0,80 | 0,78 | 0,84 | 0,84 | 0,77 | 0,83 | 0,84 |
| 328 | 0,57 | 0,63 | 0,56 | 0,48 | 0,52 | 0,52 | 0,46 | 0,53 | 0,50 |
| 655 | 0,36 | 0,41 | 0,37 | 0,36 | 0,29 | 0,30 | 0,25 | 0,26 | 0,27 |

Таблица 2.8. Значения функции $\mathcal{F}_k(1, \epsilon)$ для определения квазиклассического сечения переходов $k \rightarrow k+1$ в нейтральном атоме водорода по (2.28)

| ϵ/Ry | k | | | | | | | | |
|---------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| | 10 | 20 | 30 | 40 | 50 | 100 | 150 | 200 | 250 |
| 0,01 | 0,016 | 0,049 | 0,090 | 0,139 | 0,186 | 0,414 | 0,617 | 0,791 | 0,942 |
| 0,02 | 0,052 | 0,144 | 0,233 | 0,324 | 0,413 | 0,790 | 1,07 | 1,29 | 1,47 |
| 0,04 | 0,138 | 0,325 | 0,500 | 0,655 | 0,791 | 1,29 | 1,61 | 1,85 | 2,03 |
| 0,08 | 0,338 | 0,664 | 0,921 | 1,13 | 1,30 | 1,85 | 2,19 | 2,42 | 2,60 |
| 0,16 | 0,670 | 1,13 | 1,44 | 1,67 | 1,85 | 2,42 | 2,75 | 2,98 | 3,16 |
| 0,32 | 1,14 | 1,68 | 2,00 | 2,24 | 2,42 | 2,98 | 3,30 | 3,53 | 3,70 |
| 0,64 | 1,66 | 2,21 | 2,54 | 2,77 | 2,95 | 3,50 | 3,82 | 4,04 | 4,21 |
| 1,28 | 2,12 | 2,67 | 3,00 | 3,22 | 3,40 | 3,94 | 4,25 | 4,48 | 4,65 |
| 2,56 | 2,51 | 3,06 | 3,37 | 3,60 | 3,77 | 4,31 | 4,62 | 4,84 | 5,02 |
| 5,12 | 2,85 | 3,39 | 3,70 | 3,92 | 4,10 | 4,63 | 4,94 | 5,17 | 5,34 |
| 10,24 | 3,15 | 3,69 | 4,00 | 4,22 | 4,40 | 4,93 | 5,24 | 5,42 | 5,63 |

Общие выражения, соответствующие этим приближениям, удалось привести к более простым формулам.

Согласно [9], в борновском приближении сечение перехода между состояниями с главными квантовыми числами k и n дается

формулой

$$q_{kn} = \frac{\pi a_0^2}{Z^4} \frac{1}{k^2} \left(\frac{nk}{k-n} \right)^3 \frac{Z^2 Ry}{E_k} \mathcal{F}_k(k-n, \varepsilon), \quad (2.28)$$

где k и n — главные квантовые числа, соответствующие уровням с E_k и E_n .

В табл. 2.6 приведены значения функции $\mathcal{F}_k(k-n, \varepsilon)$. Усредненную по максвелловскому распределению скорость перехода $k \rightarrow n$ в см³/с удобно представить в виде, аналогичном (2.28):

$$\langle v q_{kn} \rangle = \frac{10^{-8}}{Z^3} \frac{1}{k^2} \left(\frac{kn}{k-n} \right)^3 \sqrt{\frac{Z^2 Ry}{T_e}} \Phi_k(k-n, T_e). \quad (2.29)$$

Таблица 2.9. Значения функции $\mathcal{F}_k(1, \varepsilon)$ для определения квазиклассического сечения переходов $k \rightarrow k+1$ в водородоподобных ионах по (2.28)

| $\varepsilon/(Z^2 Ry)$ | Z | | | | | | | | | |
|------------------------|------|------|----------|------|------|----------|-------|------|------|----------|
| | k=10 | | | k=50 | | | k=100 | | | |
| | 2 | 4 | ∞ | 2 | 4 | ∞ | 2 | 4 | 8 | ∞ |
| 0,01 | 0,06 | 0,14 | 0,41 | 0,41 | 0,79 | 1,65 | 0,79 | 1,29 | 1,81 | 2,22 |
| 0,02 | 0,15 | 0,33 | 0,65 | 0,79 | 1,29 | 1,94 | 1,29 | 1,85 | 2,28 | 2,52 |
| 0,04 | 0,33 | 0,64 | 0,92 | 1,29 | 1,82 | 2,23 | 1,85 | 2,38 | 2,67 | 2,79 |
| 0,08 | 0,67 | 1,01 | 1,21 | 1,85 | 2,28 | 2,52 | 2,42 | 2,84 | 3,01 | 3,07 |
| 0,16 | 1,11 | 1,38 | 1,50 | 2,39 | 2,67 | 2,80 | 2,95 | 3,22 | 3,31 | 3,34 |
| 0,32 | 1,56 | 1,72 | 1,79 | 2,85 | 3,01 | 3,07 | 3,39 | 3,55 | 3,60 | 3,61 |
| 0,64 | 1,95 | 2,04 | 2,07 | 3,23 | 3,31 | 3,34 | 3,77 | 3,85 | 3,88 | 3,88 |
| 1,28 | 2,29 | 2,34 | 2,36 | 3,56 | 3,60 | 3,62 | 4,09 | 4,14 | 4,15 | 4,15 |
| 2,56 | 2,60 | 2,63 | 2,64 | 3,86 | 3,88 | 3,89 | 4,39 | 4,41 | 4,42 | 4,42 |
| 5,12 | 2,89 | 2,91 | 2,91 | 4,14 | 4,15 | 4,16 | 4,68 | 4,69 | 4,69 | 4,69 |
| 10,24 | 3,18 | 3,18 | 4,42 | 4,42 | 4,42 | 4,95 | 4,96 | 4,96 | 4,96 | 4,96 |

Таблица 2.10. Значения функции $\Phi_k(T_e)$ для определения скорости возбуждения переходов $k \rightarrow k+1$ нейтрального водорода в квазиклассическом приближении по (2.29)

| T_e/Ry | k | | | | | | | | |
|----------|-------|-------|------|------|------|------|------|------|------|
| | 10 | 20 | 30 | 40 | 50 | 100 | 150 | 200 | 250 |
| 0,01 | 0,052 | 0,130 | 0,21 | 0,30 | 0,37 | 0,78 | 1,09 | 1,34 | 1,56 |
| 0,02 | 0,12 | 0,29 | 0,46 | 0,62 | 0,76 | 1,35 | 1,75 | 2,14 | 2,42 |
| 0,04 | 0,29 | 0,61 | 0,89 | 1,13 | 1,35 | 2,15 | 2,69 | 3,10 | 3,43 |
| 0,08 | 0,62 | 1,14 | 1,54 | 1,87 | 2,14 | 3,11 | 3,72 | 4,17 | 4,53 |
| 0,16 | 1,15 | 1,87 | 2,38 | 2,78 | 3,10 | 4,17 | 4,93 | 5,30 | 5,67 |
| 0,32 | 1,87 | 2,77 | 3,36 | 3,80 | 4,15 | 5,28 | 5,94 | 6,42 | 6,79 |
| 0,64 | 2,72 | 3,75 | 4,38 | 4,85 | 5,21 | 6,35 | 7,02 | 7,49 | 7,85 |
| 1,28 | 3,62 | 4,71 | 5,37 | 5,84 | 6,20 | 7,34 | 8,00 | 8,46 | 8,83 |

Таблица 2.11. Значения функции $\Phi_k(T_e)$ для определения скорости возбуждения переходов $k \rightarrow k+1$ для водородоподобных ионов ($Z > 1$) в квазиклассическом приближении по (2.29)

| $T_e/(Z^2\text{Ry})$ | Z | | | | | | | | | |
|----------------------|--------|------|----------|--------|------|----------|---------|------|------|----------|
| | 2 | 4 | ∞ | 2 | 4 | ∞ | 2 | 4 | 8 | ∞ |
| | $k=10$ | | | $k=50$ | | | $k=100$ | | | |
| 0,01 | 0,14 | 0,30 | 0,69 | 0,77 | 1,34 | 2,37 | 1,34 | 2,03 | 2,68 | 3,13 |
| 0,02 | 0,31 | 0,60 | 1,08 | 1,36 | 2,11 | 3,22 | 2,14 | 3,01 | 3,72 | 4,17 |
| 0,04 | 0,62 | 1,06 | 1,56 | 2,14 | 3,01 | 3,99 | 3,10 | 4,04 | 4,68 | 5,05 |
| 0,08 | 1,13 | 1,64 | 2,09 | 3,08 | 3,92 | 4,70 | 4,15 | 5,03 | 5,55 | 5,81 |
| 0,16 | 1,80 | 2,31 | 2,67 | 4,08 | 4,80 | 5,35 | 5,20 | 5,94 | 6,31 | 6,49 |
| 0,32 | 2,57 | 3,00 | 3,26 | 5,06 | 5,60 | 5,93 | 6,19 | 6,74 | 6,97 | 7,06 |
| 0,64 | 3,36 | 3,69 | 3,85 | 5,95 | 6,32 | 6,50 | 7,08 | 7,45 | 7,58 | 7,63 |
| 1,28 | 4,13 | 4,35 | 4,44 | 6,75 | 6,98 | 7,07 | 7,87 | 8,10 | 8,17 | 8,19 |

Значения функции $\Phi_k(k-n, T_e)$ приведены в табл. 2.7. Для переходов между соседними уровнями $k \rightarrow k+1$ авторы [9] рекомендуют использовать квазиклассическое приближение. Результаты расчета также представлены в виде (2.28), но для функции $\mathcal{F}_k(k-n, \varepsilon)$ даются значения в табл. 2.8 для нейтрального атома водорода и в табл. 2.9 для водородоподобных ионов. Скорость возбуждения с квазиклассическим сечением можно представить также в виде (2.29), но для функции $\Phi_k(k-n, T_e)$ использовать значения, приведенные в табл. 2.10 и 2.11 для нейтрального атома и водородоподобных ионов соответственно (представление о соответствии приближенной формулы (2.28) расчету методом Борна (см. рис. 2.6)).

2.2.2. Ионизация электронным ударом и тройная рекомбинация (электрон — ион — электрон)

При ионизации атома налетающий электрон сообщает атомному электрону энергию, достаточную для перехода в непрерывный спектр. Реакция ионизации атома



Частота актов ионизации атома в k -м состоянии определяется аналогично частоте возбуждения $w_{ke} = n_e v q_k(\varepsilon, \varepsilon', \varepsilon'')$. Здесь $q_k(\varepsilon, \varepsilon', \varepsilon'')$ — сечение ионизации, зависящее от состояния ионизируемого атома, энергии налетающего электрона и энергий, образовавшихся после ионизации электронов ε' и ε'' . Величины $\varepsilon, E_k, \varepsilon', \varepsilon''$ связаны законом сохранения энергии

$$\varepsilon - E_k = \varepsilon' + \varepsilon''.$$

Обычно представляет интерес не сечение $q_k(\varepsilon, \varepsilon', \varepsilon'')$, соответствующее определенным значениям энергии обоих электронов ε' и ε'' , а полное сечение, проинтегрированное по всем возможным значениям энергии выбитого электрона

$$q_k(\varepsilon) = 2 \int_0^{\varepsilon - E_k} q_k(\varepsilon, \varepsilon', \varepsilon'') d\varepsilon''.$$

Сечение $q_k(\varepsilon, \varepsilon', \varepsilon'')$ имеет размерность $\text{см}^2/\text{эрг}$, а $q_k(\varepsilon)$ — см^2 . Вероятность ионизации атома в k -м состоянии определяется формулой, аналогичной (2.14):

$$w_{ke} = n_e \int_{E_k}^{\infty} \sqrt{\frac{2\varepsilon}{m}} V \varepsilon f(\varepsilon) q_k(\varepsilon) d\varepsilon. \quad (2.31)$$

Интегрирование в (2.31) ведется от энергии ионизации E_k .

Процессом, обратным ионизации атома электронным ударом, является тройная рекомбинация. В тройной рекомбинации участвуют два электрона и ион. Один из электронов и ион, рекомбинируя, образуют атом в k -м состоянии. Избыточная энергия, выделяющаяся при этом, передается другому электрону. Рекомбинация характеризуется вероятностью w_{ek} . Связь между вероятностями ионизации и рекомбинации вытекает из принципа детального равновесия

$$n_k^0 w_{ke} = n_e^0 (n^+)^0 w_{ek}, \quad (2.32)$$

где n_k^0 , n_e^0 , $(n^+)^0$ — равновесные концентрации атомов, электронов и ионов.

Много работ посвящено вычислению сечений ионизации атома из основного состояния $q_1(\varepsilon)$. В борновском приближении расчеты выполнены в [39] для He, Li, C, N, O, Ne, Na, Mg, Ar, K, Zn с учетом выбивания s -, p - и d -электронов атома, в [40] для всех атомов от He до Na и в [41] для атомов от B до Ne и от Al до Ar. В последней работе были получены также сечения ионизации ионов. На рис. 2.9, *a*, *б* приведены расчетные и экспериментальные значения сечений ионизации He и Ar по [10]. Зависимость сечения ионизации от энергии сходна с энергетической зависимостью сечения возбуждения. При пороговом значении энергии сечение обращается в нуль, затем возрастает до некоторой максимальной величины, после чего медленно убывает. Из этого рисунка видно, что сечение ионизации аргона в максимуме составляет около $3\lambda a_0^2$ (по экспериментальным данным). Для гелия эта величина значительно ниже и соответственно равна $(0,3-0,4) \lambda a_0^2$.

Для кинетики ионизации информации о сечениях ионизации атома из основного состояния недостаточно. Необходимы также и сечения ионизации возбужденных атомов. Экспериментальные данные о соответствующих процессах недостаточны. Известно несколько полуэмпирических формул для расчета сечений и скоростей ионизации. Перейдем к их обсуждению.

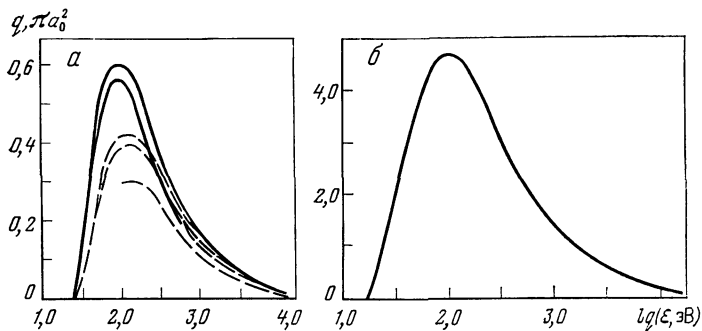


Рис. 2.9. Сечения ионизации для He (а) и Ag (б) [10]

Линии — расчет для He в различных вариантах борновского приближения, штрихи — различные экспериментальные данные

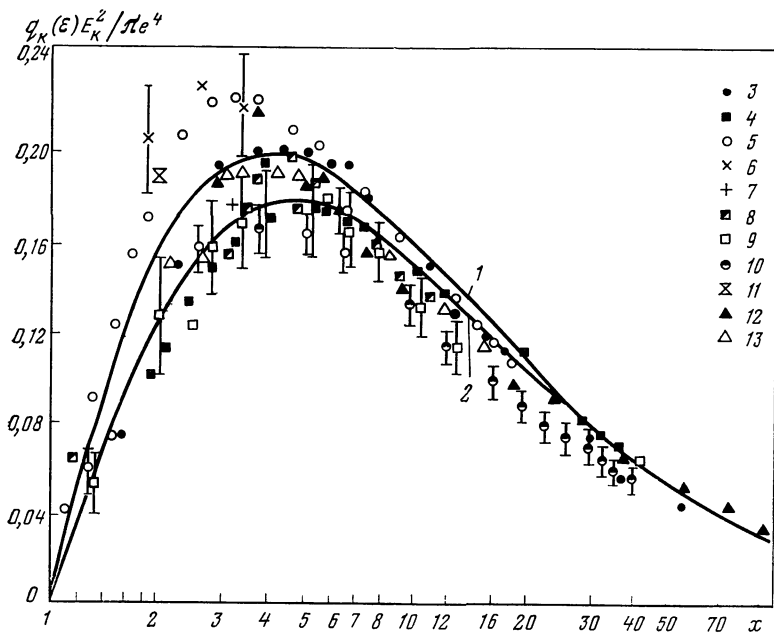


Рис. 2.10. Расчетные (1, 2) и экспериментальные (3—13) значения сечений ионизации различных атомов, приведенные к единицам $q_k(\varepsilon) E_k^2/\pi e^4$ в зависимости от $x = \varepsilon/E_k$

1 — $f(x) = 10(x-1)/x(x+8)$, 2 — $f(x) = 10(x-1)/(x+0,5)(x+8)$, 3 — водород [30], 4 — гелий [43], 5 — ион гелия [44], 6, 7 — атом гелия в метастабильном состоянии 2^3S [45, 46], 8—10 — ион лития [47—49], 11, 12 — атом лития [50, 51], 13 — молекула водорода [52]

В работе [42] сечения ионизации вычислялись с использованием формулы Бете—Борна. Была также найдена связь между сечением ионизации электронным ударом водорода из основного состояния и из возбужденного $q_k(\varepsilon)$. Эта связь имеет вид

$$q_k(\varepsilon) = k^3 q_1(\varepsilon k^2) \quad (2.33)$$

(k — главное квантовое число). Сечение ионизации атома водорода из основного состояния аппроксимировалось формулой

$$q_1(\varepsilon) = 2,5 \pi a_0^2 \ln(\varepsilon/E_1)/(\varepsilon/E_1). \quad (2.34)$$

Используя (2.34) и (2.33) и выполняя усреднение (2.31), можно найти скорость ионизации атома, находящегося в состоянии k :

$$\langle v q_k(\varepsilon) \rangle = 1,4 \cdot 10^{-11} \sqrt{T_e} k [-\text{Ei}(-u_k)], \quad (2.35)$$

где $u_k = E_k/T_e$ (T_e в эВ), $-\text{Ei}(-x)$ — интегральная экспонента.

Дравин [35] на основе приближения Бете—Борна предложил полуэмпирическое выражение для сечения ионизации

$$q_k = 4\pi a_0^2 \left(\frac{\text{Ry}}{E_k}\right)^2 f_k N \frac{u-1}{u^2} \ln(1,25u). \quad (2.36)$$

Здесь $u = \varepsilon/E_k$, N — число энергетически эквивалентных электронов в данной оболочке атома, f_k — сила осциллятора для связанно-свободного перехода. Для водорода $f_1 = 0,665$, $f_2 = 0,71$, $f_3 = 0,81$, $f_4 = 0,94$, $f_{k>5} = 1$. Выражение (2.36) дает следующую зависимость сечения ионизации от квантового числа: $q_k \sim \pi a_0^2 k^4$, которая сохраняется даже при очень больших значениях квантовых чисел ($k \sim 100-200$), представляющих интерес в астрофизических задачах.

Скорость ионизации, вычисленная при использовании (2.36), имеет вид

$$\langle v q_k \rangle = 8\pi a_0^2 \left(\frac{\text{Ry}}{E_k}\right)^2 f_k N \sqrt{\frac{2T_e}{\pi m}} u_k \Psi_1(u_k), \quad (2.37)$$

где $u_k = E_k/T_e$, значения функции $\Psi_1(u)$ приведены в табл. 2.3.

Результаты различных расчетов сечения ионизации согласно классической теории можно представить в виде [8]

$$q_k(\varepsilon) = \frac{\pi e^4}{E_k^2} f\left(\frac{\varepsilon}{E_k}\right) \quad (2.38)$$

(f — функция, которая отличается у разных авторов). Например, согласно простейшей теории Томсона

$$f(x) = 1/x - 1/x^2. \quad (2.39)$$

Вид функции $f(x)$ можно найти, сопоставляя сечение, выраженное в виде (2.38), с экспериментальным. Сопоставление, выполненное в [8], показало, что функция $f(x)$, где $x = \varepsilon/E_k$, является универсальной. На рис. 2.10, заимствованном из монографии [8],

представлена зависимость $q_k E_k^2/\pi e^4$ от $x = \varepsilon/E_k$ для различных случаев ионизации, полученная из экспериментальных данных о сечениях. Видно, что все экспериментальные данные группируются возле равноценных универсальных зависимостей 1 и 2.

Вопрос, насколько хорошо выражение типа (2.38) описывает ионизацию из возбужденных состояний, остается открытым, поскольку в этом случае нет столь богатого выбора экспериментальных данных для сравнения.

Наиболее полные и подробные формулы для сечений и скоростей ионизации приведены в [9]. Они получены путем аппроксимации данных расчетов в борновском приближении и содержат три числовых параметра. Для этих параметров составлены подробные таблицы.

2.2.3. *Возбуждение колебательных и вращательных состояний молекул электронным ударом*

В общих чертах наиболее эффективный механизм возбуждения колебательных уровней состоит в следующем. Электрон захватывается молекулой, образуя автоионизационное состояние отрицательного иона. Автоионизационное состояние распадается на свободный электрон и молекулу в колебательно-возбужденном состоянии. Сечение возбуждения колебаний зависит от соотношения между временем жизни резонансного уровня и периодом колебаний. Если отношение больше единицы, то до распада иона успевает произойти несколько колебаний ядер и теряется «память» об исходном колебательном состоянии. Распад может произойти по любому разрешенному каналу. Сечение возбуждения колебаний обладает при этом резко выраженной зависимостью от энергии. Этот случай реализуется для молекул N_2 и CO .

На рис. 2.11 дана зависимость сечения возбуждения от энергии для различных колебательных уровней азота. Максимум сечения возбуждения смещается в сторону больших энергий по мере роста колебательного числа.

Если же отношение времени жизни резонансного уровня к периоду колебаний мало, зависимость сечения от энергии становится плавной. Этот случай реализуется для молекул H_2 и CO_2 .

На рис. 2.12, заимствованном из работы [56], представлена зависимость сечения неупругого рассеяния электронов на молекуле CO_2 . Видно, что сечения не носят явно выраженного резонансного характера. Более подробная информация о сечениях возбуждения колебаний электронным ударом содержится в [14, 56].

На рис. 2.13 приведены скорости возбуждения колебательных уровней ряда молекул по данным работ [57—59], соответствующие максвелловскому распределению по энергиям.

Обсудим возбуждение электронами вращательных степеней свободы молекул. При малых энергиях электронов сечения возбуждения вращений поддаются теоретическому расчету. В этом

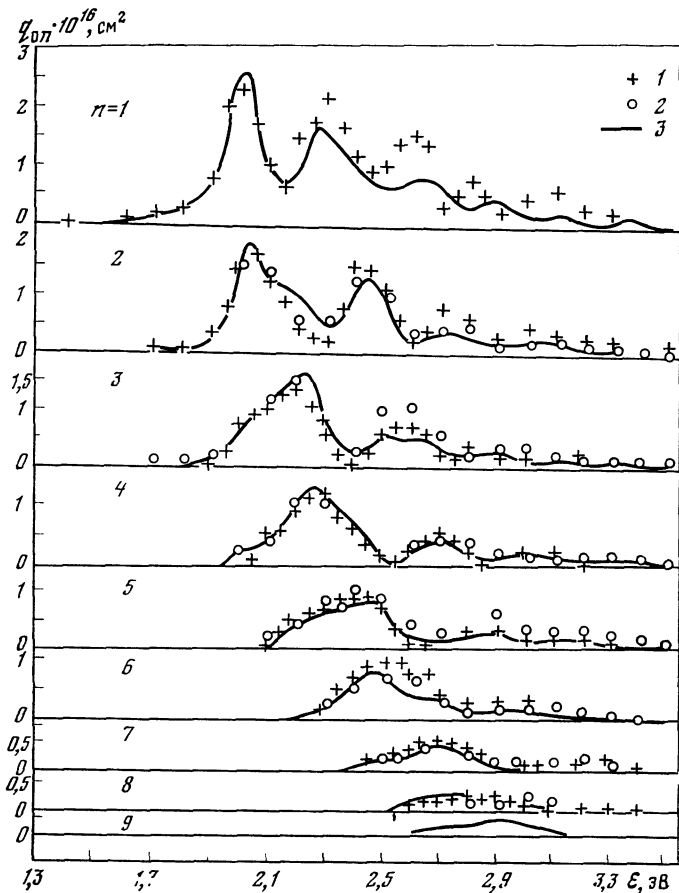


Рис. 2.11. Сечение возбуждения колебательных уровней в азоте электронами q_{0n} ($n = 1, 2, \dots, 9$)

1, 2 — эксперимент [53, 54] соответственно (углы рассеяния 72 и 0°), 3 — расчет [55]

случае взаимодействие электрона с молекулой, вызывающее вращательный переход, носит дальнедействующий характер и определяется электрическими параметрами молекулы. Для линейной дипольной молекулы сечение возбуждения вращательного уровня медленным электроном равно [60]

$$q(j \rightarrow j+1, \varepsilon) = \frac{4\pi d^2}{3\varepsilon a_0} \frac{j+1}{2j+1} \ln \frac{\sqrt{\varepsilon} + \sqrt{\varepsilon'}}{\sqrt{\varepsilon} - \sqrt{\varepsilon'}}. \quad (2.40)$$

Здесь $j, j+1$ — вращательное квантовое число молекулы до и после столкновения, ε — энергия налетающего электрона, a_0 — радиус Бора, d — дипольный момент молекулы, $\varepsilon' = \varepsilon - 2B(j+1)$ — энергия электрона после столкновения, B —

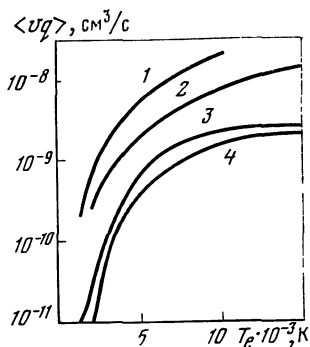
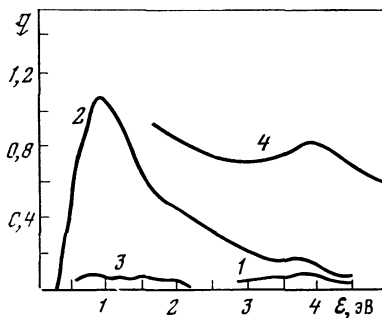


Рис. 2.12. Сечение неупругого рассеяния на молекуле CO_2 по [56]

1—3 — сечения возбуждения уровней 100, 001 и 002 соответственно, 4 — сечение упругого рассеяния. Максимуму кривой 2 соответствует сечение примерно 3 \AA^2

Рис. 2.13. Скорость возбуждения колебательных уровней молекул электронным ударом (распределение по энергиям — максвелловское)

1 — CO , $\sum_{n>1} \langle vq_{0n} \rangle$ [57]; 2 — CO_2 , $\langle vq(00^0-00^01) \rangle$; 3 — N_2 , $\langle vq_{01} \rangle$ [58, 59]; 4 — H_2 , $\langle vq_{01} \rangle$ [57]

вращательная постоянная молекулы, $Bj(j+1)$ — вращательная энергия молекулы до столкновения, а $2B(j+1) = \hbar\omega$ — энергия, передаваемая электроном молекуле на возбуждение вращательного перехода.

Сечение возбуждения квадрупольной молекулы при соударении с медленным электроном [61]

$$q(j \rightarrow j+2, \epsilon) = \frac{8\pi Q^2}{15e^2 a_0^2} \frac{(j+1)(j+2)}{(2j+1)(2j+3)} \sqrt{\frac{\epsilon'}{\epsilon}}, \quad (2.41)$$

где Q — квадрупольный момент молекулы. В табл. 2.12, заимствованной из [7], приведены значения дипольных и квадрупольных моментов ряда молекул.

Сечения дезактивации вращательного уровня можно найти из принципа детального равновесия, который для вращательных переходов можно записать так [6]:

$$\epsilon(2j+1)q(j \rightarrow j', \epsilon) = \epsilon'(2j'+1)q(j' \rightarrow j, \epsilon) \quad (2.42)$$

(j и j' — моменты вращения молекулы до и после столкновения).

2.3. Неупругие столкновения с тяжелыми частицами

В этом разделе рассматриваются неупругие столкновения атомов (ионов) с тяжелыми частицами — ионами, атомами, молекулами. Этот тип столкновений по сравнению со столкновениями с электронами приводит к гораздо большему числу возможных реакций

Таблица 2.12. Значения дипольных и квадрупольных моментов молекул

| Молекула | $d \cdot 10^{18}$, СГСЭ | $Q \cdot 10^{21}$, СГСЭ | Молекула | $d \cdot 10^{18}$, СГСЭ | $Q \cdot 10^{21}$, СГСЭ |
|------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| H ₂ | 0 | 0,6 | CO ₂ | 0 | 4,1 |
| N ₂ | 0 | 1,6 | H ₂ S | 1,2 | — |
| O ₂ | 0 | 1,0 | N ₂ O | 0,17 | 4,2 |
| CO | 0,1 | 2,1 | SO ₂ | 1,62 | — |
| NO | 0,16 | 2,0 | NH ₃ | 1,46 | — |
| HCl | 1,08 | — | C ₂ H ₄ | — | 3,2 |
| H ₂ O | 1,84 | — | | | |

и продуктов этих реакций. Последовательное теоретическое описание столкновений тяжелых частиц с внутренней структурой— весьма сложная задача. Экспериментальные сведения о сечениях столкновений тяжелых частиц отрывочны и немногочисленны. Ввиду важности процессов столкновений с участием тяжелых частиц информация о них непрерывно пополняется [5, 7—9].

При описании столкновений тяжелых частиц важное значение имеет критерий Мессе. Он представляет собой отношение характерных времен (времени столкновения к времени передачи энергии от налетающей частицы). По порядку величины время столкновения равно времени, в течение которого налетающая частица проходит характерное расстояние межатомного потенциала. Если это расстояние a , а скорость относительного движения сталкивающихся частиц v , то время столкновения примерно a/v . Время передачи энергии согласно принципу неопределенности равно $\hbar/\Delta E$. В диапазоне условий, где критерий Мессе $a\Delta E/v\hbar \gg 1$, успевает произойти передача энергии, и такие столкновения называют адиабатическими. При адиабатическом столкновении энергия относительного движения частиц мала и электроны атомов (молекул) успевают «подстраиваться» под изменения межъядерного расстояния во время столкновения без электронных переходов. Эффективное сечение в этих условиях мало. При увеличении v до значений $a\Delta E/v\hbar \sim 1$ столкновение перестает быть адиабатическим, так как время столкновения становится соизмеримым со временем перехода. При больших v , когда $a\Delta E/v\hbar < 1$, время взаимодействия становится слишком коротким для осуществления электронного перехода. Поэтому сечение опять становится малым. Обычно предполагается, что сечение неупругого взаимодействия максимально на границе адиабатичности, когда $a\Delta E/v\hbar \sim 1$. Тогда из критерия Мессе легко получить простую оценку величины энергии частиц, при которой сечение неупругого процесса максимально:

$$E_{qm} \sim \frac{M}{2} (a\Delta E/\hbar)^2, \quad (2.13)$$

где M — приведенная масса частиц.

Если представить $a \sim pa_0$, p — число порядка единицы, то величину E_{q_m} можно записать так:

$$E_{q_m} \sim Ry \frac{M}{m} \left(\frac{\Delta E}{Ry} \right)^2.$$

Поскольку $M/m > 2000$, то при характерных для низкотемпературной плазмы энергиях $E < 10$ эВ столкновения тяжелых частиц эффективны лишь при малых ΔE ($\Delta E \ll Ry$). Заметим, что при таком анализе не учитываются процессы типа резонансных. Перейдем к обсуждению процессов возбуждения и тушения уровней при столкновениях тяжелых частиц.

2.3.1. Возбуждение и тушение

Возбуждение и тушение уровней при столкновениях с атомами идут по схеме



Вероятности переходов $w_{kn}^a = n_a \langle v_a q_{kn}^a \rangle$ (n_a — концентрация атомов, v_a — относительная скорость атомов, q_{kn}^a — сечение неупругого процесса $k \rightarrow n$, вызванного столкновением с атомом, усреднение проводится по максвелловскому распределению с T). Вероятности прямых и обратных процессов связаны соотношением детального равновесия при атомарной температуре

$$(n_k)_a w_{kn}^a = (n_n)_a w_{nk}^a,$$

где $(n_k)_a$ и $(n_n)_a$ — бoльцмановские населенности уровней k и n при атомарной температуре.

Обсудим некоторые экспериментальные и расчетные данные, касающиеся сечений возбуждения при атом-атомных столкновениях.

В работах [62—64] в результате обработки экспериментов по нарастанию ионизации за фронтом ударной волны были получены значения скорости возбуждения из основного состояния при столкновении атомов инертных газов. Поскольку температуры были невелики по сравнению с энергией возбуждения, то для расчета скорости возбуждения оказалось возможным аппроксимировать сечение прямой, идущей с некоторым наклоном из пороговой энергии $q_{kn} = a (\epsilon - \Delta E_{kn})$. В этом случае (см. (2.14)) легко показать, что скорость возбуждения определяется выражением

$$w_{kn}^a = (2/\sqrt{\pi}) n_a \sqrt{2T/M} a T \exp(-\Delta E_{kn}/T) (2 + \Delta E_{kn}/T).$$

Из этой формулы, если известны w_{kn}^a , ΔE_{kn} и температура газа, легко найти a — наклон зависимости q (ϵ) при пороговой энер-

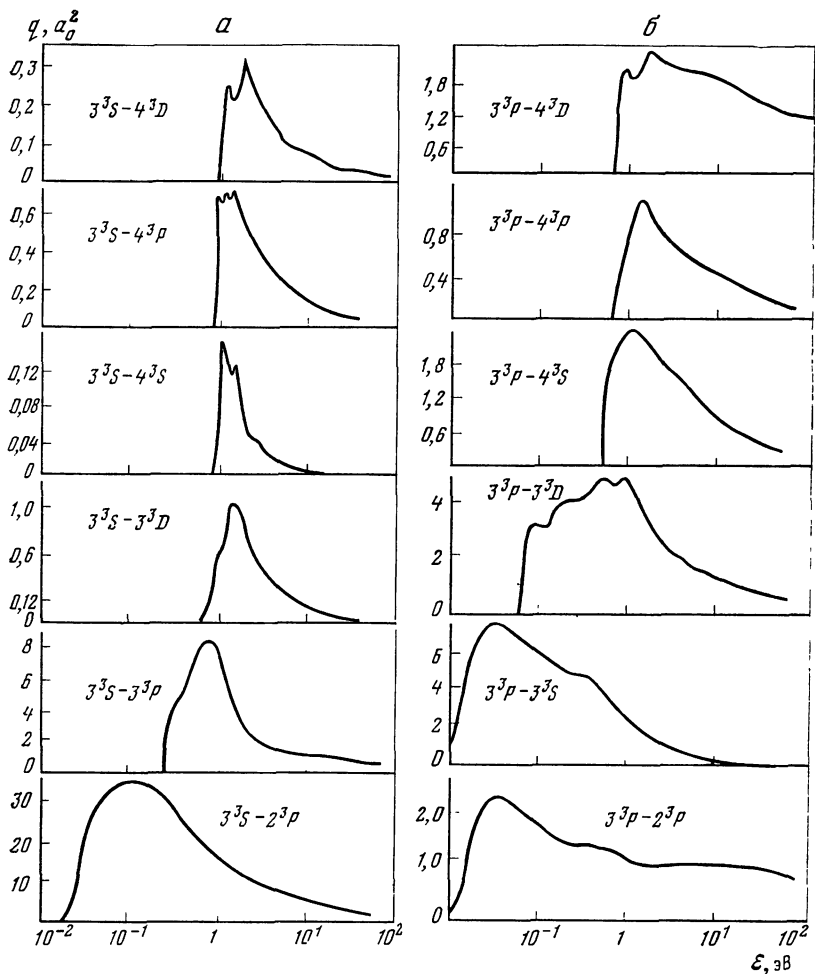


Рис. 2.14. Сечение возбуждения атома гелия в 3^3S - (а) и 3^3P -состояниях (б) при столкновении с атомом гелия в основном состоянии по данным [65]

гии. Величины a для различных инертных газов приводятся в табл. 2.13.

Сопоставим значения сечений, получающихся при линейной аппроксимации, считая, что энергия сталкивающихся частиц на 1 эВ превышает пороговое значение. Из табл. 2.13 следует, что величины сечений имеют порядок $10^{-19} - 10^{-20}$ см².

В работе [65] рассчитаны сечения возбуждения и тушения атома гелия в различных возбужденных состояниях при столкновении с атомом гелия в основном состоянии 1^1S_0 . На рис. 2.14 приведены некоторые данные. Сечения даны в единицах $a_0^2 = 2,8 \cdot 10^{-17}$ см². Сечения растут с уменьшением разности энергии между

Таблица 2.13. Значения наклона сечения при пороговой энергии в атом-атомных столкновениях

| Газ | α , см ² эВ | Литература | Газ | α , см ² эВ | Литература |
|-----|-------------------------------|------------|-----|-------------------------------|------------|
| Ar | 1,2 ⁻¹⁹ | [62] | Kr | 1,4 ⁻¹⁹ | [63] |
| Xe | 1,8 ⁻²⁰ | [62] | Ar | 2,5 ⁻²⁰ | [64] |

Таблица 2.14. Сечения столкновений атом — атом для гелия, усредненные по максвелловскому распределению в единицах 10⁻¹⁶ см² [65]

| Переход | T, K | | | | | | | | | |
|-------------------------------------|-----------------|------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|--|
| | 100 | 200 | 300 | 400 | 600 | 800 | 1000 | 2000 | 5000 | |
| 3 ¹ S — 2 ³ P | 1,16 | 1,00 | 5,83 | 6,92 | 8,0 | 8,42 | 8,53 | 7,89 | 5,82 | |
| 3 ³ S — 3 ³ P | 0 | 0 | 2 ⁻⁴ | 2 ⁻³ | 0,03 | 0,10 | 0,21 | 0,85 | 1,47 | |
| 3 ³ S — 3 ³ D | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 ⁻⁵ | 9 ⁻⁵ | 7 ⁻³ | 0,08 | |
| 3 ¹ P — 2 ¹ P | 0,33 | 0,52 | 0,57 | 0,57 | 0,55 | 0,53 | 0,51 | 0,45 | 0,38 | |
| 3 ¹ P — 3 ³ S | 1,01 | 1,62 | 1,78 | 1,81 | 1,77 | 1,71 | 1,65 | 1,42 | 0,94 | |
| 3 ¹ P — 3 ³ D | 3 ⁻³ | 0,08 | 0,23 | 0,37 | 0,59 | 0,73 | 0,83 | 1,08 | 1,18 | |
| 3 ³ D — 2 ¹ P | 0,13 | 0,11 | 0,09 | 0,08 | 0,07 | 0,07 | 0,07 | 0,08 | 0,11 | |
| 3 ³ D — 3 ³ S | 0 | 0 | 0 | 5 ⁻⁵ | 7 ⁻⁴ | 3 ⁻³ | 6 ⁻³ | 3 ² | 5 ⁻² | |
| 3 ³ D — 3 ¹ P | 1,10 | 1,16 | 1,04 | 0,95 | 0,84 | 0,78 | 0,75 | 0,76 | 0,78 | |

Примечание. Сечения менее 10⁻⁴ см² считались равными нулю.

уровнями. Так, сечение для перехода 3³S—3³D в максимуме равно примерно a_0^2 . Для перехода с большей разностью энергии между уровнями 3³S—4³D сечение в максимуме уменьшается примерно втрое. Величина сечения больше для оптически разрешенных переходов. Наибольшее абсолютное из рассмотренных переходов значение имеет сечение тушения при переходе 3³S—2³P, в максимуме оно достигает значения примерно $30a_0^2$.

В табл. 2.14 приводятся сечения, усредненные по максвелловскому распределению атомов

$$\bar{q}_{kn} = \int_{\Delta E_{kn}}^{\infty} f(\varepsilon) \sqrt{\varepsilon} q_{kn}(\varepsilon) d\varepsilon.$$

Как видно из табл. 2.14, сечение перехода 3³S—2³P в зависимости от температуры меняется от 1 до $6 \cdot 10^{-16}$ см². Для сравнения укажем, что усредненное сечение перехода 3³S — 2³P при столкновении с электронами при $T_e = 5000$ K, оцененное в приближении Бете—Борна, имеет порядок 10^{-14} см².

В табл. 2.15 приводятся сечения \bar{q} и $q(\Delta E_{kn} + T)$, рассчитанные Коэнном, и сечения, измеренные Тетером с сотр. в [66]

Таблица 2.15. Теоретические [65] и экспериментальные [66] значения сечений столкновений атом — атом при $T = 320\text{K}$

| Переход | $\bar{q} \cdot 10^{14}, \text{см}^2$ | | $q \cdot 10^{11}, \text{см}^2$ |
|---------------|--------------------------------------|----------|--------------------------------|
| | Эксперимент | Расчет | Расчет |
| $3^3P - 3^3S$ | $2,9 \pm 0,3$ | 1,8 | 2,2 |
| $3^3D - 3^3S$ | 0,01 | 6^{-6} | 0 |
| $3^3P - 3^3D$ | $0,067 \pm 0,005$ | 0,26 | 0 |
| $3^3D - 3^3P$ | $0,62 \pm 0,05$ | 1,02 | 1,09 |

путем селективного оптического возбуждения различных состояний гелия. Видно, что согласие вполне удовлетворительное.

Сечения столкновений двух атомов гелия, вызывающих переходы между близкими уровнями, были оценены в экспериментальной работе [67]. Измерение распределения населенностей возбужденных атомов показало, что близкие уровни находятся в относительном равновесии между собой при температуре газа. Согласно [67], сечение существенно зависит от ΔE и при $\Delta E = 0,05 \text{ эВ}$ достигает значений $20 \cdot 10^{-16} \text{ см}^2$.

Сечения столкновений и скорости процессов для атома водорода при столкновениях атом — атом рассчитывались в [68]. Рассматривались столкновения атомов водорода в нормальном и возбужденных состояниях $\text{H}_1 + \text{H}_3 \rightarrow \text{H}_1 + \text{H}_2$, $\text{H}_1 + \text{H}_4 \rightarrow \text{H}_1 + \text{H}_3$, где индексы 1, 2, 3 и 4 соответствуют главным квантовым числам. Некоторые результаты приводятся в табл. 2.16. Из таблицы видно, что сечения имеют порядок $\pi a_0^2 \approx 10^{-16} \text{ см}^2$.

Приведенные выше результаты по столкновениям атом — атом дают определенное представление об этих процессах, но они совершенно недостаточны для задач кинетики, в которых необходим достаточно полный набор вероятностей w_{kn}^a . В отличие от вероятностей, описывающих неупругие столкновения атомов с электронами, для расчета w_{kn}^a не развито достаточно надежных полуэмпирических методов. Существующие выражения носят частный характер и имеют ограниченную область применимости.

Таблица 2.16. Значения сечений и скоростей тушения уровней в атом — атомных столкновениях [68]

| $T, \text{эВ}$ | $q/\pi a_0^2$ | $\langle qv \rangle, \text{см}^3/\text{с}$ | $T, \text{эВ}$ | $q/\pi a_0^2$ | $\langle qv \rangle, \text{см}^3/\text{с}$ |
|----------------|---------------|--|----------------|---------------|--|
| Переход 3 → 2 | | | Переход 4 → 3 | | |
| 0,05 | 0,6 | $0,6^{-11}$ | 0,05 | 1,4 | $1,5^{-11}$ |
| 0,1 | 0,64 | $0,9^{-11}$ | 0,1 | 1,43 | $1,8^{-11}$ |
| 0,2 | 0,69 | $1,3^{-11}$ | 0,2 | 1,45 | $2,6^{-11}$ |
| 0,5 | 0,75 | $2,1^{-11}$ | 0,5 | 1,52 | $3,1^{-11}$ |
| 1,0 | 0,90 | — | 1,0 | 1,60 | — |

Обсудим одно из этих выражений, позволяющее оценить эффективность атом-атомных столкновений.

В [69] вероятности переходов w_{kn}^a вычислялись в так называемом полуквантовом приближении. Оно состоит в том, что электрон и ион атома рассматриваются как классические частицы. Вычисляется вероятность $w^i(E_k, E_n)$ того, что при столкновении с третьей частицей внутренняя энергия пары электрон—ион изменится от начального значения E_k до конечного значения, заключенного в интервале $(E_n, E_n + dE)$. При вычислении этой вероятности проводится усреднение по функции распределения скоростей атомного электрона, которая находится на основе классических представлений. Вероятности w_{kn}^a и $w^i(E_k, E_n)$ связаны простым соотношением

$$w_{kn}^a = \left| \frac{dE_n}{dn} \right| w^i(E_k, E_n). \quad (2.45)$$

В [69] для $w^i(E_k, E_n)$ получено довольно громоздкое выражение, которое использовалось для расчета коэффициента рекомбинации по схеме электрон—ион—атом (см. далее гл. 6). В [70] выражение удалось несколько упростить, и тогда

$$w^i(E_k, E_n) = \frac{4\sqrt{2} q \sqrt{M} n_a}{3mT^{1/2} \sqrt{\pi}} \int_0^\infty \frac{x^{3/2}}{(1+x)^3} e^{-\gamma x} dx, \quad (2.46)$$

где $\gamma = M(E_k - E_n)^2 / 16 m T E_k$, q — транспортное сечение упругого рассеяния электрона на атоме. Это выражение будет использовано в гл. 6 при расчете коэффициента рекомбинации.

До сих пор рассматривались столкновения, при которых налетающая частица полагалась бесструктурной. При некоторых типах столкновений структура тяжелой частицы имеет большое значение, в частности при тушении возбужденных состояний атома молекулами. Процессы тушения резонансно-возбужденных состояний атома щелочного металла при соударении с молекулой хорошо изучены [8]. В табл. 2.17, заимствованной из [8], приводятся экспериментальные значения сечений, полученные в пламени при $T \simeq 1400$ К. Из таблицы видно, что сечения имеют порядок газокинетических.

Таблица 2.17. Значения сечений тушения резонансно-возбужденных состояний атома (Å)² при соударении с молекулами в пламени при $T \sim 1400$ К [71—73]

| Молекула | Возбужденный атом | | | | |
|----------------|-------------------|----------|---------|---------|---------|
| | Li (2P) | Na (3P) | K (4P) | Rb (5P) | Cs (6P) |
| H ₂ | 16,3 | 9,0±0,3 | 3,2±0,1 | 1,9±0,3 | 5,3±0,9 |
| N ₂ | 21,2 | 21,8±0,5 | 18±1 | 19±2 | 78±19 |
| O ₂ | — | 39±2 | 49±5 | 78±16 | — |

Совсем немногочисленны данные по взаимодействию возбужденных атомов. В качестве примера отметим работу [74], где измерялось в плазме послесвечения сечение взаимодействия двух атомов неона в состояниях $2p^5\ ^3P_2$ и $\ ^3P_1$, конечные состояния частиц после столкновения не идентифицировались. Уровень $\ ^3P_2$ является метастабильным, а $\ ^3P_1$ — излучающим. Усредненное сечение взаимодействия атомов в состояниях $\ ^3P_2$ и $\ ^3P_1$ при температуре 300 К оказалось равным $(1,6 \pm 0,5) 10^{-14}$ см². Значение коэффициента скорости, соответствующего этому процессу, равно $\langle qv \rangle \sim (1,3 \pm 0,4) 10^{-9}$ см³/с.

2.3.2. Ионизация и трехчастичная рекомбинация

Ионизация частицы А тяжелой частицей В идет по схеме



Обратный процесс называется трехчастичной рекомбинацией. Атом k может находиться в основном или возбужденном состояниях. Ионизация из основного состояния связана с большим порогом и малоэффективна. На рис. 2.15 приведены сечения ионизации при столкновении двух атомов гелия [75] в зависимости от $\epsilon - E_1$ (E_1 — энергия ионизации атома). Сечение резко падает при уменьшении энергии и при $\epsilon - E_1 = 30$ эВ равно примерно $4 \cdot 10^{-20}$ см². На этом же рисунке для сравнения нанесено сечение ионизации молекулы N_2 при столкновении с молекулой N_2 . Как видно, оно значительно больше сечения He—He.

Оценку сечения ионизации высоковозбужденного атома при столкновении с тяжелыми частицами можно выполнить на основе формул, приведенных в [8]. Эти сечения получены из рассмотрения модельной задачи, когда ионизация происходит в результате упругого рассеяния слабосвязанного электрона на атоме. В этом случае сечение равно

$$q = q_0 f(x), \quad x = 2mv_a^2/E, \\ f(x) = \begin{cases} (128/15\pi) x^{3/2}, & x \ll 1, \\ 1 - 1/x, & x \gg 1, \end{cases} \quad (2.48)$$

где E — энергия связи электрона в атоме, q_0 — полное сечение упругого рассеяния электрона на атоме, v_a — скорость слабосвязанного электрона в атоме. При этом структура тяжелой частицы во внимание не принималась.

Структура частиц, ионизирующих высоковозбужденный атом, оказывается существенной при столкновениях этого атома с молекулами. В этом случае процесс ионизации определяется преимущественно неупругим рассеянием слабосвязанного электрона на молекуле. При комнатных температурах молекулы находятся в возбужденных вращательных состояниях. Переход молекулы в менее возбужденное вращательное состояние в процессе соударения с сильно возбужденным атомом приводит к ионизации пос-

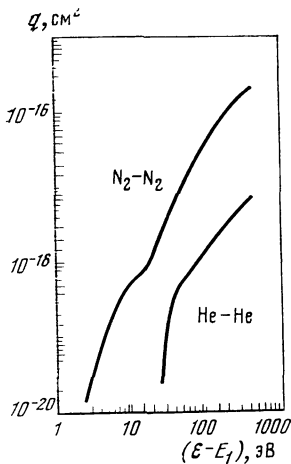
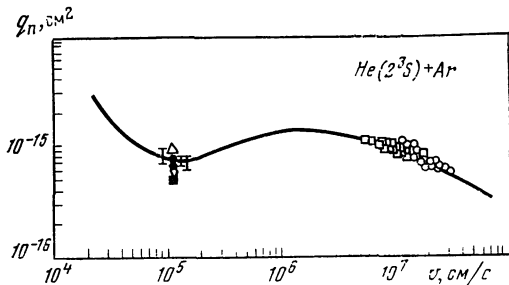


Рис. 2.15. Сечения ионизации при столкновении атомов He в зависимости от $\varepsilon - E_1$

Рис. 2.16. Зависимость сечения процесса Пеннинга He (2^3S) + Ar от скорости соударения частиц

Линия — расчет [76], точки — эксперимент из [8]



ледного, если энергия вращательного перехода превышает энергию связи электрона в атоме. Формулы для сечений этих процессов можно найти в [8].

Процесс ионизации в атом-атомных столкновениях протекает намного эффективнее, если сталкиваются два различных атома A и B, причем энергия возбуждения атома A превышает потенциал ионизации атома B. Схема этого процесса такова



Если атом A_k находится в метастабильном состоянии, то этот процесс носит название эффекта Пеннинга. Эффект Пеннинга достаточно подробно изучен. В монографии [8] собраны экспериментальные данные, полученные при тепловых энергиях.

На рис. 2.16 представлена зависимость сечения пеннинговского процесса He (2^3S) + Ar от относительной скорости сталкивающихся частиц. Нанесены экспериментальные данные из [8] и расчетные значения согласно [76], которые хорошо согласуются друг с другом.

2.3.3. Ассоциативная ионизация и диссоциативная рекомбинация

Процесс соударения двух атомов, при котором образуются молекулярный ион и электрон, называется ассоциативной ионизацией. Встречный процесс называется диссоциативной рекомбинацией. Схема процессов такова:



Ассоциативная ионизация и диссоциативная рекомбинация во

многих случаях определяют скорость образования заряженных частиц в высокотемпературном газе и плазме. Так, ассоциативная ионизация является основным механизмом начальной стадии ионизации в горячем атомарном слабоионизованном газе, образующемся, например, за фронтом ударной волны. Она может играть важную роль в развитии пробоя газа. Диссоциативная рекомбинация протекает при наличии в составе плазмы молекулярных ионов. Это один из самых быстрых рекомбинационных процессов. Величины d достигают значений 10^{-6} см³/с. Коэффициенты β_k^a и d_k связаны соотношением

$$\beta_k^a = d_k \left[\frac{(n_k^0)_a (n_B^0)_a}{(n_{AB^+}^0)_a (n_e^0)_a} \right]^{-1}, \quad (2.50)$$

где $(n_k^0)_a$, $(n_B^0)_a$, $(n_{AB^+}^0)_a$, $(n_e^0)_a$ — равновесные при температуре тяжелых частиц концентрации компонент, участвующих в реакции (2.49).

Механизм диссоциативной рекомбинации и ассоциативной ионизации схематично основан на следующих представлениях. Рекомбинирующий электрон захватывается на автоионизационный уровень нестабильной молекулы $A_k B$. Далее этот электрон за счет автоионизационного распада уровня переходит в основное состояние. Методы расчета сечений этих процессов сводятся, во-первых, к определению автоионизационных состояний, образующихся при столкновении молекулярного иона и электрона, из которых возможен спонтанный диссоциативный распад, во-вторых, к расчету времени автоионизации и времени разлета ядер A_k и B . При этом необходимо знать потенциальные кривые молекулярных ионов и молекул. Наибольшие затруднения возникают при определении типа участвующих в процессе нестабильных автоионизационных состояний и нахождении их потенциальных кривых. Это приводит к тому, что большинство данных по сечениям и скоростям ассоциативной ионизации и диссоциативной рекомбинации получается из эксперимента.

Некоторые данные представлены в табл. 2.18 и 2.19, заимствованных из [77, 78]. В табл. 2.18 приведены скорости ассоциативной ионизации в гелии и аргоне. В табл. 2.19 аналогичные данные приведены для цезия. Видно, что скорость ассоциативной ионизации сильно зависит от состояний взаимодействующих атомов. В настоящее время накоплен значительный материал по коэффициентам диссоциативной рекомбинации различных молекулярных ионов и электронов преимущественно в холодном газе. При этом, как правило, измеряется суммарная скорость диссоциативной рекомбинации на различные возбужденные состояния атома (соответствующие экспериментальные данные приведены также в разд. 6.1.4).

В литературе появляются данные о скоростях диссоциативной рекомбинации на отдельные состояния атомов. В [84] было показано, что в результате диссоциативной рекомбинации ионов Ne_2^+

Таблица 2.18. Значения скоростей ассоциативной ионизации с участием возбужденных атомов при $T = 300\text{K}$

| Процесс | $\beta_k^a \cdot 10^{10}, \text{ см}^3/\text{с}$ | |
|-------------------------------------|--|-----------------|
| He (1^1S_0) + He (3^1P) | 8,35, | $0,55 \pm 0,18$ |
| He (1^1S_0) + He (3^1D) | 88, | $3,5 \pm 0,7$ |
| He (1^1S_0) + He (3^3P) | 0,35, | $0,28 \pm 0,02$ |
| He (1^1S_0) + He (3^3D) | 3,5, | $0,80 \pm 0,09$ |
| Ar (3^1S_0) + Ar ($4d_{1/2}$) | 0,3 | |
| Ar (3^1S_0) + Ar ($6s_{3/2}$) | 0,69 | |

Примечание. Значения β_k^a для столкновений He—He взяты из [79] и [80] соответственно, а для Ar—Ar — из [81].

Таблица 2.19. Значения скоростей ассоциативной ионизации для цезия при $T = 500\text{K}$ [78]

| Процесс | $\beta_k^a, \text{ см}^3/\text{с}$ | | | Процесс | $\beta_k^a, \text{ см}^3/\text{с}$ | | |
|----------|------------------------------------|------------------------|----------------------|----------|------------------------------------|----------------------|--------------------|
| | [82] | [83] | [78] | | [82] | [83] | [78] |
| $7P-6S$ | — | — | $1,6 \cdot 10^{-14}$ | $5D-6P$ | — | $8 \cdot 10^{-11}$ | $1 \cdot 10^{-10}$ |
| $6P-6P$ | $2 \cdot 10^{-13}$ | $1,6 \cdot 10^{-13}$ | $2,5 \cdot 10^{-13}$ | $7D-6S$ | $1,2 \cdot 10^{-10}$ | $4 \cdot 10^{-11}$ | — |
| $8P-6S$ | $1,2 \cdot 10^{-12}$ | $1,6 \cdot 10^{-11}$ | $8 \cdot 10^{-12}$ | $8D-6S$ | $1 \cdot 10^{-10}$ | $6 \cdot 10^{-11}$ | — |
| $9P-6S$ | — | — | $2 \cdot 10^{-11}$ | $9D-6S$ | — | $4 \cdot 10^{-11}$ | — |
| $10P-6S$ | — | } $1,2 \cdot 10^{-10}$ | — | $10D-6S$ | — | } $6 \cdot 10^{-11}$ | — |
| $11P-6S$ | — | | — | $11D-6S$ | — | | |
| $12P-6S$ | — | | — | $8S-6S$ | $\leq 1 \cdot 10^{-11}$ | | — |
| $6D-6S$ | $\leq 1 \cdot 10^{-12}$ | — | $9 \cdot 10^{-13}$ | $9S-6S$ | $\leq 1 \cdot 10^{-10}$ | — | — |

и Ar_2^+ образуются возбужденные атомы Ne_k с энергиями возбуждения $E_1 - E_k = 18,3 \div 18,92$ эВ и $\text{Ar}_k - E_1 - E_k = 13,2 \div 13,4$ эВ. Рекомбинация иона Ne_2^+ приводит к образованию возбужденных атомов гелия He (3^3S) и He (2^3P) [85], а иона O_2^+ — атомов O ($3P$), O ($1D$) и O ($1S$) в отношении 1 : 0,9 : 0,21 [86].

Состояния атомов и молекул, образующихся в результате диссоциативной рекомбинации, необходимо знать для описания дальнейшей кинетики рекомбинации. Кроме того, этот процесс служит мощным источником возбужденных атомов и сильно влияет на распределение атомов по возбужденным состояниям в целом (см. далее гл. 5).

2.3.4. Процессы образования молекулярных ионов

Молекулярные ионы образуются при ассоциативной ионизации, но это не единственный процесс, в результате которого они возникают в плазме. В плотных слабоионизованных газах весьма

эффективен процесс конверсии атомарных ионов в молекулярные. Этот процесс протекает по схеме



где c_1 — скорость конверсии, c_2 — скорость разрушения молекулярного иона при столкновении с частицей X. При наличии термодинамического равновесия между ионами и атомами отношение равновесных концентраций атомарных и молекулярных ионов можно оценить по следующей формуле [8]:

$$\frac{(n_A^+)^0}{(n_{AB}^+)^0} = \frac{1}{n_B^0 R_0^3} \exp(-E_D/T). \quad (2.52)$$

Здесь R_0 — расстояние порядка размеров молекулярного иона, E_D — энергия диссоциации молекулярного иона. Оценки, выполненные по (2.52), показывают, что при давлении $p > 0,5$ атм и $T < 2000$ К большинство ионов являются молекулярными, если энергия диссоциации последних составляет десятки доли электронвольта. В атомарном газе ионы, образующиеся при ионизации атомов, как правило, первоначально являются атомарными. Но затем, если плотность газа достаточно велика, происходит их быстрое превращение в молекулярные. Оценку скорости конверсии можно провести в случае конверсии атомарного иона в собственном газе ($A^+ + 2A \rightarrow A_2^+ + A$). Если допустить, что потенциал взаимодействия иона с атомом является поляризационным, т. е. $u(R) = -\alpha e^2/2R^4$ (α — поляризуемость атома), то с точностью до постоянного множителя p коэффициент конверсии равен [8]

$$c_1 = p (\alpha e^2)^{5/4} / (M^{1/2} T^{3/4}). \quad (2.53)$$

Коэффициент конверсии имеет размерность см⁶/с. Константа p , найденная путем сопоставления значения, получаемого по фор-

Таблица 2.20. Экспериментальные и расчетные значения скорости конверсии атомарных ионов в молекулярные при комнатных температурах

| Процесс | $c_1 \cdot 10^{31}$, см ⁶ /с | Литература |
|--------------------------------------|--|------------|
| $He^+ + 2He \rightarrow He_2^+ + He$ | 0,63 | [87] |
| $Ne^+ + 2Ne \rightarrow Ne_2^+ + Ne$ | 0,41(0,61) | [88] |
| $Ar^+ + 2Ar \rightarrow Ar_2^+ + Ar$ | 3(2,1) | [89] |
| $Xe^+ + 2Xe \rightarrow Xe_2^+ + Xe$ | 3,6(2,7) | [90] |
| $Hg^+ + 2Hg \rightarrow Hg_2^+ + Hg$ | 1(2,7) | [91] |
| $Cs^+ + 2Cs \rightarrow Cs_2^+ + Cs$ | 150 | [92] |

Примечание. Экспериментальное значение c_1 для Hg получено при $T = 300$ К, расчетное — при $T = 700$ К.

муле (2.53), с экспериментом, оказалась равной 24. Скорость конверсии иона гелия, полученная экспериментально, при $T = 300$ К равна $1,1 \cdot 10^{-31}$ см⁶/с. Столь высокое значение p получается и теоретически (см. подробнее [8]). В табл. 2.20 приводятся экспериментальные данные по скорости конверсии атомарных ионов в молекулярные, заимствованные из [8]. Теоретические оценки скорости конверсии по формуле (2.55) указаны в скобках. Более подробные данные по скоростям конверсии и их температурной зависимости содержатся в [8].

2.3.5. Перезарядка

Перезарядка при атомных столкновениях идет по следующей схеме:



Согласно этому электрон от атома A переходит к иону B^+ . Процесс столкновения атома A в состоянии k с ионом того же атома A^+ называют резонансной перезарядкой



Для кинетики процессов, сопровождающихся изменениями внутренних состояний частиц, большой интерес представляет нерезонансная перезарядка (2.54).

Метод расчета сечения нерезонансной перезарядки при малых скоростях столкновения по сравнению с характерными электронными скоростями изложен в [7]. При этом рассматривается переход электрона от одного ионного остова к другому на больших, по сравнению с атомными размерами, расстояниях между ядрами.

На рис. 2.17, *a* представлены экспериментальные данные по сечениям перезарядки иона рубидия на атоме цезия и иона цезия

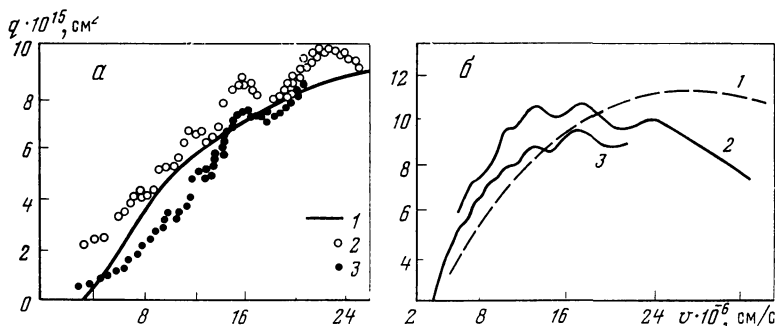


Рис. 2.17. Сечения перезарядки иона рубидия на атоме цезия и иона цезия на атоме рубидия (*a*), а также иона калия на атоме рубидия и сечение обратного процесса (*б*)

1 — расчет [7], 2, 3 — эксперимент [93] $Rb^+ + Cs$ и $Cs^+ + Rb$ (*a*), а также $K^+ + Rb \rightarrow K + Rb^+$ и $Rb^+ + K \rightarrow Rb + K^+$ (*б*)

на атоме рублидия. Здесь же нанесена расчетная кривая, полученная на основе формулы Розена—Зинера [7].

На рис. 2.17, б проведено подобное сопоставление для процесса $K^+ + Rb \rightleftharpoons K + Rb^+$. Как видно из рис. 2,17, а, б, сечения перезарядки достигают значений порядка 10^{-14} см². Важно отметить, что перезарядка — быстрый процесс, скорость которого определяет температура тяжелых частиц. Перезарядка влияет на ионный состав в смеси частично ионизованных газов и при $T \neq T_e$ приводит к неравновесным эффектам (см. далее гл. 4). Процессы перезарядки имеют часто важное значение при определении коэффициентов диффузии ионов [8].

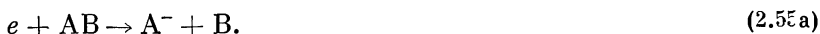
2.3.6. Образование отрицательных ионов

В частично ионизованной плазме при низких температурах могут в заметном количестве образовываться отрицательные ионы, которые становятся основными носителями отрицательного заряда плазмы. Присутствие отрицательных ионов существенно сказывается на различных электрокинетических характеристиках, таких, как электропроводность, скорость ионизации и рекомбинации, скорость диффузии зарядов. Процессы с участием отрицательных ионов описаны в ряде работ [8, 94, 95].

Основной величиной, характеризующей отрицательный ион, является энергия сродства к электрону атома или молекулы. Она численно равна энергии, которую надо сообщить электрону, чтобы оторвать его от атома или молекулы.

В табл. 2.21, заимствованной из [94], приводятся энергии сродства электрона к некоторым атомам и молекулам. Чем больше энергия связи электрона в отрицательном ионе, тем в более широкой области параметров существует этот отрицательный ион.

Отрицательные ионы могут образовываться за счет различных процессов. Важнейшим из них является диссоциативное прилипание к молекуле



Этот процесс носит резонансный характер. При соударении электрона с молекулой образуется автоионизационное состояние отрицательного и молекулярного ионов. Такое состояние может распасться на атом и отрицательный ион атома. Если энергия сродства электрона к молекуле превышает энергию ее диссоциации, то данный процесс идет без порога, что имеет место при прилипании электрона к молекулам галогенов. Характерные значения скорости прилипания в этом случае имеют порядок 10^{-9} — 10^{-11} см³/с, а соответствующие сечения несколько единиц на 10^{-18} см².

В газе с большой плотностью отрицательные ионы образуются также и в тройных столкновениях

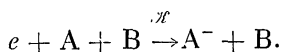


Таблица 2.21. Значения энергии сродства атомов и молекул к электрону

| Отрицательный ион | Энергия, эВ | Отрицательный ион | Энергия, эВ |
|-----------------------------------|-------------|-----------------------------|-------------|
| Атом | | Молекула | |
| H ⁻ (¹ S) | 0,75 | O ₂ ⁻ | 0,43±0,02 |
| He ⁻ (4P) | 0,076 | OH ⁻ | 1,83±0,04 |
| Li ⁻ (¹ S) | 0,62 | NH ⁻ | 0,38±0,03 |
| O ⁻ (² P) | 1,46 | SO ⁻ | 1,09±0,05 |
| Na ⁻ (¹ S) | 0,546 | | |

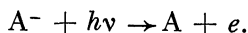
Таблица 2.22. Значения константы скорости тройного прилипания электрона к молекулам при тепловых энергиях

| Процесс | $\mathcal{K} \cdot 10^{31}$, см ³ /с |
|---|--|
| $e + O_2 + He \rightarrow O_2^- + He$ | 0,33 |
| $e + O_2 + Ne \rightarrow O_2^- + Ne$ | 0,23 |
| $e + O_2 + Ar \rightarrow O_2^- + Ar$ | 0,5 |
| $e + 2CO \rightarrow CO^- + CO$ | 2,7 |
| $e + N_2O + N_2 \rightarrow N_2O^- + N_2$ | 0,03 |

Некоторые значения константы скорости \mathcal{K} тройного прилипания электрона к молекуле, заимствованные в сокращенном виде из [94], приводятся в табл. 2.22. Как видно из таблицы, характерные значения этой константы лежат в диапазоне $(0,03 \div 3) \cdot 10^{-31}$ см³/с.

При столкновении отрицательного иона с атомами и молекулами в газе может происходить разрушение первых. В реакции, обратной (2.55а), осуществляется отрыв электрона от отрицательного иона и ассоциация частиц А и В. Примером подобной реакции может служить процесс $O^- + CO \rightarrow CO_2 + e$. Скорость этого процесса при комнатной температуре составляет $6 \cdot 10^{-10}$ см³/с, дефект энергии — 4 эВ.

Другим механизмом разрушения отрицательных ионов является их фотораспад. Схема процесса



Реакция протекает с порогом. Для многих отрицательных ионов характерно, что сечение фотораспада быстро возрастает в районе порога, достигая характерных значений 10^{-17} см², а затем его зависимость от энергии поглощаемого фотона носит более плавный характер.

Радиационное прилипание электрона к молекуле или атому — процесс, детально обратный фотораспаду отрицательного иона. Сечения этого процесса невелики и составляют $10^{-21} - 10^{-23}$ см², поэтому этот процесс имеет существенное значение в разреженной плазме, реализующейся в астрофизических условиях.

2.4. Элементарные радиационные процессы

Радиационные процессы делятся на спонтанные и вынужденные. Первые зависят только от свойств излучающей системы. Вторые — еще и от плотности излучения в интервале частот, соответствующем рассматриваемому переходу. Радиационные процессы играют важную роль в кинетике заселения возбужденных состояний, в процессах ионизации и рекомбинации. Их значение возрастает по мере уменьшения плотности плазмы и снижения частоты столкновительных процессов. Начнем с радиационных процессов, возникающих при переходах между дискретными состояниями атомных систем, так называемых связанно-связанных переходов.

2.4.1. Связанно-связанные переходы

Между дискретными энергетическими уровнями атома возможны три типа радиационных переходов — спонтанное излучение, вынужденное излучение и поглощение. При спонтанном излучении атом, находящийся в состоянии k с энергией связи E_k , самопроизвольно переходит в более низкое энергетическое состояние m с энергией связи $E_m > E_k$. При этом происходит излучение фотона частоты $\omega_{km} = (E_m - E_k)/\hbar$. Вероятность спонтанного излучения определяется коэффициентом Эйнштейна

$$A_{km} = \frac{4\omega_{km}^3}{3\hbar c^3} |D_{km}|^2 g_m, \quad (2.56)$$

где g_m — статистический вес конечного состояния, D_{km} — матричный элемент дипольного момента атомной системы,

$\mathbf{D} = \sum_{s=1}^N e\mathbf{r}_s$ — оператор дипольного момента, вектор \mathbf{r}_s определяет положение s -электрона атома относительно ядра. Вероятность спонтанного перехода измеряется в с⁻¹. Наряду с A_{km} в атомной спектроскопии для описания интенсивности радиационных переходов используется безразмерная величина — сила осциллятора f_{mk} . Она связана с матричным элементом дипольного момента атомной системы соотношением

$$-f_{km} = \frac{2m}{3\hbar e^2} \frac{\omega_{km}}{g_k} |D_{km}|^2, \quad k > m.$$

По определению сила осциллятора в случае излучения отрицательна. При поглощении ($k < m$) она положительна. Силы осциллятора для поглощения и излучения связаны формулой

$$-g_k f_{km} = g_m f_{mk}.$$

Вероятность спонтанного перехода выражается через силу осциллятора в поглощении

$$A_{km} = \frac{2e^2\omega_{km}^2 g_m}{mc^3 g_k} f_{mk}. \quad (2.57)$$

В удобном для расчетов виде имеем

$$A_{km} = 3,79 \cdot 10^9 \frac{(E_k - E_m)^2}{\text{Ry}^2} |f_{km}|. \quad (2.58)$$

Здесь A_{km} измеряется в с^{-1} . Методы расчета сил осцилляторов подробно изложены в [13]. Наиболее полные таблицы сил осцилляторов приводятся в [96]. Если для каких-либо переходов данные о силах осцилляторов отсутствуют, можно воспользоваться таблицами Бейтса—Даамгард, приведенными в [13].

Силы осциллятора удовлетворяют правилам сумм, важнейшим из которых является точное соотношение

$$\sum_m f_{km} = N \quad (2.59)$$

(N — полное число электронов в атомной системе). Для атома водорода и одноэлектронных ионов $N = 1$. Суммирование в (2.59) проводится по всем дискретным состояниям и состояниям непрерывного спектра. Причем учитываются переходы всех атомных электронов, включая электроны внутренних оболочек.

Использование правила сумм в такой общей постановке затруднительно, поэтому обычно рассматривают переходы одного валентного электрона. Для таких одноэлектронных переходов правила сумм носят приближенный характер [13].

Так, для переходов с уровня электронной конфигурации, содержащих, кроме заполненных оболочек, группу \tilde{N} эквивалентных электронов, правило сумм имеет вид

$$\sum_m f_{km} = \tilde{N}.$$

Для одного электрона вне заполненных оболочек

$$\sum_m f_{km} = 1. \quad (2.60)$$

Кроме того, в этом случае также полезным оказывается правило сумм

$$\sum_m f_{km} (E_m - E_k) \approx \frac{4}{3} (-E_k). \quad (2.61)$$

Доказательство приводится в [97]. Некоторые другие правила сумм можно найти в [4].

Для сил осцилляторов весьма полезной оказывается квазиклассическая формула Крамерса для водородоподобного атома. Рассматривается переход между состояниями с главными квантовыми числами k и m , усредненный по остальным квантовым

числам. Для такого перехода

$$f_{km} \simeq \frac{32}{3\pi} \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{1}{k^5} \frac{1}{m^3} \frac{1}{(1/k^2 - 1/m^2)^2} \simeq 3,92 \frac{1}{k^5} \frac{1}{m^3} \left(\frac{E_k - E_m}{Ry} \right)^{-3}. \quad (2.62)$$

Погрешность значений сил осциллятора при расчетах по этой формуле для водородного атома не превышает 30% при всех значениях k и m . Используя (2.57) и (2.62), получаем для A_{km} в c^{-1}

$$A_{km} = \frac{1,6 \cdot 10^{10} Z^4}{k^3 m (k^2 - m^2)}. \quad (2.63)$$

Из (2.63) вытекает, что для переходов на нижние уровни $m \ll k$

$$A_{k, m \ll k} \simeq 1,6 \cdot 10^{10} Z^4 / (k^5 m); \quad (2.64)$$

на близлежащее нижнее состояние

$$A_{k, k-1} \simeq 0,8 \cdot 10^{10} Z^4 / k^5. \quad (2.65)$$

При $m \simeq k/\sqrt{3}$ величина $A_{k, m}$ достигает минимального значения

$$(A_{km})_{\min} = A_{k, k/\sqrt{3}} \simeq 4,15 \cdot 10^{10} Z^4 / k^6. \quad (2.66)$$

Отсюда вытекает следующее распределение вероятностей спонтанных переходов с рассматриваемого уровня k . Наиболее вероятен радиационный переход в основное состояние. Вдвое меньшей вероятностью обладает переход на соседний нижележащий уровень $k \rightarrow k-1$ и на уровень $m=2$. Переходы в состояния $k-1 > m > 2$ еще менее вероятны. Если фиксировано нижнее состояние m , то наиболее вероятен на него переход с ближайшего вышележащего уровня $m+1$ (2.65). Вероятности переходов с уровней $n > m+1$ являются намного меньшими.

Суммарную вероятность радиационного распада уровня k можно оценить так [9]:

$$A_k = \sum_{m < k} A_{km} = \frac{1,6 \cdot 10^{10} Z^4}{k^5} \ln \frac{k^2 - k}{2}. \quad (2.67)$$

Формулы (2.62) и (2.63) дают удовлетворительную оценку для сил осцилляторов и вероятностей переходов неводородоподобных атомов и ионов, если для описания переходов воспользоваться эффективными квантовыми числами $k^* = \sqrt{Z^2 Ry / E_{k^*}}$, где E_{k^*} — энергия связи реального уровня многоэлектронного атома (иона).

До сих пор речь шла о вероятностях переходов, формально записанных для монохроматических частот. В действительности при переходе из одного дискретного состояния в другое излучается целый спектр частот, обусловленный различными процессами уширения спектральных линий. Распределение интенсивности в спектральной линии характеризуется нормированной на единицу величиной ϵ_ω — формой спектральной линии ($\int d\omega \epsilon_\omega = 1$). Интегрирование ведется по области частот вблизи максимума интенсивности линии. Форма линии, обусловленная столкновением атома в данном состоянии n с другими частицами, яв-

ляется дисперсионной и определяется выражением

$$\epsilon_{\omega} = \frac{\gamma}{2\pi} \frac{1}{(\omega - \Delta - \omega_0)^2 + (\gamma/2)^2}, \quad (2.68)$$

где ω_0 соответствует центру линии, γ , Δ — полуширина и сдвиг спектральной линии. Если основной причиной уширения являются столкновения с электронами, то $\gamma \sim n_e$. При преобладании столкновений с тяжелыми частицами — $\gamma \sim n_a$. Другой механизм уширения связан с тепловым движением излучающих атомов и изменением частоты вследствие эффекта Доплера. Форма спектральной линии при доплеровском механизме уширения является гауссовой и определяется выражением

$$\epsilon_{\omega} = \frac{1}{\sqrt{\pi} \Delta \nu_D} \exp \left[- \left(\frac{\omega - \omega_0}{\Delta \omega_D} \right)^2 \right]. \quad (2.69)$$

Здесь $\Delta \omega_D = \omega_0 v_a / c$, $v_a = \sqrt{2T/M}$ — средняя тепловая скорость излучающего атома, ω_0 — невозмущенная частота перехода. Иногда влияние столкновений и влияние теплового движения на форму спектральной линии сравнимы. Тогда ϵ_{ω} определяется так называемым фойгтовским профилем

$$\epsilon_{\omega} = \frac{\gamma}{2\pi} \frac{1}{\sqrt{\pi}} \frac{1}{v_a} \int_0^{\infty} \frac{\exp(-v/v_a)^2 dv}{(\omega - \Delta - \omega_0 v/c)^2 + (\gamma/2)^2}. \quad (2.70)$$

Интеграл здесь выражается через интеграл вероятности от комплексного аргумента. Эта функция хорошо исследована, и таблицы ее значений и асимптотические формулы для различных предельных случаев содержатся в [98]. Современное состояние теории уширения спектральных линий отражено в [9].

Обсудим теперь вынужденные радиационные процессы — поглощение и вынужденное испускание. Они протекают при наличии в среде электромагнитного излучения с частотой ω_{km} , соответствующей рассматриваемому переходу $k \rightarrow m$. Это излучение характеризуется объемной спектральной плотностью U_{ω} , т. е. энергией электромагнитного поля, приходящейся на единицу объема в единичном интервале частот. Тогда количество переходов из нижнего состояния m в верхнее k за счет поглощения электромагнитного излучения с плотностью U_{ω} равно

$$n_m U_{\omega} B_{mk} \epsilon_{\omega} \quad (2.71)$$

(n_m — концентрация атомов на нижнем поглощающем уровне, B_{mk} — коэффициент Эйнштейна для поглощения). Число актов вынужденного испускания соответственно определяется величиной

$$n_k U_{\omega} B_{km} \epsilon_{\omega}$$

(n_k — концентрация атомов на верхнем уровне, B_{km} — коэффициент Эйнштейна для вынужденного испускания). Между коэф-

коэффициентами Эйнштейна существует связь

$$A_{km} = \frac{\hbar\omega^3}{\pi^2c^2} B_{km} = \frac{\hbar\omega^3}{\pi^2c^2} \frac{g_m}{g_k} B_{mk}, \quad (2.72)$$

где g_k и g_m — статистические веса уровней k и m . Аналогично столкновительным процессам для радиационных также можно ввести сечение поглощения. Эта величина определяется как отношение поглощаемой энергии $\hbar\omega U_\omega \varepsilon_\omega B_{mk}$ к плотности потока падающей энергии cU_ω , т. е.

$$q_{mk}(\omega) = \frac{\hbar\omega \varepsilon_\omega B_{mk}}{c} = \frac{g_k}{g_m} A_{km} \frac{\pi^2c^2}{\omega^2} \varepsilon_\omega. \quad (2.73)$$

С учетом вынужденного испускания сечение поглощения имеет вид

$$q_{mk}(\omega) = \frac{g_k}{g_m} A_{km} \frac{\pi^2c^2}{\omega^2} \left(1 - \frac{g_m}{g_k} \frac{n_k}{n_m} \right) \varepsilon_\omega. \quad (2.74)$$

Важным понятием является k_ω — коэффициент поглощения излучения частоты ω :

$$k_\omega = n_m q_{mk}(\omega). \quad (2.75)$$

Он имеет размерность см^{-1} и показывает, как происходит ослабление интенсивности I_ω пучка света, распространяющегося вдоль оси x :

$$I_\omega(x) = I_\omega(0) \exp(-k_\omega x). \quad (2.76)$$

Из (2.74) следует, что если

$$\frac{n_k}{n_m} \frac{g_m}{g_k} > 1, \quad (2.77)$$

то k_ω станет отрицательным и будет происходить не ослабление распространяющегося излучения, а его усиление. Условие (2.77) называют условием возникновения инверсной заселенности уровней.

2.4.2. Фотоионизация и радиационная рекомбинация

Фотоионизацией называют процесс поглощения атомом электромагнитного излучения, в результате которого атом превращается в положительный ион. Встречный процесс, при котором электрон и ион образуют атом, испуская при этом электромагнитное излучение, называют радиационной рекомбинацией. Схематически эти процессы можно записать как



Скорости фотоионизации и радиационной рекомбинации $A_{k\varepsilon}$ и A_{ek} выражаются через соответствующие сечения $q_{k\varepsilon}^R$ и q_{ek}^R . Аналогично коэффициенту поглощения при дискретных переходах вводится коэффициент поглощения $k_\omega = n_k q_{k\varepsilon}^R(\omega)$, характеризующий фотоионизацию атома в состоянии k излучением различных частот. Скорость радиационной рекомбинации на уровень k из всех состояний континуума $A_{ek} = \langle v q_{\varepsilon k}^R(v) \rangle$, где скобками отмечено усреднение по функции распределения электронов по скоростям. Скорость электрона, частота излучаемого фотона и энергии связи уровня k связаны законом сохранения энергии в элементарном акте

$$\varepsilon + E_k = \hbar\omega, \quad \varepsilon = mv^2/2.$$

Поэтому усреднение по скоростям рекомбинирующих электронов при рекомбинации в k -состояние эквивалентно усреднению по частотам излучаемых фотонов. Для водородоподобных систем сечения фотоионизации и фоторекомбинации можно вычислить по формулам Крамерса.

Сечение фоторекомбинации

$$q_{ek}^R = \pi a_0^2 \frac{32Z^4 Ry^2}{3\sqrt{3}(137)^3 \hbar\omega k^3 \varepsilon} \quad (2.79)$$

(Z — заряд атомной системы). С помощью этой формулы легко получить выражение для скорости фоторекомбинации на уровень k

$$\begin{aligned} A_{ek} &= \int_0^\infty d\varepsilon f(\varepsilon) \sqrt{\frac{2\varepsilon}{m}} \sqrt{\varepsilon} q_{ek}^R(\varepsilon) = \\ &= \frac{64\sqrt{\pi} a_0 \hbar Z}{3\sqrt{3} m (137)^3} u_k^{3/2} [-e^{u_k} \text{Ei}(u_k)], \end{aligned} \quad (2.80)$$

где $u_k = Z^2 Ry / (k^2 T_e)$, $-\text{Ei}(-x)$ — интегральная экспонента. Из (2.80) следует, что если $u_k \gg 1$, то $A_{ek} \sim 1/k$, а при $u_k \ll 1$ $A_{ek} \sim 1/k^3$.

В табл. 2.23 приводятся величины A_{ek} для водородного атома, заимствованные из статьи Бейтса и Далгарно в [4].

Коэффициент фотопоглощения атомом в k -состоянии излучения частоты ω определяется выражением

$$k_\omega = \frac{128\pi}{3\sqrt{3}} \left(\frac{1}{137}\right)^3 a_0^2 \left(\frac{Ry}{\hbar\omega}\right)^3 Z^4 \frac{n_k}{k^5} \quad (2.81)$$

(n_k — концентрация атомов на уровне k). Коэффициент фотопоглощения или соответствующее сечение максимальны при пороговой энергии E_k , с ростом частоты они убывают, как $1/\omega^3$.

Для расчетов сечений фотоионизации и фоторекомбинации неводородоподобных атомов можно воспользоваться методом Берджеса и Ситона. Этот метод является обобщением метода расчета сил осцилляторов Бейтса—Даамгардт на связанно-свободные переходы. Расчетные формулы и необходимые таблицы приведены в [13].

Таблица 2.23. Значения коэффициента A_{ek} (в см³/с) на k -уровень водородного атома

| k | Т, К | | | | | | | | | | | |
|-----------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|--|--|--|
| | 250 | 500 | 1000 | 2000 | 4000 | 8000 | 16000 | 32000 | 64000 | | | |
| 1 | 1,02 ⁻¹² | 7,17 ⁻¹³ | 5,07 ⁻¹³ | 3,56 ⁻¹³ | 2,5 ⁻¹³ | 1,74 ⁻¹³ | 1,20 ⁻¹³ | 8,02 ⁻¹⁴ | 5,19 ⁻¹⁴ | | | |
| 2 | 5,66 ⁻¹³ | 3,98 ⁻¹³ | 2,79 ⁻¹³ | 1,94 ⁻¹³ | 1,32 ⁻¹³ | 8,80 ⁻¹⁴ | 5,03 ⁻¹⁴ | 3,42 ⁻¹⁴ | 1,95 ⁻¹⁴ | | | |
| 3 | 3,9 ⁻¹³ | 2,72 ⁻¹³ | 1,88 ⁻¹³ | 1,28 ⁻¹³ | 8,44 ⁻¹⁴ | 5,33 ⁻¹⁴ | 3,19 ⁻¹⁴ | 1,80 ⁻¹⁴ | 9,46 ⁻¹⁵ | | | |
| 4 | 2,95 ⁻¹³ | 2,04 ⁻¹³ | 1,4 ⁻¹³ | 9,23 ⁻¹⁴ | 5,86 ⁻¹⁴ | 3,53 ⁻¹⁴ | 2,00 ⁻¹⁴ | 1,06 ⁻¹⁴ | 5,33 ⁻¹⁵ | | | |
| 5 | 2,36 ⁻¹³ | 1,62 ⁻¹³ | 1,08 ⁻¹³ | 6,99 ⁻¹⁴ | 4,29 ⁻¹⁴ | 2,48 ⁻¹⁴ | 1,35 ⁻¹⁴ | 6,87 ⁻¹⁵ | 3,32 ⁻¹⁵ | | | |
| 6 | 1,96 ⁻¹³ | 1,33 ⁻¹³ | 8,7 ⁻¹⁴ | 5,48 ⁻¹⁴ | 3,26 ⁻¹⁴ | 1,82 ⁻¹⁴ | 9,53 ⁻¹⁵ | 4,71 ⁻¹⁵ | 2,22 ⁻¹⁵ | | | |
| 7 | 1,66 ⁻¹³ | 1,11 ⁻¹³ | 7,16 ⁻¹⁴ | 4,39 ⁻¹⁴ | 2,54 ⁻¹⁴ | 1,38 ⁻¹⁴ | 7,02 ⁻¹⁵ | 3,39 ⁻¹⁵ | 1,56 ⁻¹⁵ | | | |
| 8 | 1,43 ⁻¹³ | 9,46 ⁻¹⁴ | 5,99 ⁻¹⁴ | 3,59 ⁻¹⁴ | 2,02 ⁻¹⁴ | 1,07 ⁻¹⁴ | 5,34 ⁻¹⁵ | 2,53 ⁻¹⁵ | 1,14 ⁻¹⁵ | | | |
| 9 | 1,25 ⁻¹³ | 8,17 ⁻¹⁴ | 5,08 ⁻¹⁴ | 2,98 ⁻¹⁴ | 1,64 ⁻¹⁴ | 8,51 ⁻¹⁵ | 4,16 ⁻¹⁵ | 1,93 ⁻¹⁵ | 8,66 ⁻¹⁶ | | | |
| 10 | 1,11 ⁻¹³ | 7,13 ⁻¹⁴ | 4,36 ⁻¹⁴ | 2,51 ⁻¹⁴ | 1,35 ⁻¹⁴ | 6,88 ⁻¹⁵ | 3,31 ⁻¹⁵ | 1,52 ⁻¹⁵ | 6,72 ⁻¹⁶ | | | |
| 11 | 9,88 ⁻¹⁴ | 6,27 ⁻¹⁴ | 3,77 ⁻¹⁴ | 2,13 ⁻¹⁴ | 1,13 ⁻¹⁴ | 5,65 ⁻¹⁵ | 2,68 ⁻¹⁵ | 1,22 ⁻¹⁵ | 5,33 ⁻¹⁶ | | | |
| 12 | 8,87 ⁻¹⁴ | 5,56 ⁻¹⁴ | 3,29 ⁻¹⁴ | 1,83 ⁻¹⁴ | 9,53 ⁻¹⁵ | 4,71 ⁻¹⁵ | 2,21 ⁻¹⁵ | 9,89 ⁻¹⁶ | 4,30 ⁻¹⁶ | | | |
| $\sum_k A_{ek}$ | 4,84 ⁻¹² | 3,12 ⁻¹² | 1,99 ⁻¹² | 1,26 ⁻¹² | 7,85 ⁻¹³ | 4,83 ⁻¹³ | 2,93 ⁻¹³ | 1,73 ⁻¹³ | 1,00 ⁻¹³ | | | |

2.5. Средняя энергия, передаваемая атому при столкновениях

Ранее были рассмотрены основные элементарные процессы, определяющие кинетику низкотемпературной плазмы.

В некоторых случаях в кинетические уравнения входят величины, усредненные по совокупности элементарных процессов. Вычисление этих величин должно предшествовать решению самого уравнения. В этом разделе рассматриваются примеры расчета кинетических характеристик, определяемых совокупностью элементарных процессов. Речь идет о средней энергии, передаваемой атому в результате множества различных столкновительных процессов, о среднем квадрате энергии и некоторых других величинах. Подобный расчет не является кинетической задачей (поскольку величины не зависят от неизвестных функций распределения частиц), поэтому целесообразнее рассмотреть эти вопросы в данном разделе.

2.5.1. Обмен энергией при упругих столкновениях атомов с электронами

Рассмотрим обмен энергией поступательного движения электронного газа температуры T_e с атомарным, температура которого T . Предположим, что происходит упругое столкновение электрона (масса m) с энергией относительного движения ϵ и атома массы M . Из законов сохранения импульса и энергии следует, что атому передается энергия, равная

$$\frac{2m}{M} (1 - \cos \theta) \epsilon. \quad (2.82)$$

Для нахождения средней энергии, передаваемой в упругом столкновении, умножим (2.82) на относительную скорость v и на дифференциальное сечение упругого рассеяния dq . После интегрирования по углам получим

$$\frac{2m}{M} \epsilon v q(\epsilon), \quad (2.83)$$

где $q(\epsilon)$ — транспортное сечение.

Усреднение (2.83) по функции распределения электронов по энергиям (см. далее разд. 7.1) приводит к следующему выражению для средней энергии, передаваемой атому в упругих столкновениях с электронами в единицу времени:

$$\langle \Delta \epsilon \rangle = \frac{3m}{M} (T_e - T) \bar{v}, \quad (2.84)$$

$$\bar{v} = \frac{2n_e}{3T_e} \int_0^{\infty} f_0(\epsilon) \sqrt{\frac{2\epsilon}{m}} q(\epsilon) \epsilon^{3/2} d\epsilon.$$

Здесь \bar{v} — эффективная частота соударений, связанная с обменом энергией (см. далее (7.29)), $f_0(\epsilon)$ — функция распределения элект-

ровов по энергиям. Из (2.82) следует, что вследствие резкого различия масс m и M обмен энергией между электронами и атомами затруднен (в каждом столкновении передается лишь малая часть (m/M) избыточной энергии). Этим определяется появление «отрыва» электронной температуры в разряде низкого давления (см. далее разд. 4.1). Выражение (2.84) остается справедливым и при $T > T_e$, в этом случае оно определяет скорость нагрева электронного газа ².

2.5.2. Обмен энергией

при неупругих столкновениях электронов с атомами

Средняя энергия, передаваемая атому в k -состоянии при неупругих столкновениях с электронами определяется выражением

$$\frac{d \langle \Delta E_k \rangle}{dt} = \sum_m (E_m - E_k) w_{km} \quad (2.85)$$

где w_{km} — вероятность неупругого перехода $k \rightarrow m$. Для задач кинетики представляет интерес и средний квадрат передаваемой энергии

$$\frac{d \langle \Delta E_k^2 \rangle}{dt} = \sum_m (E_m - E_k)^2 w_{km}. \quad (2.86)$$

Представим w_{km} в виде

$$w_{km} = n_e \langle v q_{km} \rangle, \quad q_{km} = \int dq_{km} \quad (2.87)$$

(dq_{km} — дифференциальное сечение неупругого процесса $k \rightarrow m$). Воспользуемся для дифференциального сечения неупругого рассеяния борновским приближением [99]

$$dq_{km} = 8\pi \left(\frac{e^2}{\hbar v} \right)^2 \frac{dq}{q^3} \left| \int \sum_{s=1}^N e^{i\mathbf{q}\mathbf{r}_s} \Psi_k^* \Psi_m d\tau \right|^2. \quad (2.88)$$

Здесь \mathbf{q} — волновой вектор, так что $\hbar\mathbf{q}$ представляет импульс, передаваемый электроном атому при столкновении, \mathbf{r}_s — радиус-вектор атомного электрона, причем начало координат выбрано в ядре атома, Ψ_k^* , Ψ_m — волновые функции атома в k - и m -состояниях, $d\tau$ — элемент конфигурационного пространства N электронов атома. Используя (2.88) и (2.87) и подставляя их в (2.85), придем к выражению, в котором возникает сумма

$$\sum_m (E_m - E_k) \left| \left[\sum_{s=1}^N \exp(i\mathbf{q}\mathbf{r}_s) \right]_{mk} \right|^2, \quad (2.89)$$

где

$$\left| \left[\sum_{s=1}^N \exp(i\mathbf{q}\mathbf{r}_s) \right]_{mk} \right|^2 = \left| \int \sum_{s=1}^N \exp(i\mathbf{q}\mathbf{r}_s) \Psi_k^* \Psi_m d\tau \right|^2.$$

² Такие условия возникают, например, за фронтом ударной волны.

Сумма (2.89) вычисляется в общем виде (см. гл. 18 [99]), если исключить из рассмотрения область совсем малых углов между векторами \mathbf{q} и \mathbf{r}_s . Эта сумма равна

$$\sum_m (E_m - E_k) \left| \left[\sum_{s=1}^N \exp(i\mathbf{q}\mathbf{r}_s) \right]_{mk} \right|^2 = \frac{N\hbar^2 q^2}{2m}. \quad (2.90)$$

В (2.90) входит N — полное число электронов в атомной системе. Эта же величина входила в (2.59) для суммы сил осцилляторов. Все сказанное для N при обсуждении (2.59) в равной степени относится и к (2.90). В частности, если речь идет об одном валентном электроном вне заполненного остова, то $N \simeq 1$. Этот случай и будет рассматриваться в дальнейшем. Используя (2.90), находим

$$\sum_m (E_m - E_k) dq_{km} = 4\pi \frac{e^4}{mv^2} \frac{dq}{q}. \quad (2.91)$$

Выражение необходимо проинтегрировать по dq . При этом возникает расходящийся интеграл. Для его вычисления необходимо ввести искусственное ограничение пределов интегрирования. Обозначим

$$\int_{q_{\min}}^{q_{\max}} \frac{dq}{q} = \ln \frac{q_{\max}}{q_{\min}} = \Lambda_k, \quad q_{\min}, q_{\max} — \text{минимальное и максимальное}$$

значения переданного импульса, зависящие от состояния рассматриваемого атома k . Умножим (2.91) на v и усредним по скоростям налетающих электронов, что сводится к усреднению v^{-1} по максвелловскому распределению

$$\langle 1/v \rangle = \sqrt{2m/(\pi T_e)}.$$

Далее вычисляем

$$\frac{d \langle \Delta E_k \rangle}{dt} = \int \sum_m (E_m - E_k) dq_{km} = \frac{4\sqrt{2\pi}e^4 \Lambda_k n_e}{\sqrt{mT_e}}. \quad (2.92)$$

Величину Λ_k называют кулоновским логарифмом для связанного состояния k . Она зависит от отношения максимального и минимального значений импульсов, передаваемых атому в неупругих столкновениях. По порядку $q_{\min} \sim \Delta E_k / (\hbar v)$, где ΔE_k — наиболее вероятная энергия, передаваемая атому в состоянии k . С другой стороны, $q_{\max} \sim mv/\hbar$. Поэтому $\Lambda_k = \ln(q_{\max}/q_{\min}) \sim \ln(\epsilon / \Delta E_k)$. Средняя энергия налетающих частиц $\epsilon \sim T_e$. Анализ данных по вероятностям неупругих столкновений показывает (см. подразд. 2.1.2), что при взаимодействии свободного электрона со связанным наиболее вероятна передача энергии порядка расстояния между соседними уровнями, т. е. $\Delta E_k \sim (E_k - E_{k+1})$. Поэтому

$$\Lambda_k \simeq \ln \left(c \frac{T_e}{\Delta E_k} \right),$$

где константа c не вычисляется в общем виде. Можно получить полуэмпирические значения Λ_k . Для этого воспользуемся тем, что

$$\frac{d}{dt} \langle \Delta E_k \rangle = \sum_m (E_m - E_k) w_{km} \simeq (E_{k+1} - E_k) w_{k, k+1}.$$

Откуда

$$\Lambda_k \simeq \frac{|E_{k+1} - E_k| w_{k, k+1} \sqrt{mT_e}}{4 \sqrt{2\pi n_e e^4}}.$$

По известным экспериментальным или расчетным значениям сечений $q_{k, k+1}$ можно вычислить $w_{k, k+1} = n_e \langle \nu q_{k, k+1} \rangle$, а затем определить Λ_k . Оказывается, что Λ_k зависит в основном от параметра $T_e / \Delta E_k$. Эта зависимость универсальна для различных переходов в атомах (см. далее рис. 4.4).

Напомним, что логарифмическая расходимость возникает и при вычислении транспортного сечения рассеяния электрона на ионе (см. разд. 2.1). При этом также возникает кулоновский логарифм λ , имеющий характерные значения порядка десяти. Кулоновские логарифмы для связанных состояний значительно меньше. Характерное значение Λ_k для возбужденных состояний составляет 0,2. Для $\Delta E \sim Ry$ характерное значение Λ_k составляет несколько сотых. Значения кулоновских логарифмов при столкновениях свободных электронов со связанными электронами атомов малы по сравнению с кулоновскими логарифмами, возникающими при столкновении свободных частиц. Эта малость вызвана следующим обстоятельством. Для того чтобы передача энергии от свободного электрона к связанному была эффективной, свободный электрон должен приблизиться к связанному на расстояние, при котором его энергия взаимодействия с последним превышает передаваемую энергию. Это приводит к ограничению области эффективных прицельных параметров при столкновении свободного электрона со связанным. При столкновении свободных частиц такого ограничения нет.

Перейдем к вычислению среднего квадрата энергии, передаваемой в единицу времени атому в k -состоянии при неупругих столкновениях с электронами. Воспользуемся соотношениями (2.86), (2.87), но для дифференциального сечения рассеяния — приближением Бете—Борна. Для этого в общей формуле борновского приближения (2.88) разложим экспоненту по степеням q при малых q :

$$\exp(iq\mathbf{r}_s) \simeq 1 + iq\mathbf{r}_s = 1 + iqx_s$$

(x_s — проекция вектора \mathbf{r}_s на направление q). Тогда

$$dq_{km} = 8\pi \left(\frac{e^2}{\hbar v} \right)^2 \frac{dq}{q} |(D_x)_{km}|^2, \quad (2.93)$$

где $D_x = \sum_{s=1}^N ex_s$ — x -компонента дипольного момента атома, $(D_x)_{km}$ — соответствующий матричный элемент.

Рассмотрим сумму

$$\sum_m (E_m - E_k)^2 \left| \left(\sum_s x_s \right)_{km} \right|^2. \quad (2.94)$$

Пусть рассматриваемая система термов образуется за счет взаимодействия одного валентного электрона с ионным остовом (одно электронное приближение). Тогда сумму по s в (2.94) можно опустить. Для вычисления суммы по m воспользуемся связью матричного элемента некоторого оператора \hat{f} , зависящего от координаты, и его производной по времени $\dot{\hat{f}}$

$$(\dot{\hat{f}})_{km} = -\frac{i}{\hbar} (E_m - E_k) (\hat{f})_{km}.$$

Применим это соотношение дважды к оператору x , получим

$$\begin{aligned} \sum_m (E_m - E_k) |x_{km}|^2 &= -\frac{\hbar^2}{m^2} \sum_{n'} (p_x)_{kn'} (p_x)_{n'k} = \\ &= -\frac{\hbar^2}{m^2} (p_x p_x^\dagger)_{kk}. \end{aligned}$$

Воспользуемся определением оператора импульса $\hat{p}_x = -i\hbar (d/dx)$. Тогда $p_x p_x^\dagger = \hbar^2 \nabla_x^2$. Матричный элемент оператора $(\hbar^2 \nabla_x^2)_{km} = -2mE\delta_{km}$, что является следствием уравнения Шредингера $(\hbar^2/2m)\nabla^2\Psi = E\Psi$ (Ψ — волновая функция). Из этих соотношений при наличии сферической симметрии вытекает

$$(\hbar^2 \nabla_x^2)_{kk} = \frac{2m}{3} E_k.$$

Поэтому

$$\sum_m (E_{mk} - E_k)^2 |x_{km}|^2 = 2\hbar^2 E_k / 3m. \quad (2.95)$$

С учетом (2.95) вычисление $(d/dt) \langle \Delta E_k^2 \rangle$ сводится к операции

$$\begin{aligned} \frac{d \langle \Delta E_k^2 \rangle}{dt} &= 4\pi n_e \left\langle \frac{2\hbar^2 E_k}{3m} \left(\frac{e^2}{\hbar v} \right)^2 v \frac{dq}{q} \right\rangle = \\ &= 4\pi n_e \frac{2E_k e^4 \Lambda_k}{3m} \left\langle \frac{1}{v} \right\rangle = \frac{8 \sqrt{2\pi} e^4 n_e E_k \Lambda_k}{3 \sqrt{mT_e}}. \end{aligned} \quad (2.96)$$

2.5.3. Коэффициенты диффузии слабосвязанного электрона в энергетическом пространстве атома

Рассмотрим неупругое столкновение высоковозбужденного атома со свободной частицей. Как было показано выше, преобладают переходы на ближайшие энергетические уровни. Это означает, что энергия ΔE , которую атом получает или отдает в каждом столкновении, относительно мала. Вероятности столкновений, при которых энергия приобретает или отдается, близки. Поэтому за сравнительно небольшой промежуток времени состояние атома будет

многократно меняться. Валентный электрон атома как бы диффундирует в энергетическом пространстве атома.

В теории случайных блужданий весьма важной величиной является среднее значение квадрата смещения частицы за интервал времени t . Согласно известному соотношению Эйнштейна в случае одномерного движения имеем

$$\langle \Delta x^2 \rangle = 2Dt. \quad (2.97)$$

Это соотношение можно рассматривать как определение коэффициента диффузии. Дифференцируя его по времени, получаем

$$D = \frac{1}{2} \frac{d \langle \Delta x^2 \rangle}{dt}. \quad (2.98)$$

Аналогично можно поставить вопрос о среднем значении квадрата смещения электрона в энергетическом пространстве атома. По аналогии с (2.98) запишем

$$D(E) = \frac{1}{2} \frac{d \langle \Delta E^2 \rangle}{dt}, \quad (2.99)$$

где $D(E)$ — коэффициент диффузии электрона в энергетическом пространстве атома. Для высоковозбужденных состояний дискретное энергетическое пространство можно считать непрерывным. Вычислим в этом приближении $D(E)$.

Пусть слабосвязанный классический электрон, совершающий медленное движение в поле иона, испытывает столкновения с другими частицами. Его энергия до столкновения равна E , а после столкновения E' . Тогда при каждом столкновении квадрат энергии, передаваемой электрону в единицу времени в единице объема, равен

$$(E - E')^2 | \mathbf{v} - \mathbf{v}_1 | dq(E - E'), \quad (2.100)$$

где v — скорость слабосвязанного электрона до столкновения, v_1 — скорость частицы, с которой происходит соударение, $dq(E - E')$ — дифференциальное сечение столкновения, приводящего к данному изменению энергии. Начальные и конечные скорости слабосвязанного электрона v и v' и налетающей частицы v_1 и v'_1 связаны кинематическим соотношением, характерным для данного типа столкновения. Чтобы перейти от (2.100) к среднему квадрату энергии, передаваемой в единицу времени, нужно выполнить ряд усреднений. Во-первых, усреднить (2.100) по функции распределения налетающих частиц $f(v_1)$, по всевозможным углам рассеяния. Во-вторых, необходимо (2.100) умножить на n_1 — число частиц, с которыми происходят столкновения, и усреднить по функции распределения слабосвязанных электронов. С учетом этого

$$D(E) = \frac{1}{2} \frac{d \langle \Delta E \rangle}{dt} = \frac{n_1}{2} \int (E - E')^2 (\mathbf{v} - \mathbf{v}_1) \times \\ \times f(v_1) f_0(v, r, E) dq(E - E') d\mathbf{v} d\mathbf{r} d\mathbf{v}_1. \quad (2.101)$$

В это выражение входит $f_0(v, r, E)$ — функция распределения слабосвязанного электрона с энергией связи E (взятой по модулю), совершающего финитное движение со скоростью v в поле иона с зарядом Z на расстоянии r от него. Величины E , v и r связаны законом сохранения энергии

$$E - mv^2/2 + Ze^2/r = 0. \quad (2.102)$$

Из закона сохранения энергии следует, что функция распределения слабосвязанных электронов $f_0(v, r, E)$ должна иметь вид

$$f_0(v, r, E) = A \delta(E - mv^2/2 + Ze^2/r). \quad (2.103)$$

Нормировочный множитель A определяется из очевидного условия

$$\int f_0(v, r, E) dv dr = A \int dv dr \delta(E - mv^2/2 + Ze^2/r) = 1.$$

Отсюда находим

$$A = [\int dv dr \delta(E - mv^2/2 + Ze^2/r)]^{-1} = m^{3/2} E^{5/2} / (\sqrt{2} \pi^3 Z^6 e^6). \quad (2.104)$$

Проведем на основе формулы (2.101) расчет коэффициента диффузии слабосвязанного электрона для случаев столкновения с атомами и со свободными электронами.

При столкновении слабосвязанного электрона с атомом скорость последнего мало меняется в результате соударения [100]. Используя это, получим из условия сохранения относительной скорости электрона и атома до и после столкновения

$$|\mathbf{v} - \mathbf{v}_a| = |\mathbf{v}' - \mathbf{v}_a|, \quad (2.105)$$

где \mathbf{v}_a — скорость атома. Откуда находим

$$v^2 - v'^2 = 2v_a(v - v'). \quad (2.106)$$

Подставляя это выражение в (2.101), получим

$$D = \frac{n_a m^2}{2} \int \frac{v_a^2}{3} f(v_a) d\mathbf{v}_a \int d\mathbf{r} d\mathbf{v} \times \\ \times f_0(r, v, E) v \int (\mathbf{v} - \mathbf{v}')^2 dq. \quad (2.107)$$

Поскольку $\langle v_a^2 \rangle = 3T/M$

$$D = \frac{m^2 n_a T}{2M} \int d\mathbf{r} d\mathbf{v} f_0(r, v, E) \int (\mathbf{v} - \mathbf{v}')^2 dq. \quad (2.108)$$

Так как $|\mathbf{v} - \mathbf{v}'| = 2v \sin(\vartheta/2)$, где ϑ — угол рассеяния электрона на атоме, то, вводя транспортное сечение рассеяния электрона на атоме (2.1), получим

$$\int (\mathbf{v} - \mathbf{v}')^2 dq = 2v^2 q. \quad (2.109)$$

Далее проведем усреднение по скоростям v слабосвязанного электрона и функции распределения $f_0(v, r, E)$

$$\int d\mathbf{r} d\mathbf{v} f_0(r, v, E) v^3 = (16/3\pi)(2E/m)^{3/2}. \quad (2.110)$$

Окончательно

$$D(E) = 64 \sqrt{2} n_a q E^{3/2} \sqrt{m} T / (3\pi M). \quad (2.111)$$

Изменение энергии слабосвязанного электрона при столкновении со свободным электроном

$$(E - E')^2 = (m^2/4)(v^2 - v'^2)^2. \quad (2.112)$$

Дифференциальное сечение рассеяния двух заряженных частиц определяется формулой Резерфорда

$$dq = \frac{e^4}{4m^2 |v - v'|^4 \sin^4(\vartheta/2)} d\Omega, \quad (2.113)$$

где ϑ — угол рассеяния, $d\Omega = \sin \vartheta d\vartheta d\varphi$. Далее $(E - E')^2$ нужно выразить через углы рассеяния и скорости электрона до столкновения. Подробно эти вычисления проведены в [101]. Запишем окончательный результат

$$D(E) = \frac{4 \sqrt{2\pi}}{3} \frac{e^4 n_e E}{\sqrt{m T_e}} \Lambda, \quad (2.114)$$

где Λ — значение кулоновского логарифма для связанного электрона.

Итак, получено выражение коэффициента диффузии слабосвязанного электрона, обусловленной столкновениями со свободными электронами. Оно найдено на основе классических представлений о взаимодействии частиц. Можно коэффициент диффузии вычислить и непосредственно по формуле (2.99), если для $d\langle \Delta E^2 \rangle / dt$ использовать значение, определяемое формулой (2.96). Подставляя (2.96) в (2.99) и опуская индекс k у энергии, получим (2.114). Напомним, что (2.96) было получено на основе квантовомеханических представлений. Таким образом, два различных способа вычисления коэффициента диффузии приводят к одинаковому результату. Это в какой-то мере обосновывает законность предположений, сделанных при выводе (2.96) и (2.107). Отметим, что совпадение результатов классических и квантовомеханических расчетов характерно для кулоновского потенциала.

РАДИАЦИОННЫЙ ПЕРЕНОС ВОЗБУЖДЕНИЯ

Радиационный перенос возбуждения состоит в последовательности актов переизлучения возбужденных атомов и процессов поглощения возникающего излучения, в результате чего возбужденные атомы как бы перемещаются в пространстве.

Этот процесс в значительной мере определяет концентрацию и пространственное распределение возбужденных атомов и тем самым существенно влияет на свойства плазмы и кинетику ряда процессов, таких, например, как ионизация и рекомбинация.

Существенно, что среднее расстояние между местами испускания и поглощения фотона обычно много больше свободных пробегов частиц плазмы, в результате чего радиационный перенос возбуждения связывает пространственно-отдаленные области.

Радиационный перенос возбуждения на первый взгляд можно рассматривать как разновидность диффузии, что было отмечено еще в первых работах [1]. Действительно, в результате ряда последовательных актов испускания и поглощения фотона возбужденный атом как бы совершает перемещение, напоминающее движение броуновской частицы. Но эта аналогия является чисто внешней. Особенности радиационного переноса возбуждения связаны с тем, что такое фундаментальное понятие, как длина свободного пробега, не может быть использовано для описания явления.

Теория радиационного переноса возбуждения была предложена Биберманом [2] и независимо, хотя и несколько позднее, Холстейном [3]. Проблема радиационного переноса возбуждения исследовалась многими авторами-теоретиками и экспериментаторами. Имеется большое число обзоров и монографий, освещающих проблему с разных точек зрения. Ниже обсуждаются лишь те аспекты радиационного переноса возбуждения, которые необходимы для описания явлений в неравновесной низкотемпературной плазме.

3.1. Основные особенности радиационного переноса возбуждения

Радиационный перенос возбуждения следует рассматривать как множество последовательных актов поглощения и испускания фотонов. Важно, что в каждом акте переизлучения частота фотона меняется в пределах области частот, соответствующих спектральной линии. При малых плотностях частиц эти изменения связаны с естественным уширением, при больших, характер-

ных для плазмы,— с эффектами взаимодействия¹. Изменение частоты оказывается чрезвычайно важным. Мы не можем разбить линию на ряд частотных интервалов и рассматривать независимо перенос излучения в каждом из них. Изменение частоты в процессе переизлучения вынуждает рассматривать перенос всех фотонов, соответствующих данной спектральной линии, как единый процесс.

Основной характеристикой любого процесса переноса является закон ослабления пучка частиц в зависимости от пройденного расстояния. Рассмотрим $f(\rho)$ — вероятность прохождения частицей расстояния ρ без поглощения и рассеяния. В обычном диффузионном процессе $f(\rho)$ экспоненциально зависит от ρ , $f(\rho) \sim \sim \exp(-k_0\rho)$, где k_0^{-1} является соответствующей длиной свободного пробега. В случае переноса излучения в линии необходимо рассматривать ослабление пучка фотонов всех частот ω , соответствующих данной линии:

$$f(\rho) = \int \varepsilon_\omega \exp(-k_\omega\rho) d\omega, \quad (3.1)$$

где ε_ω — нормированное на единицу распределение по частотам фотонов, определяемое формой линии излучения, k_ω — спектральный коэффициент поглощения.

Конкретный вид $f(\rho)$ зависит от формы линии поглощения и испускания, т. е. от k_ω , ε_ω . Однако при любом характере уширения $f(\rho)$ не является экспоненциальной функцией и убывает с ростом ρ существенно медленнее [2]. Рассмотрим два предельных случая формы спектральной линии. Если основной причиной уширения является радиационное затухание, то контур линии — дисперсионный

$$\varepsilon_\omega = \frac{\gamma}{2\pi [(\omega - \omega_0)^2 + (\gamma/2)^2]}, \quad k_\omega = \frac{k_0}{1 + (\omega - \omega_0)^2 (\gamma/2)^{-2}}. \quad (3.2)$$

Здесь γ — ширина спектральной линии. Максимум интенсивности соответствует частоте ω_0 , т. е. в центре спектральной линии. На расстоянии $|\omega - \omega_0| = \gamma/2$ от ω_0 интенсивность падает в два раза. Радиационная ширина линии $\gamma = \tau^{-1}$, где τ — время жизни возбужденного состояния, $\tau = A_{21}^{-1}$ — обратная величина эйнштейновской вероятности перехода, k_0 — коэффициент поглощения в центре линии

$$k_0 = {}^1/4\lambda^2 (g_2/g_1) A_{21} n_1 (2/\pi\gamma), \quad (3.3)$$

λ — длина волны излучения, g_2 и g_1 — статистические веса возбужденного и основного состояний, n_1 — концентрация поглощающих атомов.

В условиях, когда уширение осуществляется столкновениями возбужденного атома с частицами газа (электронами, атомами), формулы (3.2), (3.3) также справедливы. Ширина $\gamma = 2\nu$, где ν —

¹ Если форма линии доплеровская, то изменение частоты в каждом акте переизлучения также имеет место, поскольку направления движения поглощенного и испущенного фотонов не коррелируются.

частота уширяющих столкновений. Более полную информацию можно найти в монографиях, специально посвященных теории уширения спектральных линий, например [4, 5]. В [5] имеются таблицы для определения параметров уширения в широком диапазоне условий.

Подставляя (3.2) и (3.1) и вводя новую переменную $\varphi = 2(\omega - \omega_0)/\gamma$ для вероятности пролета фотоном расстояния ρ без поглощения, получаем

$$f(\rho) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\varphi}{1 + \varphi^2} \exp[-k_0 \rho (1 + \varphi^2)^{-1}] = \\ = \exp[-k_0 \rho / 2] I_0(k_0 \rho / 2), \quad (3.4)$$

где I_0 — функция Бесселя нулевого порядка чисто мнимого аргумента. Если $k_0 \rho \gg 1$, то $I_0(k_0 \rho / 2) \approx \exp(k_0 \rho / 2) (\pi k_0 \rho)^{-1/2}$. Таким образом, при больших оптических плотностях

$$f(\rho) = 1/\sqrt{\pi k_0 \rho}, \quad k_0 \rho \gg 1. \quad (3.5)$$

В разреженной плазме основным механизмом уширения может быть эффект Доплера. В этом случае коэффициент поглощения

$$k_\omega = k_0 \exp\{ -[(\omega - \omega_0)/\Delta\omega]^2 \}, \quad k_0 = 1/4 \lambda^2 (g_2/g_1) A_{21} n_1 (1/\sqrt{\pi} \Delta\omega).$$

Ширина доплеровской линии

$$\gamma = 2 \sqrt{\ln 2} \Delta\omega, \quad \Delta\omega = \omega_0 \sqrt{2T/M} c^{-1},$$

где M — масса атома, c — скорость света. Для доплеровской линии

$$f(\rho) = \int_{-\infty}^{\infty} \exp(-\varphi^2) \exp[-k_0 \rho \exp(-\varphi^2)] d\varphi / \pi^{1/2}. \quad (3.6)$$

На рис. 3.1 изображена $f(\rho)$ (3.6), которая сопоставлена с экспонентой $\exp(-k_0 \rho)$. Асимптотика (3.6) имеет вид

$$f(\rho) = 1/(k_0 \rho \sqrt{\pi \ln k_0 \rho}), \quad k_0 \rho \gg 1. \quad (3.7)$$

Из рис. 3.1 и (3.5), (3.7) следует, что вероятность $f(\rho)$ затухает значительно медленнее экспоненты, причем заметное отличие возникает при сравнительно малых $k_0 \rho$, когда пучок еще сохраняет значительную долю начальной интенсивности. В случае дисперсионной линии отличие $f(\rho)$ от экспоненты еще более резкое, чем это следует из рис. 3.1. Физически неэкспоненциальность связана с тем, что в пучке присутствуют фотоны разных частот, которым соответствуют различные коэффициенты поглощения. По мере увеличения ρ короткопробежные фотоны поглощаются. Основную роль в пучке играют фотоны, соответствующие крыльям линии ($|\omega - \omega_0| \gg \gamma$), для которых величина k_ω^{-1} может быть сколь угодно большой.

Вследствие медленного затухания $f(\rho)$ возбуждение в данный элементарный объем переносится из весьма далеких областей.

Именно поэтому невозможно диффузионное описание явления.

Рассмотрим этот вопрос подробнее. Коэффициент диффузии можно было бы получить, используя соотношение Эйнштейна

$$D \simeq \bar{l}^2/\tau,$$

где \bar{l}^2 — средний квадрат длины пробега

$$\bar{l}^2 = \overline{k_\omega^{-2}} = \int \epsilon_\omega k_\omega^{-2} d\omega \equiv \int_0^\infty \rho f(\rho) d\rho. \quad (3.8)$$

Подставляя в (3.8) выражения ϵ_ω , k_ω для спектральной линии любой формы, например (3.2), легко убедиться, что величина \bar{l}^2 обращается в бесконечность. Тот же результат получается, если воспользоваться асимптотикой $f(\rho)$ (3.5) или (3.7).

Именно невозможность введения длины пробега не допускает перехода к диффузионному приближению. Правильное описание радиационного переноса возбуждения оказывается возможным лишь с помощью интегральных соотношений.

3.2. Уравнение радиационного переноса возбуждения

Запишем уравнение баланса для концентрации возбужденных атомов n_2 с учетом столкновительных и радиационных процессов. Предположим для простоты, что концентрация возбужденных атомов $n_2(\mathbf{r}, t)$ определяется переходами на основное состояние и него, т. е. примем двухуровневую модель атома.

Тогда относительно $n_2(\mathbf{r}, t)$ имеем

$$\frac{\partial n_2(\mathbf{r}, t)}{\partial t} = -n_2(\mathbf{r}, t) A_{21} - n_2(\mathbf{r}, t) w_{21} + n_1 w_{12} + \int_V n_2(\mathbf{r}', t) A_{21} \mathcal{K}(|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|) d\mathbf{r}'. \quad (3.9)$$

Здесь A_{21} — эйнштейновский коэффициент спонтанного излучения, w_{12} , w_{21} — частоты актов возбуждения и девозбуждения $1 \rightleftharpoons 2$ столкновениями с частицами газа, n_1 — концентрация атомов

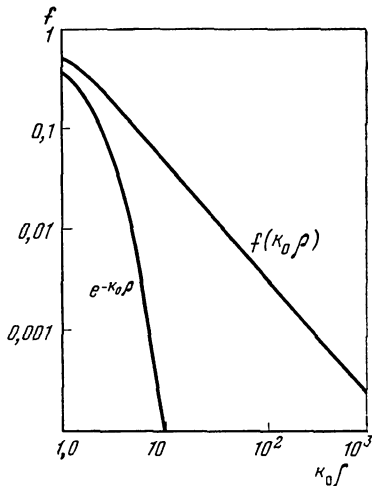


Рис. 3.1. Закон ослабления $f(k_0\rho)$ для переноса возбуждения в доплеровской спектральной линии (k_0 — коэффициент поглощения в центре линии) [2]

Для сопоставления приведена экспонента $\exp(-k_0\rho)$

в основном состоянии ². Интегральный член учитывает радиационный перенос возбуждения. В соответствии с этим ядро $\mathcal{K}(|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|)$ представляет собой вероятность того, что фотон, испущенный из точки \mathbf{r}' , поглотится в объеме, заданном \mathbf{r} .

Вероятности $\mathcal{K}(\rho)$ и $f(\rho)$ связаны соотношением

$$\mathcal{K}(\rho) = -\frac{1}{4\pi\rho^2} \frac{df(\rho)}{d\rho}, \quad \rho \equiv |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|. \quad (3.10)$$

В (3.10) множитель $(4\pi\rho^2)^{-1}$ выделяет те фотоны, которые летят из $d\mathbf{r}'$ в направлении $d\mathbf{r}$, $df(\rho)/d\rho$ учитывает ослабление пучка фотонов по пути от \mathbf{r}' до \mathbf{r} и вероятность поглощения в $d\mathbf{r}$ тех фотонов, которые до него долетели.

Подставляя (3.1) в (3.10), получаем

$$\mathcal{K}(\rho) = (4\pi\rho^2)^{-1} \int \varepsilon_\omega k_\omega \exp(-k_\omega\rho) d\omega. \quad (3.11)$$

Хотя $\mathcal{K}(\rho)$ в соответствии с асимптотикой $f(\rho)$ убывает медленно, интеграл от $\mathcal{K}(\rho)$, взятый по бесконечному объему, равен единице. Это следует из физического смысла и легко может быть получено непосредственным вычислением.

Интегральное уравнение радиационного переноса возбуждения было впервые получено Биберманом [2] (в стационарном варианте $\partial n_2/\partial t = 0$) и Холстейном [3] (без столкновительных членов, т. е. $w_{12} = w_{21} = 0$). В этих же работах даны первые решения конкретных задач. Уравнение (3.9) может быть легко дополнено учетом других факторов, влияющих на населенность возбужденного состояния (внешние источники возбуждения, переходы на другие уровни, вынужденное испускание и др.). Известно много работ, посвященных разработке эффективных методов решения уравнения радиационного переноса возбуждения применительно к условиям различных физических задач. Значительные успехи были достигнуты в работах Соболева [6], Иванова [7], Дыхне и др. [8, 9], Ван Тригта [10].

В данной главе ограничимся рассмотрением лишь сравнительно простой задачи, типичной для физики низкотемпературной плазмы [11] — стационарное состояние плазмы поддерживается внешним источником. Атомы возбуждаются и деовозбуждаются электронными ударами. На концентрацию возбужденных атомов влияет также выход излучения за пределы объема, занимаемого плазмой. Требуется найти распределение возбужденных атомов в пространстве. Стационарное уравнение (3.9) удобно записать относительно приведенной населенности возбужденного состояния $y_2(r) = n_2/n_2^0$, где n_2^0 — больцмановская населенность при температуре электронов. Предположим также, что она не зависит от координат, тогда

$$y_2(\mathbf{r}) = (1 + \beta)^{-1} \int_V y_2(\mathbf{r}') \mathcal{K}(|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|) d\mathbf{r}' + \beta/(1 + \beta). \quad (3.12)$$

² В (3.9) наряду со столкновительным возбуждением можно ввести слагаемое, характеризующее возбуждение внешним источником.

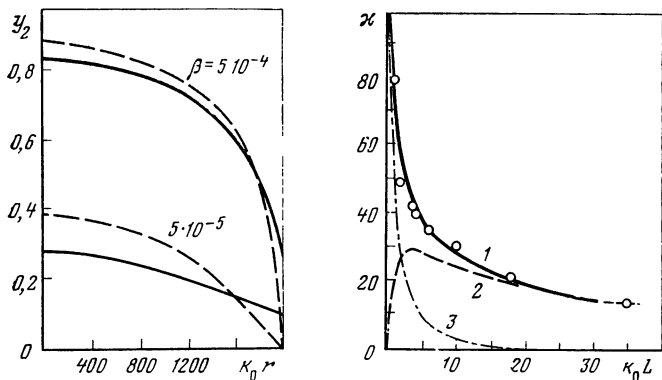


Рис. 3.2. Распределения приведенной населенности возбужденных атомов в цилиндрическом объеме оптической плотностью $k_0 R = 2000$ (указаны значения параметра $\beta = w_{21}/A_{21}$ на оси цилиндра)

Линии — численный расчет, штрихи — расчет по методу $\tau_{\text{эф}}$

Рис. 3.3. Прозрачность слоя паров ртути для резонансного излучения 2537 Å (в %) в зависимости от оптической толщины $k_0 L$ [12]

Точки — эксперимент, 1—3 — расчет (1 — суммарная прозрачность κ , 2 — доля света диффузно рассеянного вперед κ_2 , 3 — доля прямо прошедшего света κ_3)

Здесь введено обозначение $\beta = w_{21}/A_{21}$ и использовано соотношение между w_{21} , w_{12} , вытекающее из детального равновесия.

Из (3.12) следует, что в отсутствие выхода излучения ($A_{21} \rightarrow 0$, $\beta \rightarrow \infty$) $y_2(r) = 1$, т. е. населенность возбужденного состояния равновесная. Высвечивание является причиной отклонения от равновесия, причем приведенная населенность оказывается менее единицы.

Типичным примером является рис. 3.2, на котором представлены результаты численного решения (3.12). Предполагалось, что плазма заполняет цилиндрический объем оптической плотностью $k_0 R = 2000$ (R — радиус цилиндра) и что интенсивность возбуждения падала по параболическому ($\beta(r) = \beta(1 - r^2/R^2)$) закону по мере удаления от оси. Тем не менее относительно резкая зависимость населенности возбужденного состояния от координат имеет место лишь вблизи границ плазмы. В основном объеме эта зависимость весьма плавная. Это обусловлено медленным убыванием ядра с ростом ρ . Нарушение равновесия вблизи границы, вызванное выходом излучения, имеет место и для слоя бесконечно большой оптической плотности [11].

Экспериментальная проверка теории была проведена в ряде работ. Первые из них — [12, 13], в которых специфические эффекты радиационного переноса возбуждения наблюдались в стационарных и нестационарных условиях. В [12] слой паров ртути освещался резонансным излучением 2537 Å. Измерялось отношение интенсивности излучения, прошедшего через слой, к интенсивности излучения, падающего на слой, при различных концент-

рациях поглощающих атомов, т. е. при различных оптических плотностях k_0L .

На рис. 3.3 представлено отношение κ в зависимости от k_0L . Отметим, что доля излучения, прошедшего сквозь слой без поглощения, падает с ростом k_0L так, что при $k_0L \gtrsim 10$ основной вклад в κ дают фотоны, которые после многих актов переизлучения в конечном счете вылетели из слоя в направлении распространения первичного пучка. Видно хорошее соответствие теории и эксперимента.

В [13] измерялось характерное время затухания свечения после прекращения возбуждения. Постановка задачи соответствовала нестационарному уравнению (3.9). Результаты измерений и расчета также совпали.

3.3. Приближенный метод эффективного времени жизни

Аналитическое решение уравнения радиационного переноса возбуждения связано с большими трудностями. В тех случаях, когда уравнение удастся решить, результат оказывается весьма громоздким. Поэтому особое значение приобретают различные оценочные соотношения и приближенные методы.

В [14] был предложен приближенный метод, отличающийся простотой и универсальностью. Рассмотрим уравнение (3.12). Учитывая плавность изменения $y_2(\mathbf{r}')$, связанную с медленным убыванием ядра, вынесем $y_2(\mathbf{r}')$ за знак интеграла, приписав этой величине значение $y_2(\mathbf{r})$. Тогда (3.12) превращается в алгебраическое уравнение, из которого получаем приближенное решение, снабжая его значком «тильда»

$$\tilde{y}_2(\mathbf{r}) = \beta/(\beta + \theta(\mathbf{r})), \quad \tilde{n}_2(\mathbf{r}) = n_1 w_{12}/(w_{21} + A_{21}\theta(\mathbf{r})), \quad (3.13)$$

где

$$\theta(\mathbf{r}) = 1 - \int_V \mathcal{K}(|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|) d\mathbf{r}' \quad (3.14)$$

— вероятность вылета фотона из точки \mathbf{r} за пределы плазмы без поглощения. Интегрирование проводится по всему объему плазмы. Очевидно, что $0 \leq \theta(\mathbf{r}) < 1$. Величина $A_{21}\theta(\mathbf{r})$ дает приближенное значение дивергенции потока излучения в точке \mathbf{r} , рассчитанной на один возбужденный атом.

Выражение (3.13) является точным в двух предельных случаях — больших и малых оптических плотностей. В последнем случае $\theta(\mathbf{r}) \rightarrow 1$ и (3.13) переходит в формулу Штерна—Фольмера [1]. Влияние конечной оптической плотности учитывается эффективной вероятностью спонтанного излучения $A_{21}^* = A_{21}\theta(\mathbf{r})$. С ростом оптической плотности A_{21}^* уменьшается, а обратная величина $\tau_{\text{эф}} = (A_{21}^*)^{-1}$, которую называют эффективной продолжительностью жизни уровня, растет. Изложенное выше приближение часто

называют методом эффективной продолжительности жизни, или методом $\tau_{\text{эф}}$.

Приведем выражения вероятности высвечивания $\theta(\mathbf{r})$. Для определения вероятности вылета за пределы толстого (полубесконечного) слоя плазмы из элемента объема, отстоящего на расстоянии x от границы слоя, полагая, что форма линии дисперсионная, воспользуемся формулами (3.5), (3.10), (3.14). Асимптотику ядра $\mathcal{K}(\rho) = (4\pi)^{-3/2} k_0^{-1/2} \rho^{-3/2}$ подставим в формулу (3.14), в которой перенесем интегрирование на внешний объем, т. е. на объем, не занимаемый плазмой:

$$\theta(\mathbf{r}) = \int_{\text{ext}} \mathcal{K}(|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|) d\mathbf{r}' \quad (3.15)$$

Переходя к цилиндрическим координатам, легко получаем искомый результат

$$\begin{aligned} \theta(x) &= \frac{1}{(4\pi)^{3/2} k_0^{1/2}} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\infty} r dr \int_x^{\infty} \frac{dx'}{(r^2 + x'^2)^{3/4}} = \\ &= \frac{1}{3\sqrt{\pi k_0 x}}, \quad k_0 x \gg 1. \end{aligned} \quad (3.16)$$

Без вывода приведем некоторые полезные формулы. Для слоя конечной толщины L имеем

$$\theta(x) = (3\sqrt{\pi k_0 x})^{-1} + (3\sqrt{\pi k_0 (L-x)})^{-1}.$$

В случае полупространства для доплеровской линии

$$\theta = (4k_0 x \sqrt{\pi \ln(k_0 x)})^{-1}.$$

Вероятность вылета за пределы длинного цилиндра радиуса R из точки, расположенной на оси цилиндра:

для дисперсионной линии

$$\theta = (2\sqrt{k_0 R})^{-1},$$

для доплеровской линии

$$\theta = \sqrt{\pi} (4k_0 R \sqrt{\ln k_0 R})^{-1}.$$

Эти формулы, полученные для больших оптических толщин, численно дают неплохое приближение уже при $k_0 x$, $k_0 R = 3$. Асимптотики могут быть сшиты со значением $\theta = 1/2$ на границе объема плазмы. Например, в случае дисперсионной линии для любых x

$$\theta(x) \approx 1/2 (1 + 3/2 \sqrt{\pi k_0 x})^{-1}. \quad (3.17)$$

На рис. 3.2 штриховой линией представлено распределение возбужденных атомов, полученное методом $\tau_{\text{эф}}$. Использование

этого метода позволяет весьма просто и вместе с тем удовлетворительно оценить концентрацию возбужденных атомов³.

Следует отметить, что метод эффективной продолжительности жизни нельзя считать достаточно обоснованным. В [15] дан иной вывод (3.13), но и он страдает теми же недостатками. В связи с этим приведем некоторые общие соображения относительно погрешности метода [8, 15, 16].

Уравнение (3.12) перепишем в следующем виде:

$$y_2(\mathbf{r}) = \frac{\beta}{\beta + \theta(\mathbf{r}) + \int [1 - y_2(\mathbf{r}')/y_2(\mathbf{r})] \mathcal{K}(|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|) d\mathbf{r}'}. \quad (3.18)$$

Укажем максимальное и минимальное значения, которые может принимать $y_2(\mathbf{r})$. Очевидно, что в центре системы $y_2(\mathbf{r})$ максимально ($y_2(\mathbf{r}) \geq y_2(\mathbf{r}')$), а $\theta(\mathbf{r})$ — минимально. Поэтому во всем объеме $y_2(\mathbf{r}) < \beta (\beta + \theta_{\min})^{-1}$. С другой стороны, на границе $y_2(\mathbf{r})$ минимально ($y_2(\mathbf{r}) \leq y_2(\mathbf{r}')$), а θ — максимально. Поэтому во всем объеме $y_2(\mathbf{r}) > \beta (\beta + \theta_{\max})^{-1}$. Отсюда следует

$$\frac{\beta}{\beta + \theta_{\max}} < y_2(\mathbf{r}) < \frac{\beta}{\beta + \theta_{\min}}. \quad (3.19)$$

Точное неравенство (3.19) позволяет оценить пределы изменения $y_2(\mathbf{r})$. Минимальное и максимальное значения $y_2(\mathbf{r})$ совпадают со значениями $\tilde{y}_2(\mathbf{r})$ (3.13) у границы и в центральной части объема плазмы. Следовательно, метод $\tau_{эф}$ дает заниженные значения у границы и завышенные в центральной области, истинное решение $y_2(\mathbf{r})$ изменяется медленнее, чем $\tilde{y}_2(\mathbf{r})$. Поэтому там, где уже $\tilde{y}_2(\mathbf{r})$ изменяется медленно, законность приближения (3.13) обеспечена. Это относится прежде всего к перекрывающимся областям $\beta \gg 1$ (почти равновесная плазма) и $\theta \approx 1$ (оптически прозрачная плазма), в которых (3.13) уточняет пространственно-однородные решения $y_2 = 1$ и $y_2 = \beta (\beta + 1)^{-1}$. В условиях, когда $\beta \ll 1$ и $\theta_{\min} \ll 1$, т. е. в условиях сильной неравновесности и при больших оптических плотностях, ситуация сложнее. Если $\theta_{\min} \ll \beta$, то в центральной области плазма слабо чувствует влияние границ, $y_2(\mathbf{r})$ меняется медленно, погрешность метода $\tau_{эф}$ невелика. Но у границы $\theta(\mathbf{r})$ быстро возрастает до $\theta_{\max} \approx 1/2$ (вероятность вылета без поглощения на границе полубесконечного слоя равна $1/2$). Соответственно и $y_2(\mathbf{r})$ должно быстро меняться, а погрешность метода $\tau_{эф}$ возрастает. Для оценки протяженности указанных выше двух областей вводят длину термализации λ_t — расстояние от границы, при котором $\theta(\lambda_t) = \beta$. Во внутренней области погрешность метода $\tau_{эф}$ невелика. Во внешней — метод $\tau_{эф}$, строго говоря, неприменим, но может быть использован для оценок.

³ Холстейн [3] рассмотрел задачу о высвечивании слоя после прекращения возбуждения, решая уравнение (3.9) при $n_1 w_{12} = n_2 w_{21} = 0$. Найденные в [3] значения усредненного по слою характерного времени высвечивания близки к $\tau_{эф}$. В некоторых работах результаты Холстейна не вполне последовательно используются для нахождения концентрации возбужденных атомов в стационарных условиях.

Таким образом, условиями применимости метода $\tau_{\text{эф}}$ являются медленность изменения функции источника по сравнению с ядром, удаление от границ и мест резкого изменения функции источника на расстоянии, большие λ_t .

При выполнении неравенства $\beta \leq \theta(k_0 R) \ll 1$ метод $\tau_{\text{эф}}$, строго говоря, неприменим во всем объеме. Но вследствие медленного степенного закона изменения θ погрешность метода в центральной части объема может быть и не очень большой, так как в этом случае ядро $\mathcal{K}(\rho)$ изменяется в силу (3.11) все-таки заметно сильнее, чем $\tilde{y}_2 \approx \beta/\theta$. Этим и объясняется приемлемость метода $\tau_{\text{эф}}$ в широком диапазоне параметров.

Вернемся к обсуждению рис. 3.2. При $\beta = 5 \cdot 10^{-4}$ выполняется неравенство $\beta > \theta(k_0 R)$, поэтому $y_2(\mathbf{r}) = \tilde{y}_2(\mathbf{r})$ за исключением пограничного слоя. При $\beta = 5 \cdot 10^{-5}$ выполняется обратное неравенство $\beta \ll \theta(k_0 R)$, но численно $\tilde{y}_2(\mathbf{r})$ достаточно близко к $y_2(\mathbf{r})$.

Асимптотически-точное решение ряда важных задач теории радиационного переноса возбуждения может быть получено при использовании «гидродинамического» приближения [9, 17], в частности в тех условиях, где метод $\tau_{\text{эф}}$ дает заметную погрешность. Смысл гидродинамического приближения поясним, преобразуя (3.12) следующим образом:

$$\beta y_2(\mathbf{r}) + y_2(\mathbf{r})\theta(\mathbf{r}) = \int [y_2(\mathbf{r}') - y_2(\mathbf{r})] \times \\ \times \mathcal{K}(|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|) d\mathbf{r}' + \beta. \quad (3.20)$$

Найдем решение в областях плазмы, достаточно удаленных от границ или от области резкого изменения функции источника. При этом потребуем выполнение неравенства $k_0 \rho \gg 1$, где ρ — расстояние до границы или до места нахождения источника. В этом случае поведение ядра при малых $\rho = |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|$ не оказывает влияния на $y_2(\mathbf{r})$. Его можно заменить асимптотикой, которая при $k_0 \rho \rightarrow 0$ неприменима. Это тем более оправдано, что множитель $y_2(\mathbf{r}) - y_2(\mathbf{r}')$ стремится к нулю при $k_0 \rho \rightarrow 0$. Уравнение с таким более простым ядром в ряде случаев может быть решено асимптотически точно. Полученное решение вблизи границ может быть при необходимости сшито с известными точными решениями задач в полубесконечной геометрии.

Асимптотическое выражение ядра для спектральных линий различной формы

$$\mathcal{K}(\rho) \approx a\rho^{-3-2\gamma},$$

где a — константа, а γ зависит от типа уширения. Для дисперсионной линии, например, $\gamma = 0,25$. Тогда (3.20) превращается в интегральное уравнение с простым ядром

$$\beta y_2(\mathbf{r}) + y_2(\mathbf{r})\theta(\mathbf{r}) = a \int \frac{y_2(\mathbf{r}') - y_2(\mathbf{r})}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^{3+2\gamma}} d\mathbf{r}' + \beta. \quad (3.21)$$

Это выражение справедливо при произвольном соотношении характерного размера плазмы L и λ_t . В [8, 9, 18] найдены асимптоти-

чески точные решения (3.21). Приведем решение, полученное для слоя плазмы толщиной $2L$, размеры которого много больше λ_t . В пределе малых значений для дисперсионной линии получено

$$y_2(\xi) = (\sqrt{2}/\pi)3\beta \sqrt{\pi k_0 L} (1 - \xi^2)^{1/4}.$$

Здесь $\xi = x/L$ — отношение расстояния от середины плоского слоя плазмы к его полуширине.

Приведенный случай очень интересен тем, что именно эти условия выпадают из области применимости метода $\tau_{\text{эф}}$. Тем более интересно сопоставить $\tilde{y}_2(x)$ и $y_2(x)$ [18]

$$\tilde{y}_2(x) = 3\beta \sqrt{\pi k_0 L} \frac{\sqrt{1 - \xi^2}}{\sqrt{1 - \xi} + \sqrt{1 + \xi}}.$$

Ниже приведены $y_2(x)/\tilde{y}_2(x)$ — отношения приведенных концентраций возбужденных атомов, полученных методом $\tau_{\text{эф}}$, к значениям, вычисленным при использовании асимптотически-точных выражений [18] при $\beta \rightarrow 0$ в зависимости от ξ .

| ξ | 0 | 0,1 | 0,2 | 0,3 | 0,4 | 0,5 | 0,6 | 0,7 | 0,8 | 0,9 |
|---------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Дисперсионная линия | 1,111 | 1,109 | 1,107 | 1,091 | 1,086 | 1,071 | 1,051 | 1,021 | 0,96 | 0,755 |
| Доплеровская линия | 1,571 | 1,563 | 1,539 | 1,499 | 1,440 | 1,360 | 1,257 | 1,022 | 0,943 | 0,522 |

Отсюда следует, что в случае дисперсионной линии метод $\tau_{\text{эф}}$ во всей области параметров, за исключением пограничных слоев толщиной $0,1 L$, дает значения n_2 , весьма близкие к истинным. Для доплеровской линии, которая спадает более круто, в области, неблагоприятной для метода $\tau_{\text{эф}}$, можно говорить лишь о качественном соответствии (погрешность до двух раз).

3.4. Радиационный перенос возбуждения в неоднородной среде

В предшествующих разделах данной главы предполагалось, что величины, характеризующие плазму, за исключением источников возбуждения $n_1 w_{12}$ и искомой населенности n_2 , не зависят от координат. В соответствии с этим закон ослабления пучка фотонов определялся выражением (3.1). В неоднородной плазме коэффициент поглощения может зависеть от координат. Тогда

$$f(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \int \varepsilon_{\omega}(\mathbf{r}') \exp \left[- \int_{\mathbf{r}}^{\mathbf{r}'} k_{\omega}(\mathbf{r}'') d\mathbf{r}'' \right] d\omega, \quad (3.22)$$

где переменная \mathbf{r}'' перемещается по вектору $\mathbf{r} - \mathbf{r}'$. В соответствии с этим изменится и вид уравнения радиационного переноса возбуждения

$$n_2(\mathbf{r}) [A_{21} + w_{21}(\mathbf{r})] = \int_V n_2(\mathbf{r}') \mathcal{K}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') d\mathbf{r}' + n_1(\mathbf{r}) w_{12}(\mathbf{r}). \quad (3.23)$$

Здесь

$$\mathcal{K}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \frac{1}{4\pi |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^2} \int \varepsilon_{\omega}(\mathbf{r}') k_{\omega}(\mathbf{r}') \exp \left[- \int_{\mathbf{r}}^{\mathbf{r}'} k_{\omega}(\mathbf{r}'') d\mathbf{r}'' \right] d\omega. \quad (3.24)$$

Отметим, что неоднородность, связанная с координатной зависимостью w_{12} , w_{21} , не создает дополнительных осложнений и по существу обсуждалась выше.

Рассмотрим, как скажется на результатах зависимость k_{ω} от координат. Предположим, что эта зависимость обусловлена лишь изменением числа поглощающих атомов, тогда как форма спектральной линии остается постоянной. Такие условия реализуются в однородной плазме при рассмотрении переходов между двумя возбужденными состояниями, например перехода, порождающего в водороде линию α серии Бальмера. В этом случае $k_{\omega} = \chi_{\omega} n_1(\mathbf{r})$. Если зависимость $n_1(\mathbf{r})$ известна, то (3.23) можно свести к (3.9) введением новой координаты t , определением которой служит соотношение

$$\int_{\mathbf{r}}^{\mathbf{r}'} k_{\omega}(\mathbf{r}'') d\mathbf{r}'' = t' - t, \quad dt = \chi_{\omega} n_1(\mathbf{r}) d\mathbf{r}. \quad (3.25)$$

В новой системе координат все результаты предыдущих разделов сохраняются, включая метод $\tau_{\text{эф}}$. Различие будет лишь в конкретных выражениях для θ . Так, вместо (3.16) получаем

$$\theta(x) = 1/3 \sqrt{\pi t_0(x)}, \quad t_0(x) = \chi_0 \int_0^x n_1(x') dx'. \quad (3.26)$$

Аналогично преобразуются и другие соотношения, приведенные в разд. 3.3. Легко себе представить и более сложные случаи неоднородности. Так, если уширение линии в значительной мере определяется взаимодействием атома с заряженными частицами, то при переменной концентрации последних возникнет координатная зависимость формы спектральной линии. Особенно существенно скажется координатная зависимость температуры электронов. В этом случае концентрация возбужденных атомов может меняться в пространстве чрезвычайно резко. Изменение T_e от 1 до 2 эВ при энергии возбуждения $E_1 - E_2 \simeq 10$ эВ приведет к увеличению больцмановской населенности $n_2^0(\mathbf{r})$ на два порядка. Очевидно, что в этих условиях метод $\tau_{\text{эф}}$ (вынесение $n_2(\mathbf{r}')$ за знак интеграла) неприменим. Но этот метод можно модифицировать [19], вводя локальную приведенную населенность $y_2(\mathbf{r}) = n_2(\mathbf{r})/n_2^0(\mathbf{r})$, где $n_2^0(\mathbf{r})$ — функция координат, поскольку T_e является переменной величиной. Тогда

$$y_2(\mathbf{r}) = \frac{1}{1 + \beta(\mathbf{r})} \int y_2(\mathbf{r}') \frac{n_1^0(\mathbf{r}')}{n_1^0(\mathbf{r})} \exp \left(\frac{E_1 - E_2}{T_e(\mathbf{r})} - \frac{E_1 - E_2}{T_e(\mathbf{r}')} \right) \mathcal{K}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') d\mathbf{r}' + \frac{\beta(\mathbf{r})}{1 + \beta(\mathbf{r})}. \quad (3.27)$$

При записи было учтено, что

$$\frac{n_2^0(\mathbf{r}')}{n_2^0(\mathbf{r})} = \frac{n_1^0(\mathbf{r}')}{n_1^0(\mathbf{r})} \exp \left[(E_1 - E_2) \left(\frac{1}{T_e(\mathbf{r})} - \frac{1}{T_e(\mathbf{r}')} \right) \right]. \quad (3.28)$$

Заметим, что даже при сильной зависимости $n_2(\mathbf{r})$ от \mathbf{r} величина $y_2(\mathbf{r})$, характеризующая локальное нарушение равновесия, может меняться сравнительно слабо. Это дает основание вынести в (3.27) $y_2(\mathbf{r}')$ за знак интеграла и получить $\tilde{y}_2(\mathbf{r}) = \beta(\mathbf{r})[\theta(\mathbf{r}) + \beta(\mathbf{r})]^{-1}$, где

$$\theta(\mathbf{r}) = 1 - \int \frac{n_1^0(\mathbf{r}')}{n_1^0(\mathbf{r})} \exp \left[(E_1 - E_2) \left(\frac{1}{T_e(\mathbf{r})} - \frac{1}{T_e(\mathbf{r}')} \right) \right] \mathcal{K}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') d\mathbf{r}'. \quad (3.29)$$

Теперь $\theta(\mathbf{r})$ нельзя считать вероятностью вылета фотона за пределы плазмы. Тем не менее $A_{21} \theta(\mathbf{r})$ по-прежнему дает приближенное значение дивергенции потока фотонов в точке \mathbf{r} . Видно, что $\theta(\mathbf{r})$ может принимать как положительные, так и отрицательные значения. При $\theta(\mathbf{r})$ отрицательном приведенная населенность в точке \mathbf{r} превышает локальное равновесное значение, т. е. интенсивные потоки излучения, идущие из горячих областей плазмы, поглощаются в более холодных, что не только компенсирует потерю возбуждения, связанную с выходом излучения, но вызывает обратный эффект — населенность возбужденного состояния может превысить локально-равновесное значение.

Выражение (3.29) удобно записать в таком виде:

$$\theta(\mathbf{r}) = \theta_h(\mathbf{r}) + \int d\mathbf{r}' [\mathcal{K}_h(|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|) - \frac{n_2^0(\mathbf{r}')}{n_2^0(\mathbf{r})} \mathcal{K}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')], \quad (3.30)$$

где $\mathcal{K}_h(|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|)$ — ядро, соответствующее переносу линейчатого излучения в однородном объеме с коэффициентами излучения и поглощения, определяемыми точкой \mathbf{r} (оно будет разным для разных точек неоднородного пространства); $\theta_h(\mathbf{r})$ — аналогичным образом определенная вероятность вылета. Если масштаб неоднородности заметно больше k_0^{-1} , то в (3.30) можно воспользоваться асимптотическим выражением для ядра. Полагая, что линия, дисперсионная для точки, лежащей на оси цилиндра радиуса R , получим [20]

$$\theta(0) = \frac{1}{2\sqrt{k_0(0)R}} + k_0(0) \int_0^R dr \left[\frac{1}{(k_0(0)r)^{3/2}} - \frac{\gamma^2(0)\gamma(r)n_2(r)}{\left(\int_0^r k_0(r')\gamma^2(r')dr'\right)^{3/2}n_2(0)} \right], \quad (3.31)$$

где $k_0(0)$ — коэффициент поглощения в центре линии на оси цилиндра.

Рис. 3.4. Радиальные распределения температуры электронов T_e , температуры заселения возбужденного состояния T_2 и дивергенции лучистого потока Q_R в спектральной линии [21] (давление аргона 1 атм, доля калия 0,01%)

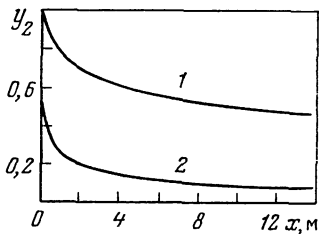
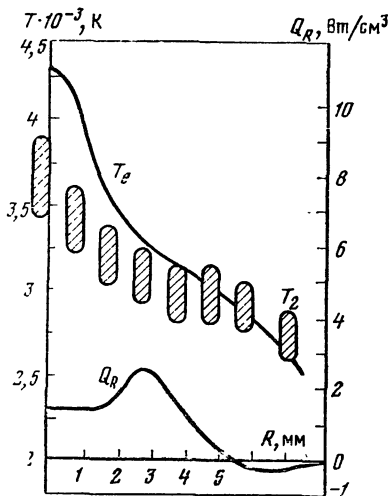
Рис. 3.5. Распределение концентрации возбужденных атомов перед фронтом ударной волны в аргоне (x — расстояние до фронта [23])

Скорость волны $18M_1$, температура за фронтом 14 000 К, температура и давление газа перед фронтом 300 К, 10 мм рт. ст.; 1, 2 — частоты тушащих столкновений $w_{21} = 10^4$ и 10^8 с^{-1} соответственно

Существенно-неоднородная аргон-калиевая плазма столба дуги исследовалась в работе [21]. Измерялись радиальные распределения температуры электронов T_e , концентрации электронов и атомов калия. Кроме того, проводилось исследование резонансного излучения калия (оптическая плотность $k_0(0)R = 25$) при помощи трубчатого зонда, перемещаемого внутри плазмы. Это позволило измерить температуру заселения T_2 излучающего уровня калия⁴. Одновременно измерялась дивергенция лучистого потока с разрешением по координате.

На рис. 3.4 представлено радиальное распределение T_2 в сравнении с распределением T_e . Осевая зона характеризуется неравенством $T_2 < T_e$. В ней населенность возбужденного уровня ниже бальцовановской ($y_2 \simeq 0,5$). Заметно и некоторое превышение T_2 над T_e в периферийной области, хотя оно находится в пределах погрешности измерения. Измерение дивергенции потока излучения Q_R показывает, что эта величина действительно меняет знак, обращаясь в нуль примерно там, где пересекаются кривые $T_2(r)$ и $T_e(r)$, рис. 3.4. Определение знака дивергенции является прямым подтверждением радиационной передачи энергии от внутренних объемов дуги периферийным. Авторы [22] воспользовались (3.31) при вычислении дивергенции потока излучения на оси дуги $Q_R(0) = n_2(0) \hbar \omega_0 \theta(0)$. Результаты расчета и измерений оказались достаточно близкими. Сопоставляются также рассчитанное и измеренное значения y_2 .

⁴ Температура заселения возбужденного уровня определяется из формального соотношения между измеренными концентрациями n_2 и n_1 , т. е. $n_2/n_1 = (g_2/g_1) \exp [-(E_1 - E_2)/T_2]$, $E_1 - E_2 = \hbar \omega_0$ — энергия возбуждения.



Теоретическое исследование радиационного переноса возбуждения в сильнонеоднородной плазме, как правило, связано с большими трудностями. Упрощение возможно в предельном случае, когда объем, занимаемый плазмой, естественным образом разбивается на две (или несколько) однородные или слабонеоднородные, но резко отличающиеся друг от друга области. Тогда для «холодной» области «горячая» является внешним источником излучения. Таковы, например, условия при прохождении сильной ударной волны в газе. Холодный газ перед фронтом ($T \simeq 300$ К) облучается горячей плазмой ($T \simeq 10^4$ К), возникающей за фронтом ударной волны. Распределение возбужденных атомов перед фронтом волны рассмотрено в [23].

Пусть в направлении x со скоростью u распространяется плоская ударная волна. Опуская значок «тильда» для концентрации возбужденных атомов перед фронтом волны, имеем

$$u \frac{\partial n_2}{\partial x} - n_2(x) [A_{21}\theta(x) + w_{21}] + B(x) = 0. \quad (3.32)$$

Первый член учитывает снос возбужденных атомов к фронту волны (в системе координат, связанной с фронтом), учтены высвечивания, тушение столкновениями с атомами холодного газа и подсветка $B(x)$ со стороны фронта. Если предположить, что за фронтом концентрация возбужденных атомов бальцмановская $n_2 = n_2^0(T)$, то, очевидно, что

$$B(x) = n_2^0 A_{21} \theta(x). \quad (3.33)$$

Действительно, при условии равновесия подсветка целиком компенсировалась бы высвечиванием, поскольку $n_2(x)$ тоже равнялось бы n_2^0 . Как обычно, выражение, записанное из соображения детального баланса, справедливо и при отсутствии равновесия.

Подставляя (3.33) в (3.32), получаем

$$u \frac{dy_2}{dx} - (y_2 - 1) A_{21} \theta(x) - y_2 w_{21} = 0, \quad (3.34)$$

решение которого нетрудно записать в общем случае [23]. На малых расстояниях от фронта можно пренебречь сносом, а для $\theta(x)$ воспользоваться асимптотикой (3.16). Тогда

$$y_2 = \frac{1}{1 + w_{21}/\theta(x)A_{21}} = \frac{1}{1 + w_{21}3\sqrt{\pi}k_0x/A_{21}}. \quad (3.35)$$

Распределение концентрации возбужденных атомов перед фронтом ударной волны показано на рис. 3.5.

Концентрация возбужденных атомов достигает перед фронтом волны значительных величин и медленно спадает по мере удаления от него. Наличие перед фронтом ударной волны возбужденных атомов приводит к интересным вторичным эффектам, например заметной ионизации в холодном газе на значительном расстоянии от фронта (например, [24, 25]).

Неравенства, допускающие применимость (3.35), хорошо выполняются при всех значениях x , представляющих экспериментальный интерес. Заметим, что метод $\tau_{эф}$ применен в этой задаче в условиях, когда его применимость наиболее сомнительна (см. разд. 3.3). Тем более интересно, что асимптотика (3.35) в области, где она справедлива, совпадает с точным решением задачи о концентрации возбужденных атомов перед фронтом. Точное решение было получено в [26].

Особенности радиационного переноса излучения проявляются также при решении задачи об установлении распределения n_2 перед фронтом волны. Дополняем (3.34) временной производной

$$\frac{\partial y_2}{\partial t} = u \frac{\partial y_2}{\partial x} - (y_2 - 1) A_{21} \theta(x) - y_2 w_{21}. \quad (3.36)$$

В предельном случае $w_{21} = 0$ решение запишется так:

$$y_2(x, t) = 1 - \epsilon \exp \left[-A_{21} \int_0^t dt' \theta(x + ut') \right]. \quad (3.37)$$

Протяженность слоя возбужденных атомов перед фронтом непрерывно растет во времени. Можно говорить о волне возбужденных атомов, которая опережает ударную волну независимо от величины ее скорости u . Этот результат качественно отличается от явления диффузии частиц навстречу потоку газа. Диффузия частиц в газ перед фронтом ударной волны возможна лишь на расстоянии порядка длины пробега.

3.5. Границы применимости теории⁵

В основе теории переноса возбуждения лежит представление об индивидуальности актов поглощения и испускания фотона. Если среднее расстояние между атомами мало по сравнению с длиной волны λ , то их нельзя рассматривать как совокупность отдельных излучателей. В этих условиях должны появляться коллективные эффекты. Действительно, еще Р. Вуд наблюдал зеркальное отражение резонансного излучения от слоя паров натрия, если плотность паров была достаточно большой. Таким образом, теория неприменима при больших плотностях. Из элементарных соображений следует критерий применимости теории $n_1 \lambda^3 \ll 1$. Но этот критерий оказывается слишком жестким, так как в реальных условиях действуют факторы, нарушающие когерентность. Одним из таких факторов является тепловое движение. Действительно, если атомы движутся, то вследствие доплеровского эффекта в коллективном процессе могут участвовать лишь те, у которых скорости отличаются незначительно. Грубый учет этого фактора показывает, что коллективные эффекты возникнут при условии

$$n_1 \gg \tau \lambda^{-4} \sqrt{T/M}. \quad (3.38)$$

⁵ Изложение следует работе [27].

Этот критерий был строго получен в [28] и согласуется с экспериментальными данными по отражению резонансного излучения от паров металлов.

Столкновения еще в большей мере нарушают когерентность состояний. Тем самым область применения теории для линии, уширенной столкновениями, значительно увеличивается.

Важным допущением теории является предположение об отсутствии корреляции между частотами поглощенного и испущенного фотонов. Смысл его заключается в том, что вероятность испускания атомом фотона определенной частоты не зависит от того, каким способом было произведено возбуждение. Предположение о полном перемешивании по частотам до сих пор не получило строгого теоретического обоснования. Оно выполняется, если уширение осуществляется эффектами взаимодействия. Если же форма линии в основном доплеровская, то допущение о полном перемешивании является нестрогим. Однако вычисления, сделанные в предположении частичного перемешивания, показывают, что результаты в обоих случаях весьма близки. Это понятно, если учесть, что основной вклад всегда вносят многократно рассеянные фотоны, для которых отсутствует корреляция между начальной и конечной частотами.

В основном уравнении (3.9) не учитывалась диффузия возбужденных атомов. Легко записать уравнение с учетом обоих механизмов переноса возбуждения, но решение его очень сложное [29--32]. Критерий, позволяющий определить условия преобладания того или другого механизма, записывается очевидным образом. Диффузией атомов можно пренебречь, если $A_{21}^* \tau_a \gg 1$, где τ_a — время диффузии атома на расстояние порядка размеров плазмы. Характерно, что коэффициент диффузии возбужденных атомов определяется не газокинетическим свободным пробегом l , а эффективным

$$l_{\text{эф}}^{-1} = l^{-1} + (A_{21} + w_{21})/v_a.$$

Слагаемое $(A_{21} + w_{21})/v_a$, где v_a — средняя скорость атома, учитывает уменьшение свободного пробега вследствие высвечивания и тушения. Конкретные оценки показывают, что переносом возбуждения в результате движения атомов можно пренебречь, если переход $2 \rightarrow 1$ оптически разрешен. Если A_{21} мала, то роль движения атомов становится преобладающей.

Уравнение (3.9) записано без учета вынужденного испускания. Его учет приводит к нелинейному интегродифференциальному уравнению, решение которого рассмотрено в [33].

Изложенная теория легко обобщается на случай, когда спектральная линия налагается на непрерывный спектр.

КРИТЕРИИ ВОЗНИКНОВЕНИЯ НЕРАВНОВЕСНЫХ СОСТОЯНИЙ

Равновесная плазма характеризуется термодинамическими параметрами, например температурой и давлением. Простые термодинамические соотношения — закон действующих масс, включая уравнение Саха, функции распределения Больцмана и Максвелла — полностью определяют состав плазмы, скорость поступательного движения, концентрацию атомов и молекул в различных энергетических состояниях. Но термодинамическое равновесие возможно лишь в замкнутой системе и в реальных условиях достигается редко.

Внешние поля, выход излучения за пределы плазмы, градиенты физических величин, конечная скорость физических и химических процессов нарушают термодинамическое равновесие. Столкновительные же процессы, приводящие к перераспределению энергии и импульсов частиц, восстанавливают равновесие. В итоге устанавливается некоторое неравновесное состояние, причем его близость к равновесному определяется соотношением эффективности факторов, нарушающих и восстанавливающих равновесие.

Факторы нарушения равновесия непосредственно влияют на состояние отдельных компонент плазмы и на их распределения лишь по некоторым степеням свободы. Так, например, внешнее электрическое поле непосредственно влияет на распределение свободных электронов по скоростям. Как будет показано ниже, в неравновесных условиях распределения различных физических величин взаимосвязаны. Неравновесное распределение одной из них влияет на другие. Тем не менее возможны ситуации, когда плазма, неравновесная в целом, близка к равновесию по некоторым степеням свободы. В этом случае говорят о частичном термодинамическом равновесии.

В пространственно-неоднородной плазме часто возникают условия, при которых то или иное распределение оказывается равновесным по отношению к локальным значениям термодинамических параметров. В этом случае вводят понятие локального термодинамического равновесия (полного или частичного).

Необходимым предварительным этапом любого исследования плазмы является установление характера неравновесности. Соответствующие критерии неоднократно обсуждались. Хорошо известны критерии больцмановского распределения атомов по возбужденным состояниям в зависимости от локального значения температуры электронов и условий выхода излучения [1, 2]. Существуют и другие критерии, определяющие близость к равновесной ионизации, влияние неравновесной ионизации на распределение

по возбужденным состояниям и т. д. [3]. Роль этих критериев важна. При их обсуждении по возможности будем придерживаться единого подхода — сопоставлять эффективность факторов, нарушающих и восстанавливающих равновесие.

Иногда критериальные соотношения можно использовать для оценки степени отступления от равновесия, но следует учитывать, что такие оценки являются приближенными, поскольку критериальные соотношения обычно получают при упрощающих предположениях.

4.1. Критерий отрыва температуры электронов

Простейшим видом неравновесной плазмы является так называемая двухтемпературная плазма. В ней температура электронов не равна температуре тяжелых частиц. Важно найти условия, когда происходит разделение температур, или, как говорят, возникает отрыв температуры электронов от температуры тяжелых частиц.

Внешнее электрическое поле сообщает энергию заряженным компонентам плазмы. Подвижность электронов много больше подвижности тяжелых частиц, поэтому основная часть энергии передается электронам. Относительно холодные тяжелые частицы, сталкиваясь с электронами, отбирают у них энергию. В стационарном случае устанавливается такая температура электронов, при которой энергия, получаемая ими от поля, равна энергии, отдаваемой тяжелым частицам. Возникает так называемый отрыв электронной температуры.

Рассмотрим случай сравнительно невысокой температуры электронов, при которой основную роль в передаче энергии тяжелым частицам играют упругие столкновения. В среднем доля энергии δ , передаваемая в каждом упругом столкновении, равна удвоенному отношению масс $2m/M$. Вследствие резкого различия масс передача энергии от электронов к тяжелым частицам затруднена. В силу этого отличие электронной температуры T_e от газовой T может быть значительным даже при умеренных полях.

Запишем баланс энергии электронного газа для единичного объема плазмы при воздействии поля \mathcal{E} частоты ω

$$\sigma \mathcal{E}^2 = \frac{3}{2} (T_e - T) \delta \nu n_e, \quad (4.1)$$

где ν — частота упругих столкновений.

Подставляя в (4.1) выражение для проводимости

$$\sigma = \frac{e^2 n_e \nu}{m (\nu^2 + \omega^2)} \quad (4.2)$$

(ω — частота поля), получим критерий малости отрыва электронной температуры

$$\frac{T_e - T}{T} = \frac{2e^2 \mathcal{E}^2}{3T \delta m (\omega^2 + \nu^2)} \ll 1. \quad (4.3)$$

Выражение (4.3) упрощается для постоянного поля.

Записывая в явном виде $v = n_a q \bar{v}$, где q — сечение упругих столкновений, а \bar{v} — средняя скорость электрона, получим

$$\frac{T_e - T}{T} = \left(\frac{\mathcal{E}}{n_a} \frac{e}{3Tq\sqrt{m/M}} \right)^2. \quad (4.4)$$

Отношение \mathcal{E}/n_a (или \mathcal{E}/p , $p \simeq n_a T$) является важной характеристикой электрического разряда. Из (4.4) следует, что в холодном гелии значительный отрыв электронной температуры, $(T_e - T)/T \simeq 10$, возникает при весьма умеренных $\mathcal{E}/n_a \simeq 1,5 \cdot 10^{-18}$ В·см² ($\mathcal{E}/p = 40$ В/(м·атм)).

Если задана плотность тока J , то, выражая мощность, получаемую электронным газом от поля, через J^2/σ и используя формулу (4.2), критерий, аналогичный (4.3), запишем в виде

$$\frac{T_e - T}{T} = \frac{J^2 M}{3Te^2 n_e^2}. \quad (4.5)$$

С ростом температуры растет степень ионизации и в частоту столкновений начинают давать вклад электрон-ионные столкновения. Сечение этого процесса (см. (2.6)) велико по сравнению с характерными значениями сечений электрон-атомных столкновений. Поэтому электрон-ионные столкновения начинают играть роль еще при малых степенях ионизации (10^{-4} — 10^{-3}).

Наряду с потерями энергии в упругих столкновениях в балансе энергии электронного газа могут быть важны потери и в неупругих столкновениях. Электронный газ затрачивает энергию на возбуждение и ионизацию и получает ее обратно при девозбуждении и тройной рекомбинации. Такая компенсация не является полной из-за высвечивания возбужденных состояний и радиационной рекомбинации. Радиационные процессы вызывают некомпенсированную потерю возбужденных и ионизованных состояний, приводя к затратам энергии на возбуждение и ионизацию. Эти затраты равны энергии, излучаемой плазмой в совокупности спектральных линий и рекомбинационных континуумов:

$$Q_R = \sum_{k,m} n_k A_{km}^* (E_m - E_k) + n_e n^+ \sum_m A_{em} E_m, \quad (4.6)$$

где n_k — населенность уровня k , A_{km}^* — эффективная вероятность радиационного перехода $k \rightarrow m$, $E_m - E_k$ — энергия излучаемого фотона, A_{em} — коэффициент радиационной рекомбинации на уровень m . В общем случае расчет радиационных потерь — достаточно сложная задача даже при равновесном заселении уровней [4]. Для грубых оценок можно ограничиться в (4.6) учетом нескольких сильных переходов.

Другой вид потерь энергии электронного газа связан с диффузией заряженных частиц к границам плазмы. Число частиц, покидающих единичный объем, можно оценить, используя характерное время диффузии $\tau_D = R^2/gD_a$, где R — характерное расстояние до границы, g — численный множитель, зависящий от конфигурации плазменного объема, D_a — коэффициент амбиполярной

диффузии. Тогда потери, связанные с диффузией,

$$Q_D = E_1 n_e / \tau_D$$

(E_1 — энергия ионизации).

Если потери на возбуждение или ионизацию значительны, то в правой части (4.1) надо учесть Q_R или Q_D .

На рис. 4.1 представлены экспериментальные данные [5], указывающие на наличие отрыва температуры электронов от температуры газа. В этой работе при атмосферном давлении исследовался дуговой разряд в аргоне с примесью водорода.

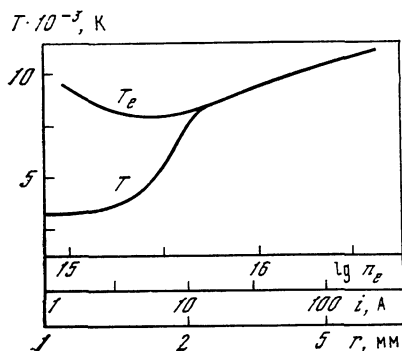


Рис. 4.1. Зависимость температуры электронов T_e и температуры газа T от тока (концентрации электронов) в плазме дугового разряда атмосферного давления в аргоне с примесью водорода по данным [5]

ся дуговой разряд в аргоне с примесью водорода. На рисунке по оси абсцисс отложены концентрация электронов, ток и радиус разрядного канала. Для оценки отрыва температуры воспользуемся критерием (4.5). Из графика (см. рис. 4.1) следует, что при токе 1 А величина $J^2/n_e^2 \approx 2 \cdot 10^{-27} (\text{А} \cdot \text{см})^2$, а при 10 А аналогичная величина составляет примерно $3 \cdot 10^{-28} (\text{А} \cdot \text{см})^2$. Поэтому в соответствии с (4.5) отрыв T_e от T больше при малых токах. В этом эксперименте в балансе энергии электронов существенны также потери энергии на ионизацию, связанные с диффузией электронов из центральной зоны дуги на периферию.

Следует отметить, что возможна и обратная ситуация, когда в данном объеме имеет место не убыль заряженных частиц, а генерация внешним облучением. Тогда в результате тройной рекомбинации ($A^+ + 2e$) электронный газ получает энергию. Это необходимо учесть в уравнении (4.1).

При наложении внешнего поля \mathcal{E} отрыв температуры электронов устанавливается не сразу. Соответственно при снятии поля требуется конечное время для того, чтобы электроны успели остыть. Времена релаксации температуры электронов τ определяются скоростями процессов, приводящими к нагреву и охлаждению электронов. При $t \lesssim \tau$ плазма находится в неравновесном нестационарном состоянии. Оценим времена релаксации температуры электронов.

Баланс энергии электронов в поле \mathcal{E} имеет вид

$$\frac{d}{dt} (3/2 n_e T_e) = \sigma \mathcal{E}^2 - \sum_i Q_i, \quad (4.7)$$

где $\sum Q_i$ — сумма потерь энергии электронов при упругих и неупругих столкновениях. В поле \mathcal{E} электронный газ нагревается,

после чего потери $\sum_i Q_i$ компенсируют скорость нагрева $\sigma \mathcal{E}^2$.

Без учета потерь время τ_H оценивается так:

$$\frac{d}{dt} (3/2 n_e T_e) = \sigma \mathcal{E}^2 = 3/2 T_e n_e / \tau_H, \quad (4.8)$$

$$\tau_H = 3/2 n_e T_e / \sigma \mathcal{E}^2.$$

Время τ_H равно отношению энергии, запасаемой в поступательных степенях свободы электронов, к поглощаемой ими мощности. Если, наоборот, при $t = 0$ поле \mathcal{E} снимается, то температура электронов падает. При условии очень большого первоначального отрыва ($T_e(0) \gg T$) упругие столкновения электронов с атомами охлаждают электронный газ за время порядка τ_0 . Это время оценивается следующим образом (неупругие потери не учитываются):

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} (3/2 n_e T_e) &= 3/2 \delta n_e v T_e = \\ &= - \frac{3/2 n_e T_e}{\tau_0}, \quad \tau_0 = (\delta v)^{-1}. \end{aligned} \quad (4.9)$$

Время τ_0 обратно пропорционально частоте столкновений, умноженной на фактор энергообмена.

В нестационарной плазме часто различные процессы протекают одновременно — меняются не только T_e и концентрация электронов, но и другие величины. Время релаксации плазмы в целом определяется самым медленным из процессов. В следующем разделе времена релаксации температуры будут сопоставлены с временем ионизационной релаксации.

При наличии молекул в составе смеси для электронного газа становятся весьма существенными неупругие потери, вызванные возбуждением колебательных и вращательных степеней свободы молекул. Как правило, пороги возбуждения колебаний и вращений невелики по сравнению со средней энергией электронов. Если колебательная и вращательная температуры T_v и T_r близки к температуре газа T , то в критерии отрыва электронов можно учесть эти потери, вводя $\delta_{эф}$, которое может во много раз превосходить значения $2m/M$.

На рис. 4.2 представлена функция $\delta_{эф}$ для H_2 , N_2 , O_2 и воздуха [6] в зависимости от скорости электронов.

По мере увеличения степени возбуждения колебательных и вращательных степеней свободы T_v и T_r стремятся к T_e . Тогда в балансе энергии электронного газа начинают играть роль процессы, связанные с тушением колебательных и вращательных квантов

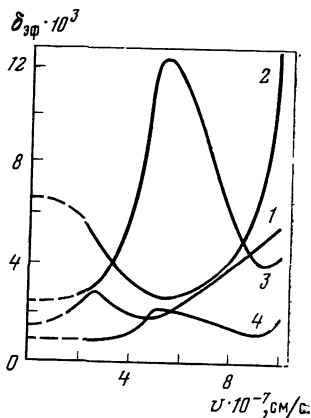


Рис. 4.2. Зависимость $\delta_{эф}(v)$ для H_2 (1), $N_2 \times 10$ (2), O_2 (3) и воздуха (4) [6]

в результате столкновений с холодными тяжелыми частицами. Рассмотрение, основанное на введении $\delta_{эф}$, перестает быть справедливым.

Запишем потери электронного газа, связанные с возбуждением колебаний при $T_v \neq T_e$. Эти потери пропорциональны отрыву температур $T_e - T_v$, частоте возбуждения колебаний, $\hbar\omega/T_e$, доле энергии электрона, затрачиваемой на возбуждение одного колебания, где $\hbar\omega$ — колебательный квант. Отсюда

$$Q_v = n_e v_v (T_e - T_v) \frac{\hbar\omega}{T_e}, \quad (4.10)$$

которое справедливо при условии $\hbar\omega \ll T_v, T_e$ [7]. Приравнявая $Q_v = \sigma \mathcal{E}^2$ и используя для σ частоту столкновений $\nu = n_a qv$, получим критерий, аналогичный (4.3):

$$\frac{T_e - T_v}{T_v} = \left(\frac{\mathcal{E}e}{n_a q T_v} \right)^2 \frac{q \sqrt{T_e/3m}}{P} \frac{n_a}{n_m} \frac{T_v}{\hbar\omega} \ll 1. \quad (4.11)$$

При этом считаем $\nu_v = n_m P$, где n_m — концентрация молекул, P — скорость возбуждения колебаний. Характерные значения $P = 10^{-10} \div 10^{-8}$ см³/с [7].

Из (4.11) вытекает, что даже если $n_a \gg n_m$, т. е. молекулы составляют лишь малую долю частиц, необходимые для отрыва T_e значения \mathcal{E}/n_a заметно возрастают по сравнению с условиями, когда молекулы отсутствуют.

Это связано с более легким обменом энергией между молекулами и электронами. Доля энергии, передаваемой в одном соударении, составляет $\hbar\omega/T_e$, в то время как в упругих соударениях с атомами — $2m/M$, что намного меньше первого отношения.

Перечисленные процессы, влияющие на баланс энергии электронного газа, наиболее важны. В последующих главах по мере необходимости мы вернемся к этим вопросам.

4.2. Критерий равновесной ионизации и равновесного распределения атомов по уровням

В предыдущем разделе рассматривались условия отрыва температуры электронов от температуры газа. Допустим, что вопрос о температуре электронов тем или иным способом решен. Для дальнейшего исследования плазмы важно выяснить, реализуется ли больцмановское распределение атомов по уровням с электронной температурой, определяется ли концентрация электронов по формуле Саха с той же температурой. Ответ на эти вопросы резко упрощает описание состояния плазмы, дает возможность использовать развитые методы спектральной диагностики и т. д. Плазму, для которой справедливы формулы Саха и Больцмана с электронной температурой, называют двухтемпературной, или плазмой с равновесной ионизацией¹. Напротив, плазму, в которой ионизационное

¹ Температура электронов при этом может быть не равна температуре тяжелых частиц.

равновесие нарушено, называют плазмой с неравновесной ионизацией. Нарушения ионизационного равновесия и равновесного распределения по уровням возникают по разным причинам. Это генерация заряженных частиц внешним ионизирующим облучением, их уход из объема плазмы, выход излучения, участие заряженных частиц в реакциях, протекающих с газовой температурой. Мы не случайно говорим здесь одновременно о нарушении ионизационного равновесия и о нарушении равновесного распределения атомов по уровням. Как правило, то и другое проявления неравновесности тесно связаны.

Выход излучения в спектральных линиях непосредственно сказывается на населенности возбужденных состояний и косвенно на степени ионизации. В то же время генерация заряженных частиц внешним ионизирующим облучением или их уход из объема плазмы непосредственно влияют на степень ионизации и косвенно на распределение атомов по уровням. Далее эти вопросы рассмотрены подробно.

Рассмотрим в качестве модели атом с двумя энергетическими состояниями — основным и возбужденным. Предположим, что концентрация и температура электронов известны. Равновесие нарушается выходом излучения. Такая постановка задачи соответствует работе [8]. В стационарном состоянии

$$n_1 w_{12} = n_2 w_{21} + n_2 A_{21}^*, \quad (4.12)$$

где n_1 и n_2 — концентрации атомов в основном и возбужденном состояниях, w_{12} , w_{21} — вероятности переходов в результате электронных столкновений, A_{21}^* — эффективная вероятность радиационного перехода (см. гл. 3).

Отклонение от равновесия удобно рассматривать, вводя относительные населенности уровней

$$y_k = n_k / n_k^0. \quad (4.13)$$

Здесь n_k^0 — равновесная населенность уровня k при температуре электронов. Вводя в (4.12) относительные населенности и используя принцип детального равновесия, связывающий величины w_{12} , w_{21} :

$$n_1^0 w_{12} = n_2^0 w_{21}, \quad (4.14)$$

$$\text{получим } y_1 = y_2 (1 + A_{21}^* / w_{21}). \quad (4.15)$$

Очевидно, что критерием относительного равновесия двух состояний (т. е. $y_1 \simeq y_2$) будет неравенство

$$A_{21}^* / w_{21} \ll 1, \quad (4.16)$$

т. е. преобладание столкновительных процессов, восстанавливающих равновесие, над радиационными, нарушающими его.

В гл. 3 показано, что $A_{21}^* = A_{21} \theta$ (r), где $\theta_1(r)$ — вероятность вылета фотона за пределы плазмы без поглощения. Величина

$\theta(r)$ зависит от координат. Вблизи одной из границ выполняется неравенство $0,5 < \theta(r) < 1$. По мере удаления от границы $\theta(r)$ убывает, становясь в глубинных областях оптически плотной плазмы на несколько порядков меньше единицы. Значительное уменьшение θ по мере удаления от границы может привести к относительному равновесию второго и первого уровней, даже если у границы критерий (4.16) не выполняется [8].

Примером могут служить условия экспериментальной работы [5]. Плазма на оси электрической дуги характеризовалась параметрами $n_e = 2 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-3}$, $n_a = 2 \cdot 10^{17} \text{ см}^{-3}$, $T_e = 9200 \text{ К}$. В этих условиях для резонансной линии водорода $A_{21}/w_{21} \simeq 100$. Однако линия сильно реабсорбирована, множитель θ оказывается равным примерно $1,8 \cdot 10^{-3}$, а $A_{21}^*/w_{21} \simeq 0,18$.

Если T_e , как это часто бывает, снижается по мере приближения к границе плазмы, то возможно, что в холодной области поглощение излучения, идущего из горячих центральных областей, окажется более мощным фактором, чем выход излучения за пределы плазмы. В этом случае населенность второго состояния может превысить равновесную, вычисленную при локальной температуре. Критерием локального равновесия будет по-прежнему (4.16) с той особенностью, что $A_{21}^* = A_{21}\theta$ надо оценивать согласно [9] (см. гл. 3).

Двухуровневая модель является весьма грубым приближением к реальному атому с его многочисленными уровнями. Стремясь получить лишь критериальные и оценочные соотношения, не будем вдаваться в детали энергетической структуры отдельных атомов, а представим ее в виде одномерного ряда уровней, постепенно приближающихся к континууму. Каждый уровень начиная с основного, будем характеризовать номером k и энергией E_k , отсчитанной от континуума. Для водорода k совпадает с главным квантовым числом. Соотношения (4.12) и (4.16) легко обобщаются на любую пару соседних уровней. Необходимо отметить, что по мере приближения к континууму вероятности радиационных переходов падают, а столкновительных растут². Поэтому всегда имеется группа высоковозбужденных состояний, находящихся в равновесии между собой. Для них $y_k \simeq y_{k+1} \simeq y_{k+2} \simeq \dots$. Этот блок состояний начинается от границы континуума и захватывает меньшее или большее число уровней в зависимости от выполнения критерия (4.16). Напомним, что $w_{k+1,k} \sim n_e$, поэтому с ростом концентрации электронов нижняя граница блока приближается к основному состоянию.

У некоторых атомов имеются уровни, близко расположенные к основному состоянию. Для них w может быть весьма большим. Возможно также, что вследствие реабсорбции излучения $A_{21}^* < A_{32}^*$. В таких условиях может образоваться блок низколежащих состояний, находящихся в равновесии с основным. Значительно

² Приблизительно вероятности столкновительных переходов растут, как k^4 , а радиационных падают, как k^{-3} (см. гл. 2).

Таблица 4.1. Численные значения атомного Φ_1 и ионного Φ_2 квантово-механических корректирующих факторов по Дравину [2]

| x | $\Phi_1(x)$ | $\Phi_2(x)$ | x | $\Phi_1(x)$ | $\Phi_2(x)$ |
|-----------------|--------------------|--------------------|-----|-------------|-------------|
| 1 ⁻⁵ | 8,44 ⁻² | 8,96 ⁻² | 12 | 13,1 | 3,6 |
| 1 ⁻⁴ | 1,05 ⁻¹ | 1,13 ⁻¹ | 14 | 15,3 | 3,09 |
| 1 ⁻³ | 1,38 ⁻¹ | 1,53 ⁻¹ | 16 | 17,5 | 3,12 |
| 1 ⁻² | 2,05 ⁻¹ | 2,38 ⁻¹ | 18 | 19,6 | 3,14 |
| 1 ⁻¹ | 4,0 ⁻¹ | 5,06 ⁻¹ | 20 | 21,8 | 3,15 |
| 0,4 | 7,8 ⁻¹ | 1,02 | 22 | 24 | 3,17 |
| 1,0 | 1,43 | 1,66 | 24 | 26,1 | 3,18 |
| 2,0 | 2,47 | 2,22 | 26 | 28,1 | 3,19 |
| 3,0 | 3,52 | 2,48 | 28 | 30,5 | 3,20 |
| 4,0 | 4,57 | 2,65 | 30 | 32,7 | 3,21 |
| 5,0 | 5,62 | 2,76 | 35 | 38,1 | 3,22 |
| 6,0 | 6,69 | 2,84 | 40 | 43,6 | 3,23 |
| 7,0 | 7,75 | 2,90 | 45 | 49 | 3,24 |
| 8,0 | 8,82 | 2,94 | 50 | 54,5 | 3,25 |
| 9,0 | 9,9 | 2,98 | 60 | 65,4 | 3,26 |
| 10 | 11 | 3,01 | 100 | 414 | 3,28 |

отклоняться от относительного равновесия будут лишь населенности нескольких уровней, разделенных большими энергетическими промежутками.

Грим [1] рассмотрел случай прозрачной плазмы ($A_{21}^* = A_{21}$), выразил A_{21} через силу осциллятора, а для w_{21} использовал приближение Бете — Борна. Это позволило конкретизировать (4.16) и получить условие равновесия в следующем виде:

$$n_e \geq 9,2 \cdot 10^{17} Z^4 (T_e/E_1)^{1/2} [(E_1 - E_2)/E_1]^3. \quad (4.17)$$

Здесь Z — заряд ядра.

Концентрация электронов n_e (в см⁻³), вычисленная согласно (4.17), обеспечивает относительное равновесие населенностей второго и первого уровней с точностью до 10% ($y_2/y_1 \geq 0,9$). Критерий (4.17) справедлив как для атомов, так и для ионов. Он легко обобщается на любую пару соседних уровней.

Дравин [2] рассмотрел случай, когда наибольший энергетический «зазор» расположен произвольно в энергетической схеме атома. Помимо этого, он использовал иное, нежели Грим, выражение для вероятности столкновительных переходов. В результате им [2] был получен критерий, записанный в виде, аналогичном (4.17):

$$n_e \geq 6,5 \cdot 10^{16} \frac{g_{\max}}{g_{\min}} \left(\frac{E_{\max} - E_{\min}}{E_1} \right)^3 \left(\frac{T_e}{E_1} \right)^{1/2} Z^4 \Phi(\Delta u_{\max}), \quad (4.18)$$

где E_{\max} и g_{\max} — энергия и статистический вес нижнего уровня зазора, а E_{\min} и g_{\min} — соответствующие характеристики верхнего уровня.

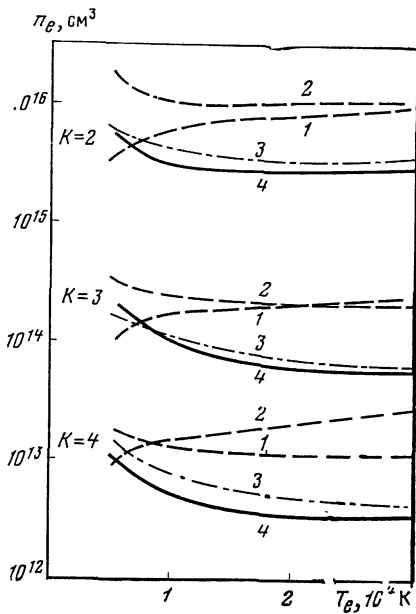
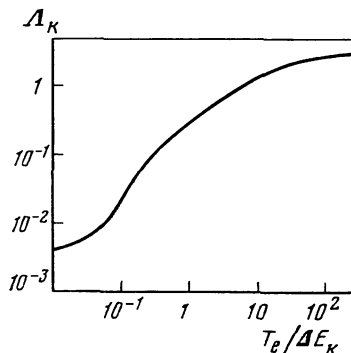


Рис. 4.3. Концентрация электронов, обеспечивающая равновесие с точностью 10% в зависимости от T_e для различных состояний водородного атома

1, 2 — по Гриму [1] и Дравину [2] соответственно; 3 — согласно [3], 4 — численный расчет Дравина [2]

Рис. 4.4. Зависимость Λ_k от $T_e/(E_k - E_{k+1})$



Эта формула справедлива как для атомов, так и для ионов, $\Delta u_{\max} = (E_{\max} - E_{\min})/T_e$, $\Phi(\Delta u_{\max}) = \Phi_1(\Delta u_{\max})$ для атомов и $\Phi(\Delta u_{\max}) = \Phi_2(\Delta u_{\max})$ для ионов — факторы, корректирующие сечения неупругих столкновений. Численные значения этих факторов, заимствованные из [2], приведены в табл. 4.1.

Критерий (4.16) и его модификации (4.17) и (4.18) получены в предположении, что населенности двух соседних уровней определяются только переходами между ними. При строгом подходе следовало бы учесть переходы со всех остальных уровней на данный и наоборот.

Для этого необходимо решить (см. далее гл. 5) систему уравнений, связывающих населенности всей совокупности энергетических уровней атома. Численное решение системы при заданных значениях концентрации электронов дает населенности возбужденных состояний и, в частности, позволяет выделить уровни, находящиеся в относительном равновесии.

На рис. 4.3, заимствованном из [2], результаты такого расчета, выполненные для водорода, сопоставляются с тем, что дают критерии (4.17) и (4.18). По оси ординат отложены n_e , обеспечивающие равновесие заданного уровня с ближайшим вышележащим с точностью до 10%. Аргументом служит температура электронов. Для остальных вышележащих уровней равновесие выполняется с большей точностью.

Критерии Грима и Дравина (см. рис. 4.3) дают результаты, мало отличающиеся друг от друга, но систематически завышают в несколько раз необходимые для равновесия значения n_e .

Критерий (4.16) может быть уточнен, если воспользоваться модифицированным диффузионным приближением (МДП) (подробно см. гл. 5). В МДП движение электрона по возбужденным состояниям рассматривается как диффузия в дискретном энергетическом пространстве. При этом учитывается, что среди различных w_{kn} преобладают вероятности переходов между соседними уровнями $w_{k, k\pm 1}$. Учет этого обстоятельства приводит к возникновению в уравнениях кинетики эффективных вероятностей переходов $z_{k, k\pm 1}$, при вычислении которых точно учитываются переходы $k \rightleftharpoons k \pm 1$ и приближенно $k \rightleftharpoons k \pm 2$ и т. д. Для величин $z_{k, k+1}$ (см. гл. 5) получены следующие выражения в с^{-1} , которые приведем здесь для справок. При $k > 1$

$$z_{k, k+1} = 8,71 \cdot 10^{-6} \frac{n_e \Lambda_k E_{k-1}}{\sqrt{T_e} (E_{k-1} - E_{k+1}) (E_k - E_{k+1})} \times \exp\left(-\frac{E_k - E_{k+1}}{T_e}\right), \quad (4.19)$$

для $k = 1$

$$z_{12} = 8,71 \cdot 10^{-6} \frac{n_e \Lambda_1}{\sqrt{T_e} (E_1 - E_2)} \exp\left(-\frac{E_1 - E_2}{T_e}\right). \quad (4.20)$$

Здесь T_e и энергии выражены в эВ.

Величины Λ_k , так же как Φ_1 в (4.18), корректируют сечения неупругих столкновений.

Зависимость Λ_k от $T_e/(E_k - E_{k+1})$ представлена на рис. 4.4. Вероятности встречных процессов определяются соотношением типа детального равновесия

$$n_k^0 z_{k, k+1} = n_{k+1}^0 z_{k+1, k}. \quad (4.21)$$

Используя эффективные вероятности переходов и обобщая (4.15) на произвольную пару уровней, получим

$$y_k = y_{k+1} (1 + A_{k+1, k}^* / z_{k+1, k}) \quad (4.22)$$

и соответственно вместо (4.16)

$$A_{k+1, k}^* / z_{k+1, k} \ll 1, \quad (4.23)$$

что дает возможность оценить значения n_e , обеспечивающие равновесие уровней k и $k + 1$. Эти значения ближе к численным результатам, чем оценки, выполненные с помощью (4.17) и (4.18) (см. рис. 4.3).

Важным фактором неравновесности является диффузия заряженных частиц к границам плазмы. Помимо влияния на электронную температуру (см. (4.1)), этот процесс непосредственно воздействует на ионизационное равновесие, снижая концентрацию заряженных частиц. Из соображений стационарности следует, что наряду с потоком заряженных частиц возникает встречный поток нейтральных. Таким образом, из каждого элементарного объема уходят заряженные частицы, взамен которых приходят нейтраль-

ные. Стационарность плазмы поддерживается преобладанием ионизации над рекомбинацией. Запишем уравнение баланса для концентрации заряженных частиц

$$n_1 n_e \beta - n_e^2 n^+ \alpha = \operatorname{div} J, \quad (4.24)$$

где n_1 , n_e , n^+ — концентрации атомов в основном состоянии, электронов и ионов, β и α — коэффициенты ионизации и рекомбинации, J — пространственный поток частиц. Подробно эти величины рассматриваются в гл. 6.

Величину отклонения от равновесия удобно рассматривать, вводя аналогично (4.13) относительные населенности для заряженных компонент

$$y_e = n_e/n_e^0, \quad y^+ = n^+/(n^+)^0. \quad (4.25)$$

Здесь n_e^0 , $(n^+)^0$ — равновесные значения соответствующих величин. Вводя y_e , y^+ , y_1 в (4.24), получим

$$\frac{y_1}{y_e y^+} = \frac{\alpha}{\beta} \frac{n_e^0 (n^+)^0}{n_1^0} \left(1 + \frac{\operatorname{div} J}{n_e^2 n^+ \alpha} \right). \quad (4.26)$$

Если α и β определяются только столкновениями с электронами, то они связаны соотношением, вытекающим из принципа детального равновесия:

$$n_1^0 \beta = n_e^0 (n^+)^0 \alpha. \quad (4.27)$$

Тогда отношение $y_1/y_e y^+$ можно представить в виде

$$\frac{y_1}{y_e y^+} = 1 + \frac{\operatorname{div} J}{n_e^2 n^+ \alpha} \quad \text{или} \quad \frac{y_1}{y_e y^+} = \left(1 - \frac{\operatorname{div} J}{n_e n_1 \beta} \right)^{-1}. \quad (4.28)$$

Условия близости к ионизационному равновесию

$$\frac{\operatorname{div} J}{n_e^2 n^+ \alpha} \ll 1 \quad \text{или} \quad \frac{\operatorname{div} J}{n_1 n_e \beta} \ll 1. \quad (4.29)$$

Величину $\operatorname{div} J$ легко оценить, используя характерное время диффузии (см. разд. 4.1). Тогда $\operatorname{div} J \simeq n_e/\tau_D$. Вместо (4.29) получим

$$\tau_D n_e n^+ \alpha \gg 1 \quad \text{или} \quad n_1 \beta \tau_D \gg 1. \quad (4.30)$$

Приведем пример. В работе [10] исследовался дуговой разряд в аргоне с примесью цезия. Давление аргона $p = 0,1$ атм, $T_e \simeq \simeq 3100$ К, $n_{Cs} = 1,6 \cdot 10^{13}$ см⁻³, $T \simeq 1000$ К. Коэффициент ионизации цезия при этих условиях (см. гл. 6) $\beta \simeq 2 \cdot 10^{-10}$ см³·с⁻¹. Характерное время диффузии $\tau_D = R^2/6D_a \simeq 3 \cdot 10^{-4}$ с ($D_a \simeq \simeq 300$ см²/с, $R = 0,8$ см). Значение $(n_{Cs} \beta \tau_D)^{-1} \sim 0,9$ указывает на существенную роль диффузии в этом разряде и на нарушение ионизационного равновесия.

Ионизационное равновесие может нарушаться внешним ионизирующим облучением (электромагнитным, корпускулярным). В этом

случае в (4.24)—(4.30) вместо $\text{div } J$ следует записать скорость генерации заряженных частиц, равную Sqn_1 , где S — плотность потока внешнего излучения, q — сечение ионизации. Теперь соотношение (4.28) можно записать в таком виде

$$1 + Sq/(n_e\beta) = y_e y^+ / y_1. \quad (4.31)$$

Источник свободных электронов может нарушить ионизационное равновесие в сторону превышения концентрации электронов над равновесным значением. Критерий равновесия

$$Sq/(n_e\beta) \ll 1. \quad (4.32)$$

Рассмотрим случай нарушения ионизационного равновесия вследствие выхода рекомбинационного излучения за пределы плазменного объема. Для получения критерия малости этого фактора введем коэффициент радиационной рекомбинации A_{e1} . Полный коэффициент рекомбинации равен $A_{e1} + \alpha$. Тогда вместо (4.8) получаем

$$\frac{y_1}{y_e y^+} = 1 + \frac{A_{e1}}{n_e \alpha} + \frac{\text{div } J}{n_e^2 n + \alpha}. \quad (4.33)$$

Радиационная рекомбинация не влияет на ионизационное равновесие, если

$$A_{e1}/(n_e \alpha) \ll 1. \quad (4.34)$$

Оценим влияние выхода линейчатого излучения на ионизационное равновесие. Как известно, этот фактор непосредственно влияет на распределение атомов по возбужденным состояниям. В основном ионизируются возбужденные атомы³. Выход линейчатого излучения снижает населенности возбужденных состояний, тем самым уменьшает число актов ионизации и в результате концентрацию заряженных частиц.

Ранее отмечалось, что высоковозбужденные состояния даже при наличии выхода излучения находятся в равновесии друг с другом. Начиная с некоторого уровня k , положение которого определяется условием $A_{k+1, k}^* / u_{k+1, k} \ll 1$, столкновительные процессы начинают преобладать над радиационными. Поэтому эти уровни находятся в относительном равновесии между собой и электронами. Тогда

$$y_k \simeq y_{k+1} \simeq y_{k+2} \simeq \dots \simeq y_e y^+. \quad (4.35)$$

Существенно, что уровень k не находится в равновесии с нижележащими состояниями ($y_k < y_1$). Поэтому и степень ионизации, характеризуемая величиной y_e , оказывается меньше равновесной.

³ В равновесных условиях концентрация возбужденных атомов уменьшается с ростом k в соответствии с больцмановским фактором $k^2 \exp [(E_k - E_1)/T_e]$. Число электронов, способных ионизовать атом в состоянии k , в соответствии с максвелловским распределением возрастает, как $\exp [-(E_k - E_1)/T_e]$. Сечение ионизации меняется с k пропорционально k^4 . Таким образом, вероятность ионизации атома в состоянии k растет, как k^6 .

Для получения оценки ее величины запишем соотношения типа (4.22) для первого и второго, второго и третьего и т. д. уровней. Исключая последовательно y_2, y_3 и т. д., получим

$$\frac{y_1}{y_e y^+} = (1 + A_{21}^*/z_{21})(1 + A_{32}^*/z_{32}) \dots (1 + A_{k,k-1}^*/z_{k,k-1}). \quad (4.36)$$

Эффективные вероятности переходов пропорциональны n_e , поэтому, если величина n_e не очень мала, то в правой части (4.36) учитываем лишь несколько множителей. Таким образом, выход линейчатого излучения, непосредственно влияющий на населенности возбужденных состояний, косвенно влияет на концентрацию заряженных частиц.

Существует и обратная зависимость: диффузия заряженных частиц к границам плазмы, воздействуя непосредственно на концентрацию заряженных частиц, косвенно влияет на населенность возбужденных состояний. Рассмотрим этот эффект, пренебрегая вначале выходом излучения.

Ранее отмечалось, что уход заряженных частиц компенсируется преобладанием ионизации над рекомбинацией. Ионизируются преимущественно высоковозбужденные состояния. Их населенность не меняется во времени, если число переходов на них с соседних нижележащих уровней больше числа встречных переходов. Неизменность населенности этих нижележащих уровней также поддерживается таким же превышением числа возбуждающих переходов над девозбуждающими. Для любой пары соседних уровней можно записать

$$n_k z_{k,k+1} - n_{k+1} z_{k+1,k} = j \quad (4.37)$$

или

$$y_k - y_{k+1} = j/n_k^0 z_{k,k+1}. \quad (4.38)$$

Теперь даже в отсутствие выхода излучения числа переходов $k \rightarrow k+1$ и $k+1 \rightarrow k$ не равны друг другу, а уровни k и $k+1$ не находятся в равновесии.

Величину j можно рассматривать как поток в энергетическом пространстве атомов, направленный от основного состояния к континууму. В стационарном состоянии величина потока j не зависит от номера уровня k и равна ⁴

$$j = \text{div } J = n_e/\tau_D. \quad (4.39)$$

Выражение (4.39) совместно с (4.38) определяют степень нарушения относительного равновесия населенностей возбужденных уровней, вызванного диффузией заряженных частиц. Приведенные населенности близки ($y_k \simeq y_{k+1}$), если выполняется неравенство

$$\frac{n_e}{\tau_D z_{k,k+1}} \ll 1. \quad (4.40)$$

⁴ Здесь и в (4.37) диффузию возбужденных атомов не учитываем.

Смысл этого критерия в том, что для поддержания равновесия необходимо, чтобы переходы между уровнями, поддерживающие равновесие, происходили гораздо чаще, чем нарушающий равновесие диффузионный уход электронов.

Критерий (4.40) зависит от произведения $n_k z_k, k+1$, которое меняется в зависимости от местоположения уровня k . С ростом k концентрация n_k убывает, а $z_k, k+1$ растет сначала медленно, потом быстро. В результате $n_k z_k, k+1$ имеет минимум. Область малых $n_k z_k, k+1$ соответствует наибольшим значениям разности $y_k - y_{k+1}$ (см. (4.38)), т. е. наибольшей неравновесности в распределении по уровням. Эта область образует как бы «узкое место» для прохождения потока j в энергетическом пространстве.

Рассмотрим влияние генерации заряженных частиц на населенности возбужденных состояний. В этом случае рекомбинация преобладает над ионизацией. Поэтому появляется фактор, увеличивающий населенности возбужденных состояний. Поток j направлен от континуума в сторону основного состояния и равен (см. (4.38))

$$j = -Sqn_1. \quad (4.41)$$

Соотношение (4.38) сохраняется, но теперь $y_{k+1} \geq y_k$. Критерий относительного равновесия, аналогичный (4.38), запишется так:

$$Sqn_1/(n_k z_k, k+1) \ll 1. \quad (4.42)$$

Пусть выход линейчатого излучения и генерация заряженных частиц (или их диффузия к границам плазмы) действуют одновременно. Тогда, например, для первого и второго уровней получим

$$y_1 = y_2 (1 + A_{21}^*/z_{21}) + j/(n_1^0 z_{12}). \quad (4.43)$$

В случае диффузии ($j = n_e/\tau_D$) оба фактора неравновесности действуют согласованно, снижая y_2 , $y_2 < y_1$. В случае внешней ионизации ($j = -Sqn_1$) (4.43) удобнее записать так:

$$y_1/y_2 = (1 + A_{21}^*/z_{21})/(1 + Sq/z_{12}). \quad (4.44)$$

Отсюда следует, что в зависимости от эффективности того и другого факторов неравновесности возможно $y_1 > y_2$ и $y_2 > y_1$.

Совместное влияние выхода излучения и диффузии заряженных частиц (или генерации) на ионизационное равновесие рассмотрим, для простоты, в предположении, что $y_1 \neq y_2 \simeq y_3 \simeq \dots \simeq y_e y^+$. Тогда из (4.43) получим

$$y_1 = y_e y^+ (1 + A_{21}^*/z_{21}) + j/(n_1^0 z_{12}). \quad (4.45)$$

Преобразуя (4.45), получаем

$$y_1/y_e y^+ = (1 + A_{21}^*/z_{21})(1 + j/n_e^2 n^+ \alpha), \quad (4.46)$$

$$y_1/y_e y^+ = (1 + A_{21}^*/z_{21})/(1 - j/n_1 n_e \beta).$$

При этом мы воспользовались тем, что при $y_2 \simeq y_3 \simeq \dots \simeq y_e y^+$ скорость ионизации $n_1 n_e \beta$ определяется скоростью возбуж-

дения из основного состояния, т. е. $n_1 z_{12} \simeq n_e n_1 \beta$ (см. подробнее гл. 6). При $j > 0$ из (4.46) следует, что отношение $y_1/y_e y^+$ становится больше, чем $1 + A_{21}^*/z_{21}$. В этом случае оба фактора неравновесности увеличивают отклонение от равновесия. Если же поток $j < 0$, имеет место частичная компенсация. Выход излучения уменьшает n_e , а источник внешней ионизации увеличивает ее.

При изменении внешних условий, например при включении внешнего поля \mathcal{E} , состояние плазмы со стационарными значениями степени ионизации и стационарными населенностями возбужденных состояний устанавливается лишь спустя некоторый промежуток времени. Введем времена ионизации и рекомбинации τ_i и τ_r . При $t \lesssim \tau_i$ или при $t \lesssim \tau_r$ неравновесная плазма является плазмой с нестационарной ионизацией. Исходим из нестационарного уравнения баланса электронов

$$\frac{dn_e}{dt} = n_1 n_e \beta - n_e^2 \alpha.$$

Если концентрация электронов возрастает, например, при включении внешнего поля \mathcal{E} и рекомбинацией можно пренебречь, то

$$\frac{dn_e}{dt} = n_1 n_e \beta = n_e / \tau_i, \quad \tau_i = (n_1 \beta)^{-1}. \quad (4.47)$$

Время ионизации равно обратной величине частоты столкновений, приводящих к установлению ионизационного равновесия. Если поле \mathcal{E} включается при $t = 0$, то при $t < \tau_i$ плазма характеризуется неравновесной нестационарной ионизацией. Если, наоборот, поле выключается то плазма рекомбинирует в течение времени порядка τ_r ,

$$\tau_r = (n_e n^+ \alpha)^{-1}. \quad (4.48)$$

В аргон-цезиевой плазме из [10], параметры которой были приведены в этом разделе выше, время τ_i близко к 100 мкс. В этих условиях при включении поля $\mathcal{E} = 1$ В/см время нагрева электронов τ_n не превышает 1 мкс. Неравенство $\tau_n \ll \tau_i$ означает следующую последовательность процессов. Сначала повышается температура электронов, а затем возрастает степень ионизации. Если бы имело место обратное неравенство ($\tau_n \gg \tau_i$), то последовательность процессов была бы противоположной.

Релаксация возбужденных состояний, если $\sum_k n_k \ll n_e$, протекает много быстрее ионизации — рекомбинации. В самом деле, возбуждение производится, по сути дела, теми же процессами, что и ступенчатая ионизация, а благодаря указанному неравенству заселение возбужденных состояний заканчивается много раньше, чем заметно изменится концентрация частиц в непрерывном спектре.

Выход излучения, генерация или гибель зарядов не являются единственными причинами, приводящими к нарушению иониза-

ционного равновесия и равновесного распределения атомов по уровням.

К неравновесным эффектам могут приводить столкновения с тяжелыми частицами, имеющими отличную от электронов температуру поступательного движения. Эти столкновения вызывают как переходы между возбужденными состояниями, так и ионизацию. Реакции с участием тяжелых частиц типа диссоциативной рекомбинации и ассоциативной ионизации приводят к образованию или гибели возбужденных состояний. В предельном случае, когда столкновения с тяжелыми частицами доминируют, распределение атомов по состояниям будет больцмановским с температурой тяжелых частиц. При некоторых условиях столкновения тяжелых частиц конкурируют со столкновениями с электронами, стремящимися установить больцмановское распределение с T_e , и с радиационными процессами, сбрасывающими возбуждение.

Эффективность соударений с тяжелыми частицами можно оценить, сопоставляя частоты переходов, обусловленные столкновениями с ними и с электронами. Сопоставим частоту девозбуждения атомами и электронами какого-либо уровня k . Тушение атомами преобладает, если выполняется неравенство

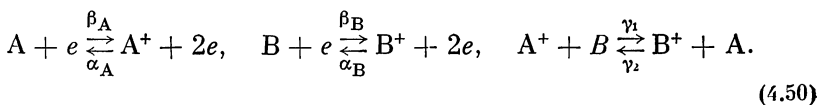
$$n_a v_a q_{km}^a \gg n_e v q_{kn}, \quad (4.49)$$

где v_a и v — относительные скорости движения атомов и электронов, q_{km}^a и q_{km} — соответствующие сечения тушения.

В работе Коэна [11] приведены сечения столкновений атомов гелия, вызывающих переходы между возбужденными состояниями. Сечение перехода $3^3S - 2^3P$ при $T = 5000$ К составляет $6 \cdot 10^{-16}$ см². Сечение столкновений с электронами для этого перехода оценим в приближении Бете—Борна (см. (2.16)). Это дает $q \simeq 10^{-14}$ см² при $T_e = 1$ эВ. Подставляя значения сечений в неравенство (4.49), получим, что в рассматриваемом случае столкновения атом—атом станут существенными при $n_e/n_a < 6 \cdot 10^{-4}$. Номенклатура элементарных процессов с участием тяжелых частиц чрезвычайно велика. Здесь мы рассмотрим лишь некоторые процессы, имеющие важное значение для критериев равновесия [12].

Одним из таких процессов является перезарядка. Эта реакция часто имеет определяющее значение для ионного состава плазмы.

Рассмотрим для определенности смесь двух атомарных газов А и В с потенциалами ионизации E_{1A} и E_{1B} . Возможны следующие реакции с участием этих газов:



Исследуем вопрос об ионном составе в двух предельных случаях: перезарядка незначительна и перезарядка играет опреде-

ляющую роль. В первом случае, если нет причин, нарушающих равновесие (выхода излучения, диффузии зарядов или их генерации), процессы столкновений с электронами установят равновесный состав с концентрациями n_A^0 , n_B^0 , $n_{A^+}^0$, $n_{B^+}^0$, n_e^0 , определяемыми электронной температурой. При наличии выхода излучения и пространственного потока электронов возникнут отклонения от этого равновесного состава, описываемые формулой (4.46). Записав (4.46) для ионов сорта А, а затем для ионов сорта В и разделив первое выражение на второе, получим

$$y_B^+/y_A^+ = y_{1B} \Pi_{1A} (1 + j/n_e^2 n_A^+ \alpha_A) / y_{1A} \Pi_{1B} (1 + j/n_e^2 n_B^+ \alpha_B), \quad (4.51)$$

где величина $1 + A_{21}^*/z_{21}$ для атомов А и В обозначена Π_{1A} и Π_{1B} соответственно. Напомним, что в равновесии все y равны единице.

Отношение y_B^+/y_A^+ может заметно отличаться от единицы, если сильно отличаются Π_{1A} и Π_{1B} . Последнее может реализоваться в условиях, когда, скажем, для излучения атомов А плазма оптически непрозрачна, а для В — оптически прозрачна. Такие резко различающиеся условия выхода излучения могут реализовываться, если В будет малой примесью к А.

Пусть теперь скорость перезарядки велика по сравнению со скоростями ионизации и рекомбинации. Это означает, что должны выполняться неравенства

$$n_{1B} \gamma_1, \quad n_{1A} \gamma_2 \gg \beta_B n_{1B}, \quad \alpha_B n_e^2, \quad \beta_A n_{1A}, \quad \alpha_A n_e^2. \quad (4.52)$$

Сечение перезарядки особенно велико для атомов с близкими потенциалами ионизации. Именно для них следует ожидать выполнения этих неравенств. Если неравенства выполняются, то соотношение концентраций ионов определяется перезарядкой — реакцией, идущей с газовой температурой. Расписывая последнюю реакцию в (4.50), имеем

$$n_{A^+} n_B \gamma_1 = n_A n_{B^+} \gamma_2. \quad (4.53)$$

Переходя в (4.53) к относительным концентрациям и воспользовавшись соотношением детального равновесия, получим

$$y_{B^+}/y_{A^+} = \frac{y_{1B} \Gamma(T)}{y_{1A} \Gamma(T_e)}, \quad (4.54)$$

где

$$\Gamma(T) = \exp\left(\frac{E_{1A} - E_{1B}}{T}\right) \frac{\Sigma_A \Sigma_{B^+}}{\Sigma_B \Sigma_{A^+}}$$

— константа равновесия реакции перезарядки $A^+ + B \rightleftharpoons B^+ + A$ при температуре T , Σ_A — внутренняя статистическая сумма атома А и т. д.

Отсюда следует, что если E_{1A} близко к E_{1B} , то даже при наличии сильного отрыва температур T_e и T отношение (4.54) может не сильно отличаться от единицы. Заметим, что зависимость статистических сумм от температуры довольно слабая.

Тем не менее y_B^+/y_A^+ может сильно отличаться от значения (4.51). Изменение соотношения между концентрациями ионов влияет на изменение суммарной скорости ионизации и на распределение атомов по уровням. Критерием, определяющим условия, когда перезарядка доминирует, являются неравенства (4.52).

Влияние перезарядки на ионный состав обнаружено в экспериментальной работе [13], где исследовался высокочастотный разряд в смеси $Ar + H_2$. Реакция перезарядки $Ar + H^+ \rightleftharpoons Ar^+ + H$ приводила к образованию значительных количеств Ar^+ , не соответствующих по отношению к H^+ равновесию с T_e . Это обстоятельство сказывалось на $y_e y_{H^+}$ и влияло на наблюдаемое распределение возбужденных атомов водорода.

В плотных атомарных газах важную роль играет конверсия атомарных ионов A^+ в молекулярные A_2^+ . Реакция идет по схеме



где c_1 — скорость конверсии, c_2 — скорость обратного процесса.

Скорости реакции определяются температурой тяжелых частиц. Возникающие молекулярные ионы быстро рекомбинируют с электронами $A_2^+ + e \rightarrow A_k + A$, образуя возбужденные атомы A_k . Если в отсутствие конверсий концентрация ионов определялась балансом ионизации и рекомбинации (см. (4.27)) $(n^+)^{(0)} = n_1 \beta / (n_e \alpha)$, то при интенсивной конверсии она определяется балансом ионизации и конверсии $n^+ = n_e \beta / (n_1 c_1)$.

Отношение этих двух величин пропорционально $n_e^2 \alpha / (n_1^2 c_1)$ и становится малым, если

$$n_e^2 \alpha \ll n_1^2 c_1 \quad \text{или} \quad n_1 \beta \ll n_1^2 c_1.$$

Иными словами, если скорости рекомбинации или ионизации малы по сравнению со скоростью конверсии, ионизационное равновесие с T_e будет сильно нарушено.

Конверсия атомарных ионов в молекулярные является ключевой реакцией в кинетике эксимерных лазеров [14]. Плотный аргон ионизируется электронным пучком или в результате импульса напряжения, а затем протекает рекомбинация. Температура электронов $T_e \simeq 1$ эВ, коэффициент ионизации аргона электронным ударом в этих условиях $\beta \simeq 10^{-31}$ см³/с. Коэффициент конверсии в аргоне $c_1 = 2,1 \cdot 10^{-31}$ см⁶/с. При плотностях газа $n_1 > \beta / c_1 = 5 \cdot 10^{17}$ см⁻³ конверсия становится реакцией, определяющей состав ионов.

4.3. Критерий нарушения максвелловского распределения

Неравновесность может приводить к отступлениям от максвелловского распределения свободных электронов. Это сказывается на скоростях возбуждения и ионизации атомов электронным ударом

и в конечном счете влияет на распределение атомов по уровням и на степень ионизации. Помимо этого, вопрос о распределении электронов важен при расчете коэффициентов переноса, скоростей различных процессов, происходящих с участием электронов. Часто даже в сильно неравновесной плазме максвелловское распределение все же имеет место. Информация о наличии или отсутствии максвелловского распределения является существенным звеном в цепи наших представлений о плазме.

Функция распределения электронов по энергиям $f(\epsilon)$ формируется под воздействием внешних полей и различных процессов взаимодействия в газе, в которых участвуют электроны энергии ϵ . Одни из этих факторов приводят к максвеллизации, т. е. к установлению максвелловского распределения, другие вызывают отклонения от этого распределения. Например, функция распределения электронов может стать немаксвелловской во внешнем электрическом поле. Максвеллизирующим фактором в сильно-ионизованной плазме являются межэлектронные соударения, в слабоионизованной плазме — упругие соударения с тяжелыми частицами. В этом смысле переход от сильной ионизации к слабой определяется отношением частоты энергообмена между электронами к частоте энергообмена электронов с тяжелыми частицами, взятым при тепловой скорости электронов \bar{v} [6]

$$p = \frac{v_e(\bar{v})}{\delta v(\bar{v})} = \frac{n_e \pi e^4 \lambda}{n_a q \delta T_e^2} = 6 \cdot 10^7 \frac{n_e}{n_a T_e^2 q \delta} . \quad (4.56)$$

Здесь $\bar{v} = \sqrt{2T_e/m}$, $v_e(v)$ — частота межэлектронных столкновений при тепловой скорости электронов, T_e — в эВ, q — в 10^{-16} см², δ — в 10^{-4} . Согласно [6], при $p \gg 5$ плазму можно считать сильноионизованной. Рассмотрим для этих условий энергетический баланс электронов с фиксированной энергией ϵ . Электроны энергии ϵ , сталкиваясь с другими электронами, обмениваются в единицу времени энергией порядка $T_e v_e(\epsilon)$, где $v_e(\epsilon) = 2\pi e^4 \lambda n_e / (\sqrt{2m\epsilon} \epsilon)$ — частота упругих межэлектронных соударений. Эти столкновения являются максвеллизирующим фактором. Двигаясь в электрическом поле, электроны энергии ϵ получают энергию порядка $e\mathcal{E}\bar{w}$, где \bar{w} — скорость направленного движения (скорость дрейфа). Учитывая, что $w \sim e\mathcal{E}/mv_e(\epsilon)$, энергию, поглощаемую во внешнем поле в единицу времени, запишем в виде $e^2 \mathcal{E}^2 / mv_e$. Для сохранения максвелловского распределения необходимо, чтобы отношение фактора, нарушающего равновесие, к фактору, поддерживающему равновесие, было малым. В данном случае имеем

$$T_e \gg \frac{\mathcal{E}^2 e^3}{2\pi^2 n_e^2 \lambda^2 e^6} . \quad (4.57)$$

Как видно, это условие может выполняться не при слишком больших энергиях электронов. При больших энергиях ϵ эффективность

межэлектронных соударений падает и максвелловское распределение нарушается.

Если фактор $p \ll 5$, плазма ионизована слабо. Максвеллизирующим фактором являются соударения с тяжелыми частицами.

Повторяя рассуждения, приведшие нас к (4.57), получим, что для наличия максвелловского распределения с температурой тяжелых частиц необходимо

$$T \gg \frac{2e^2 \mathcal{E}^2}{3m\delta v^2(\epsilon)}. \quad (4.58)$$

В это неравенство вошла малая величина δ , так что нарушение этого неравенства можно ожидать при относительно слабых полях.

В случае $v(\epsilon) = \text{const}$ электроны различных энергий возмущаются полем в равной степени. Каждый электрон получает от поля одну и ту же энергию. В результате возникает максвелловское распределение с эффективной температурой, зависящей от поля (см. подробнее гл. 7).

Неравновесность в распределении электронов в области больших энергий может быть связана с неупругими столкновениями с атомами. При возбуждении и ионизации атомов электроны теряют свою энергию. Если распределение атомов по возбужденным состояниям бальмановское, то убыль быстрых электронов компенсируется встречными процессами в соответствии с детальным равновесием. Если равновесия нет, то возможно возникновение неравновесного распределения. Отклонение от максвелловского распределения возникает за порогом возбуждения при $\epsilon > (E_1 - E_2)$. Частота неупругих столкновений, испытываемых электроном с энергией $\epsilon = E_1 - E_2$, определяется выражением

$$n_1 w_{12}(E_1 - E_2) = n_1 v(E_1 - E_2) q_{12}(E_1 - E_2) n_e,$$

где $q_{12}(E_1 - E_2)$ — сечение возбуждения атома электронным ударом при энергии налетающего электрона $\epsilon = E_1 - E_2$ ⁵.

Частота упругих межэлектронных соударений, восстанавливающих максвелловское распределение, равна

$$v_e(\epsilon) = 2\pi e^4 \lambda n_e / \sqrt{2m(E_1 - E_2)(E_1 - E_2)}, \quad \epsilon = E_1 - E_2. \quad (4.59)$$

Для поддержания максвелловского распределения необходимо, чтобы отношение этих частот $n_1 w_{12} / n_e v_e$ было мало, т. е.

$$c = n_1 w_{12} / (n_e v_e) \ll 1. \quad (4.60)$$

Если сделать замену $w_{12}(E_1 - E_2) \simeq z_{12}(E_1 - E_2)$, где z_{12} — эффективная вероятность одноквантового перехода (см. далее (П. 31)), а для v_e воспользоваться (4.59), то критерий будет иметь простой вид

$$c = n_1 z_{12} / (n_e v_e) = (2n_1 / n_e) (\Lambda_1 / \lambda) \ll 1.$$

⁵ Строго говоря, это сечение при $\epsilon = E_1 - E_2$ обращается в нуль. Фактически речь идет об энергиях, сдвинутых от порога на величину порядка T_e (см. гл. 7).

Более строгое рассмотрение (см. далее гл. 7) приводит к появлению в последнем критерии множителя $T_e/(E_1 - E_2)$. Тогда

$$c = \frac{2n_1}{n_e} \frac{T_e}{E_1 - E_2} \frac{\Lambda_1}{\lambda} \ll 1. \quad (4.61)$$

При $T_e \sim 1$ эВ из табл. 2.1 следует, что $\lambda \sim 10$. Для $T_e/(E_1 - E_2) \sim 0,07 \div 0,1$ по графику рис. 4.3 находим $\Lambda_1 = 0,02 \div 0,05$. Тогда из (4.61) следует, что степень ионизации, при которой реализуется максвелловское распределение, должна превосходить $n_e/n_1 > 10^{-4}$.

В экспериментальной работе Кула и Зукоского [15] исследовалось развитие ионизации в калии. При этом $n_e = 5 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-3}$, $n_1 = 1,4 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3}$, $T_e \simeq 3000 \text{ К}$. Расчет по (4.61) показывает, что для этих параметров $c = 3$. Иными словами, имеет место заметное нарушение максвелловского распределения.

Следует заметить, что при $c \gg 1$ частота возбуждения определяется скоростью поступления электронов в энергетический интервал $E_1 - E_2$ за счет межэлектронных столкновений, т. е. величиной $v_e(\varepsilon)$, $\varepsilon = (E_1 - E_2)$. В соответствии с этим должен измениться критерий (4.16), характеризующий влияние выхода излучения на состояние плазмы.

Его следует записать в виде (см. далее гл. 7)

$$A_{21}^* c / z_{21} \ll 1.$$

Поскольку $z_{21} \sim n_e$, а $c \sim n_e^{-1}$, в этот критерий концентрация электронов входит в знаменатель в квадрате. В данном случае отступление от максвелловского распределения приводит к возрастанию роли выхода излучения за счет уменьшения эффективности возбуждения.

Критерий, аналогичный (4.60), можно записать и для молекулярных газов, когда максвеллизирующий фактор — упругие межэлектронные соударения, а фактор, нарушающий равновесие, — возбуждение электронами колебательных молекулярных уровней. Тогда для поддержания максвелловского распределения необходимо

$$T_e v_e(\varepsilon^*) \gg \hbar \omega n_m q_v(\varepsilon^*) v(\varepsilon^*), \quad (4.62)$$

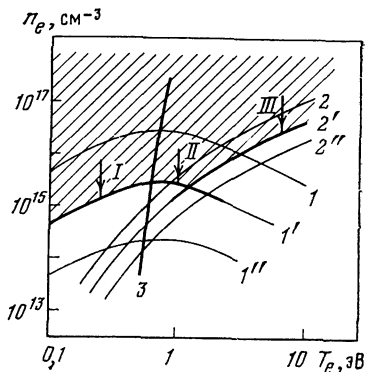
где $q_v(\varepsilon^*)$ — максимальное значение сечения возбуждения колебаний электронами, ε^* — энергия, соответствующая этому максимуму.

Для возбуждения колебаний в молекулярном азоте $\varepsilon^* \simeq 2$ эВ, $q_v(\varepsilon^*) \simeq 5 \text{ \AA}^2$ [16], поэтому из (4.62) следует, что отклонения от равновесия в распределении электронов при $T_e = 1$ эВ возникают при $n_e/n_m < 5 \cdot 10^{-4}$.

Важно отметить, что, поскольку пороги возбуждения колебательных уровней невелики, неупругие столкновения электронов с молекулами при условии $T_v \ll T_e$ приводят к отступлениям от максвелловского распределения при относительно малых энер-

Рис. 4.5. Области нарушения равновесия в водородной плазме [3]

Линии равных значений: 1, 1', 1'' — $A_{21}\theta_{21}/z_{21} = 1$ при $\theta = 1, 0, 1, 0,01$ соответственно, 2, 2', 2'' — $n_e^2\alpha/\tau_D = 1$ для $\tau_D = 10^{-4}, 10^{-3}, 10^{-2}$ с соответственно; 3 — $s = 1$. Области значений n_e и T_e под стрелками (I, II и III) соответствуют различным факторам отклонения от равновесия



гиях, затрагивают ядро распределения. Это может сказаться на общем числе электронов, которое может, например, зависеть от колебательной температуры [17].

В этой главе мы рассмотрели основные критерии нарушения термодинамического равновесия в плазме. Проанализирована роль отдельных факторов, приводящих к неравновесности. Зачастую эти факторы проявляются совместно. Для иллюстрации влияния различных факторов неравновесности на рис. 4.5, заимствованном из [3], в координатах n_e, T_e построены для равновесной при T_e водородной плазмы линии равных значений отношения $A_{21}\theta_{21}/z_{21} = 1$ (линия 1 для $\theta_{21} = 1$ и линия 1', 1'' — для $\theta_{21} = 0,1$ и 0,01). Область, лежащая выше этих кривых, соответствует плазме, у которой распределение возбужденных атомов по уровням и значение степени ионизации соответствуют равновесию при T_e .

В области, лежащей ниже линии $A_{21}\theta_{21}/z_{21} = 1$, равновесие нарушено вследствие выхода излучения. На этом же рисунке нанесены линии равных значений $n_e^2\alpha/\tau_D$ (2, 2' и 2''), отражающие роль диффузии. В областях n_e и T_e , лежащих под этими кривыми, равновесие нарушено вследствие диффузии заряженных частиц. Кривые 2, 2' и 2'' построены для $\tau_D = 10^{-4}, 10^{-3}, 10^{-2}$ с соответственно.

И, наконец, линия 3 определяет область, где возможно нарушение максвелловского распределения $s = 1$. В области слева от 3 максвелловское распределение отсутствует. Для $\tau_D = 10^{-3}$ с и $\theta_{21} = 0,1$ заштрихованная область (см. рис. 4,5) соответствует равновесной плазме. Если уменьшать n_e , двигаясь по стрелке I, то равновесие нарушится из-за выхода излучения. При этом будет отсутствовать и больцмановское распределение атомов, и максвелловское распределение электронов. При движении по стрелке II, т. е. при большей T_e , равновесие нарушается по-прежнему за счет выхода излучения, но распределение электронов по энергиям будет равновесным. Движению по стрелке III на рисунке соответствует отклонение от равновесия за счет диффузии зарядов.

КИНЕТИКА ЗАСЕЛЕНИЯ ВОЗБУЖДЕННЫХ СОСТОЯНИЙ

В холодном газе доля энергии, запасенной во внутренних степенях свободы атомов и молекул, составляет малую часть кинетической энергии частиц. С ростом температуры энергия, затраченная на возбуждение и ионизацию, становится соизмеримой или больше средней энергии поступательного движения частиц. Наличие возбужденных и ионизированных состояний радикально меняет свойства газа. Он превращается в частично ионизованную плазму. Для количественного описания свойств плазмы необходима информация о распределении ее частиц по состояниям возбуждения. В равновесии задача о распределении частиц по состояниям возбуждения элементарно решается с помощью формулы Больцмана. В неравновесных условиях распределение атомов по уровням в общем случае не характеризуется какой-либо температурой и должно определяться кинетическими методами.

В настоящей главе излагаются различные методы расчета распределения населенностей в неравновесной частично ионизованной плазме. Принимается во внимание большая совокупность ударных и радиационных элементарных процессов. Обсуждаются различные случаи неравновесных распределений, теоретические результаты сопоставляются с экспериментальными данными. Излагаемый материал частично содержится в обзорах и монографиях [1—4].

5.1. Качественная картина распределения населенностей в неравновесной плазме

Интерес к распределению атомов по возбужденным состояниям традиционен для физики низкотемпературной плазмы. Он возник в связи с необходимостью расчета радиационных потерь энергии, потерь энергии на ионизацию и возбуждение атомов и в значительной степени с развитием спектральных методов диагностики. Количественная обработка данных спектроскопических измерений — интенсивностей линий, рекомбинационного континуума — связана с распределением частиц по состояниям возбуждения и ионизации. Вопрос о распределении возбужденных состояний имеет первостепенное значение в физике газовых лазеров, в задачах плазмохимии, при разработке источников излучения.

Введем обозначения: n_k — населенность (концентрация) атомов в состоянии k , $n_a = \sum n_k$ — суммарная концентрация атомов. В состоянии термодинамического равновесия n_k определяется

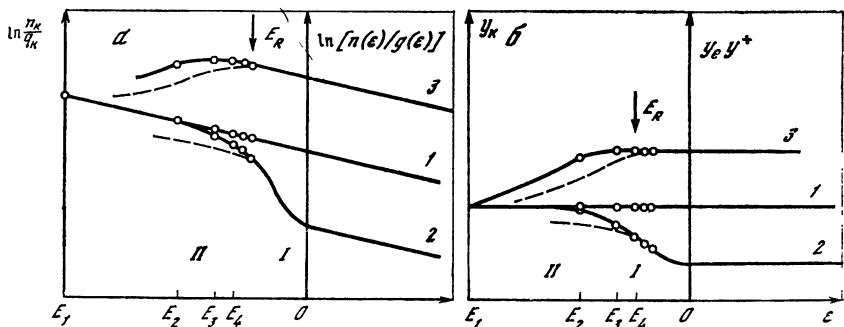


Рис. 5.1. Схема, поясняющая характерные распределения атомов по возбужденным состояниям

а: 1 — равновесный случай (прямая $\ln(n_k/g_k)$, проведенная через точки E_1, E_2, \dots , соответствующие реальным энергетическим уровням атома, позволяет найти электронную температуру), 2, 3 — режимы ионизации и рекомбинации соответственно;

б — то же, но выражено в приведенных концентрациях y_k .

Штрихи — распределение населенностей при значительной роли радиационных процессов.

I — группа состояний, находящаяся в равновесии с континуумом, *II* — группа неравновесных состояний.

E_R — характеризует границу влияния радиационных переходов

формулой Больцмана и однозначно связана с температурой

$$n_k^0 = n_a^0 (g_k/\Sigma_a) \exp [-(E_1 - E_k)/T], \quad (5.1)$$

$$n_k^0 = n_m^0 (g_k/g_m) \exp [-(E_m - E_k)/T], \quad (5.2)$$

где g_k — статистический вес уровня k , Σ_a — статистическая сумма атома. Индекс 0 у n_k и n_a подчеркивает, что речь идет о равновесных значениях. Зависимость $\ln(n_k/g_k) = f(E_k)$, проведенная через точки, соответствующие реальным уровням атома, в случае равновесия изображается прямой, наклон которой однозначно связан с температурой. Продолжая эту прямую в область положительных энергий ϵ , т. е. строя зависимость $\ln[n^0(\epsilon)/g(\epsilon)] = f(\epsilon)$, отобразим равновесную функцию распределения электронов по энергиям (см. рис. 5.1, *а*). Концентрация электронов n_e связана с населенностью любого возбужденного состояния соотношением

$$n_k^0 = n_e^0 (n^+)^0 K_k^{-1}, \quad K_k = \frac{g_k h^3}{2\Sigma_i (2\pi m T)^{3/2}} \exp(E_k/T). \quad (5.3)$$

Здесь n^+ и Σ_i — концентрация и статистическая сумма положительных ионов.

В отсутствие равновесия картина распределения населенностей становится иной. Неравновесные распределения удобно характеризовать относительными населенностями $y_k = n_k/n_k^0$ ¹ (см

¹ Иногда их называют также приведенными населенностями.

(4.13)). Очевидно, что в равновесии все $y_k = 1$. Линия 1 рис. 5.1, *a, б* соответствует равновесию. Наряду с величинами y_k , неравновесную населенность уровня иногда характеризуют температурой заселения. Эта температура является формальным понятием. Она определяется из (5.1) при произвольном соотношении между n_k и n_1 . Если для какого-либо уровня $y_k < 1$, то этот уровень недозаселен по отношению к равновесному значению и его температура заселения ниже равновесной. При $y_k > 1$ имеют место перенаселенность уровня и превышение температуры заселения над равновесной. Допустим, что по каким-либо причинам концентрация электронов в плазме станет меньше равновесной (хотя распределение их по энергиям сохранится максвелловским). Тогда часть линии 1 (см. рис. 5.1, *a, б*), соответствующая положительным энергиям, сдвинется вниз. Распределение возбужденных атомов деформируется, как показано линией 2 (см. рис. 5.1, *a, б*). Соотношения (5.2) и (5.3) останутся в силе лишь для группы высоковозбужденных состояний, примыкающих к континууму. В этом случае $y_e y^+ < 1$ и произведение $n_e n^+$ ниже своего равновесного значения. Неравновесность такого типа называют ионизационной (ионизация преобладает над рекомбинацией), а плазму в таком неравновесном состоянии — недоионизованной. Если же $y_e y^+ > 1$, то часть линии 1 (см. рис. 5.1, *a, б*), соответствующая свободным электронам, сместится вверх. Распределение атомов по уровням будет соответствовать линии 3 — неравновесность рекомбинационного типа. Как видно из рисунков (см. рис. 5.1, *a, б*), можно выделить группу состояний I, находящуюся в равновесии с континуумом. Но имеется группа состояний II, находящаяся в существенно неравновесных условиях. Тем не менее населенности уровней этой группы состояний могут быть приближенно связаны соотношением (5.2) при некотором значении температуры. Эта температура называется температурой распределения. Температура распределения T_p не равна электронной, и в режиме ионизации $T_p < T_e$, а в режиме рекомбинации $T_p > T_e$.

Спектральные линии, образованные переходами внутри области II, для атомов многих элементов лежат в удобной для спектроскопических измерений области. Но из рис. 5.1, *a* видно, что температура распределения T_p , определяемая по наклону зависимости $\ln(n_k/g_k)$ для этих состояний, в неравновесных условиях может отличаться от T_e . В данном случае отождествление T_p с T_e недопустимо.

Проведенный качественный анализ основан на допущении, что уровни заселяются электронными процессами. Рассмотрим, к каким изменениям в распределениях приведут радиационные процессы. Как уже отмечалось в гл. 4, радиационные процессы влияют и на распределение возбужденных состояний, и на степень ионизации. Для того чтобы выяснить, как излучение влияет на вид распределений возбужденных состояний, допустим, что y_1 и $y_e y^+$ фиксированы и имеет место выход излучения из рассмат-

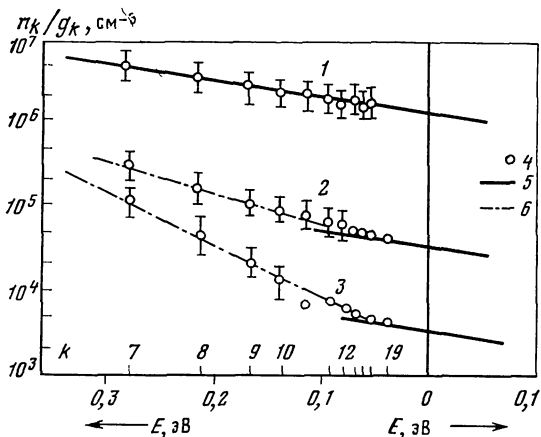


Рис. 5.2. Зависимость населенностей F -уровней цезия от энергий связи для $n_e = 2,3 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3}$ (1), $4,0 \cdot 10^{12}$ (2) и $1,2 \cdot 10^{12}$ (3) [5]

4 — измеренные значения n_k/g_k , 5 — распределение при условии справедливости формулы Саха с T_e , 6 — распределения с T_p

риваемого объема. Тогда высвечивание обедняет заселенность возбужденных состояний, замедляет ионизацию, ускоряет рекомбинацию. Характерно, что роль радиационных процессов резко уменьшается по мере приближения к границе непрерывного спектра. Интенсивность радиационных процессов заметно убывает с уменьшением энергии связи (сила осциллятора $f \sim k^{-3}$ (см. гл. 2)), интенсивность ударных процессов, наоборот, резко возрастает (сечение $q \sim k^4$), это позволяет достаточно четко разбить энергетический интервал на две области: 1) $E < E_R$, где доминируют ударные процессы; 2) $E > E_R$ — здесь возбуждение осуществляется ударными процессами, а тушение — радиационными. Величину E_R (в эВ) можно оценить по формуле (см. далее гл. 5)

$$E_R = [n_e / (4,5 \cdot 10^{13})]^{1/4} T_e^{-1/2}, \quad (5.4)$$

где T_e выражено в эВ, n_e — в см^{-3} . На рис. 5.1, а, б штриховой линией отмечен возможный ход населенностей при учете влияния излучательных процессов и отмечено положение уровня E_R .

Распределение населенностей уровней в неравновесных условиях измерялось во многих работах. На рис. 5.2 представлена картина распределения населенностей возбужденных атомов цезия, измеренная в [5] при различных концентрациях электронов.

В табл. 5.1 приведены основные параметры плазмы цезия для этих условий. Температура электронов в [5] определялась по интенсивности рекомбинационного континуума. Сплошные линии (см. рис. 5.2) представляют собой равновесные распределения, наклон которых соответствует температуре T_e . Штрихпунктирные линии проведены через точки, соответствующие измеренным значениям населенностей, и их наклон соответствует температуре T_p .

Таблица 5.1. Основные параметры плазмы цезия, полученной в эксперименте [5]

| Группа точек рис. 5.2 | n_{Cs} , см ⁻³ | $n_e \cdot 10^{-12}$, см ⁻³ | T_e , К | T_p , К |
|--------------------------|-----------------------------|---|-----------|-----------|
| 1 | 10^{15} | 23 | 2320 | 2350 |
| 2 | 10^{15} | 4,0 | 2270 | 1320 |
| 3 | 10^{15} | 1,2 | 2380 | 730 |

Здесь же приведены три группы экспериментальных данных при различных n_e . Группа 1 ($n_e = 2,3 \cdot 10^{13}$ см⁻³) соответствует равновесию возбужденных состояний с квантовыми числами $k = 7 \div 19$ с континуумом $T_e \approx T_p$, 2 и 3 ($n_e = 4,0 \cdot 10^{12}$ и $1,2 \cdot 10^{12}$ см⁻³) — неравновесные режимы. В этих условиях (см. табл. 5.1) $T_p < T_e$. С уменьшением n_e T_e меняется мало, распределение становится все более неравновесным. Населенности возбужденных состояний не лежат на прямой, наклон которой соответствует T_e . Измеренное в [5] распределение атомов по уровням характерно для неравновесности ионизационного типа (см. рис. 5.1, а, б, кривая 2).

На распределение атомов по возбужденным состояниям в определенных условиях могут оказать влияние неравновесность в распределении свободных электронов по энергиям, столкновения с тяжелыми частицами (атомами, молекулами, ионами). В общем случае картина распределения населенностей может быть весьма сложной. Задача теории — найти эти неравновесные распределения и с их помощью получить информацию о ряде параметров, характеризующих состояние плазмы. Перейдем к основным методам расчета населенностей.

5.2. Система кинетических уравнений баланса для населенностей возбужденных состояний

Населенности уровней определяются системой кинетических уравнений баланса, записанной для каждого из возбужденных состояний с учетом всевозможных элементарных процессов, обедняющих или населяющих данный уровень. Совокупность элементарных процессов удобно записать в символах химических реакций (символ на верхней и нижней стрелках соответствует коэффициенту скорости реакций). Перечислим важнейшие из них:

1. Возбуждение и тушение электронным ударом



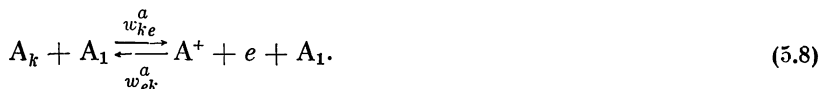
2. Ионизация электронным ударом и тройная рекомбинация



3. Возбуждение и тушение при столкновении с атомом в основном состоянии



4. Ионизация в атом-атомных столкновениях и трехчастичная рекомбинация



5. Ассоциативная ионизация и диссоциативная рекомбинация

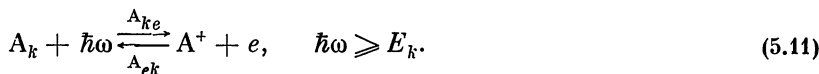


6. Спонтанные радиационные переходы между дискретными состояниями



где A_{km}^* — эффективная вероятность радиационного перехода, учитывающая возможную реабсорбцию (см. гл. 3).

7. Радиационная рекомбинация и фотоионизация



Из приведенных реакций видно, что переходам между дискретными уровнями соответствуют индексы k и m . Состоянию континуума приписываем индекс e . Переходу из дискретного состояния k в континуум соответствуют индексы $k \rightarrow e$, а $e \rightarrow k$ наоборот. Существуют и другие реакции с участием возбужденных атомов. Некоторые из них рассмотрим ниже. Перейдем к записи основных уравнений кинетики.

Удобно ввести обозначение w_{km}^q — вероятность перехода из состояния k в состояние m под воздействием q -го элементарного процесса и соответственно w_{ke}^q — вероятность ионизации. Для радиационных процессов $w_{km}^R = A_{km}^*$, если $k > m$, и $w_{km}^R = 0$, если $k < m$. Для радиационной рекомбинации $w_{ek}^R = A_{ek}$. Уравнение, определяющее концентрацию возбужденных частиц в k -м состоянии, имеет вид

$$\frac{dn_k}{dt} = \sum_{m, q} (n_m w_{mk}^q - n_k w_{km}^q) + F_k - n_k G_k. \quad (5.12)$$

Суммирование проводится по всем дискретным состояниям и состоянию e . F_k — источник образования атомов в k -м состоянии

за счет процессов, в которых не участвует рассматриваемый атом или его ион. Иными словами, F_k не зависит от n_k . Примером такого процесса может быть диссоциативная рекомбинация с образованием возбужденного атома в k -состоянии. Тогда $F_k = n_2^+ n_e d_k$, где d_k — константа диссоциативной рекомбинации с образованием возбужденного атома в k -состоянии, n_2^+ — концентрация молекулярных ионов. Группа процессов G_k описывает гибель возбужденных атомов в результате процессов, в которых не образуются атомы рассматриваемого элемента ни в основном, ни в возбужденных состояниях. Ассоциативная ионизация может быть примером процесса типа G_k . В этом случае $G_k = n_a \beta_k^a$, где β_k^a — константа ассоциативной ионизации атома в k -состоянии. В случае диффузии возбужденных атомов, например, к границам плазмы $G_k = (1/n_k) \text{div } J_k$, где J_k — диффузионный поток возбужденных атомов в k -состоянии, обусловленный их пространственным перемещением.

Уравнение для концентрации электронов записывается аналогично (5.12)

$$\frac{dn_e}{dt} = \sum_{k, q} (n_k w_{ke}^q - n_e n^+ w_{ek}^q) + F_e - n_e G_e. \quad (5.13)$$

Сумму по k и q в (5.12) и (5.13) полезно записать, вводя понятие потока в энергетическом пространстве j_k . Поток пропорционален числу частиц, проходящих в единицу времени через сечение в энергетическом спектре, проведенное между уровнями $k-1$ и k . Согласно этому

$$j_k = \sum_{n < k} \sum_{m \geq k} (n_n w_{nm}^q - n_m w_{mn}^q). \quad (5.14)$$

Тогда уравнение (5.12) можно переписать, введя дивергенцию потока j_k

$$\frac{dn_k}{dt} = \Delta j_k + F_k - n_k G_k, \quad (5.15)$$

где $\Delta j_k = j_k - j_{k+1}$.

Состояние ионизационного континуума e является последним в ряду рассматриваемых энергетических состояний. Для него $\Delta j_e = j_e$, где j_e — сумма в правой части (5.13). В соответствии с этим (5.13) примет вид

$$\frac{dn_e}{dt} = j_e + F_e - n_e G_e. \quad (5.16)$$

Основное состояние (n_0 , напротив, является первым в ряду рассматриваемых энергетических состояний, и для него $\Delta j_1 = -j_2$, поскольку (в соответствии с нашим определением потока) $j_1 = 0$ (нет уровней, имеющих энергию меньше E_1). Поэтому кинетиче-

ское уравнение для атомов в основном состоянии имеет вид

$$\frac{dn_1}{dt} = -j_2 + F_1 - n_1 G_1. \quad (5.17)$$

Решение системы (5.15)—(5.17) представляет весьма сложную задачу. Кроме того, оно тесно связано с конкретными начальными условиями. Но если не интересоваться слишком малыми временами с начала развития процесса, можно воспользоваться квазистационарным приближением (см. далее гл. 8). Квазистационарность распределения атомов по возбужденным состояниям означает, что в процессе ионизации (рекомбинации) величины n_k успевают подстраиваться под другие сравнительно медленно меняющиеся параметры плазмы (n_1 , n_e , T_e и др.). Поэтому явная зависимость n_k от времени исчезает и система (5.12)—(5.15) может быть записана так:

$$\sum_{n, q} (n_k w_{kn}^q - n_n w_{nk}^q) + F_k - n_k G_k = 0 \quad (5.18)$$

или

$$\Delta j_k + F_k - n_k G_k = 0, \quad k > 1.$$

Записывая (5.18) для $k = 2, 3$ и т. д., легко получить

$$j_2 - j_e = \sum_{n \geq 1} (F_n - n_n G_n). \quad (5.19)$$

Разница потоков в крайних точках рассматриваемого энергетического пространства равна суммарной скорости ухода (прихода) возбужденных состояний за счет внешних процессов заселения и разрушения уровней F_k и G_k . Если $\sum_n (F_n - n_n G_n) \ll j_2$ и j_e , что означает малую роль внешних процессов заселения и разрушения уровней, (5.18) записывается в виде

$$\Delta j_k \simeq 0,$$

откуда следует $j_k = j = \text{const}$. Поток в энергетическом пространстве постоянен для всех состояний. В данном случае это естественно, так как в условиях квазистационарности не происходит накопления частиц на уровнях и мы не рассматриваем возможность ухода частиц ($F_k = 0$, $G_k = 0$).

Важное значение имеет знак потока. Если $j > 0$, то возбуждение и ионизация преобладают над встречными процессами тушения, рекомбинации, высвечивания. Если $j < 0$, то имеет место обратная картина — преобладают девозбуждение и рекомбинация. Возможен стационарный режим с $j = 0$. В этом случае число актов ионизации в данном элементе объема равно числу актов рекомбинации. Плазма в таком режиме может быть неравновесной, поскольку ионизация и рекомбинация осуществляются различными элементарными процессами (например, возбуждение электронным ударом, девозбуждение излучением).

5.3. Численные методы решения кинетической системы уравнений для населенностей

Разработке методов численного решения системы (5.15)—(5.17) и получению самого решения посвящено большое число работ. В задаче известны населенность основного состояния n_1 , температура электронов T_e (распределение их по энергиям максвелловское), концентрация электронов n_e , концентрация ионов рассматриваемого элемента n^+ . Требуется найти скорости изменения концентрации атомов в основном состоянии (см. (5.17)), электронов (5.16), а также населенности всех возбужденных состояний. Решение в подавляющем числе случаев находится в квазистационарном приближении.

Населенности уровней определяются столкновениями с электронами и радиационными процессами (ударно-радиационная кинетика). Расчеты проводятся при определенных значениях факторов $\theta \leq 1$ для различных радиационных переходов. Приближению оптически тонкого слоя соответствует $\theta = 1$ для всех компонент спектра. В другом предельном случае $\theta = 0$ для всех компонент спектра соответствует чисто столкновительная кинетика. Расчеты проводятся и при промежуточных значениях θ . Так в работе Дравина [6] расчеты выполнялись при варьировании факторов θ в широком диапазоне условий для различных радиационных переходов. В условиях реального эксперимента величины θ зависят от ряда факторов — характера уширения спектральных линий, пространственного распределения поглощающих атомов, геометрии плазменного объема и др. (см. гл. 3). Учет этих факторов вносит существенную нелинейность в систему уравнений баланса.

Результаты численного решения системы уравнений баланса обычно представляют в виде

$$y_k = y_1 r_1(k) + y_e y^+ r_0(k), \quad (5.20)$$

где y_k , y_1 , y_e , y^+ — относительные населенности, а $r_1(k)$ и $r_0(k)$ — коэффициенты населенностей, из которых $r_1(k)$ отражает вклад в населенность уровня k переходов из основного и нижележащих возбужденных состояний, а $r_0(k)$ — переходов из вышележащих состояний и континуума. Поскольку с ростом k $y_k \rightarrow y_e y^+$, то коэффициент $r_0(k)$ стремится к единице, а $r_1(k)$ становится малым. Наоборот, когда $k \rightarrow 1$, коэффициент $r_0(k)$ становится малым, а $r_1(k) \rightarrow 1$. В результате численного решения табулируются коэффициенты $r_1(k)$ и $r_0(k)$ для различных n_e , T_e и условий выхода излучения.

Для проведения численного решения необходим набор вероятностей ударных и радиационных переходов между различными состояниями атома. Для вероятностей радиационных переходов большинством авторов используются хорошо известные таблицы [7]. Что касается вероятностей ударных процессов, то здесь авторы используют различные приближенные выражения. Так,

Таблица 5.2. Значения коэффициентов населенности $r_0(k)$ и $r_1(k)$ водорода, вычисленных различными авторами

| Условия | $r_0(k), r_1(k)$ | [14] | [12] | [6] |
|--|------------------|-------------|------------|------------|
| $n_e = 10^{14} \text{ см}^{-3}$, $T_e = 4 \cdot 10^3 \text{ К}$ | $r_0(2)$ | $6,0^{-4}$ | $2,4^{-4}$ | $4,4^{-4}$ |
| | $r_1(2)$ | $1,8^{-3}$ | $2,5^{-3}$ | $1,8^{-3}$ |
| | $r_0(5)$ | $9,4^{-1}$ | $8,5^{-1}$ | $9,2^{-1}$ |
| | $r_1(5)$ | $4,7^{-5}$ | $1,8^{-4}$ | $1,0^{-4}$ |
| $n_e = 10^{15} \text{ см}^{-3}$, $T_e = 4 \cdot 10^4 \text{ К}$ | $r_0(2)$ | $4,4^{-3}$ | $2,2^{-3}$ | $3,7^{-3}$ |
| | $r_1(2)$ | $1,7^{-2}$ | $2,4^{-2}$ | $1,7^{-2}$ |
| | $r_0(5)$ | $9,7^{-1}$ | $9,0^{-1}$ | $9,5^{-1}$ |
| | $r_1(5)$ | $4,0^{-4}$ | $2,0^{-4}$ | $7,6^{-4}$ |
| $n_e = 10^{12} \text{ см}^{-3}$, $T_e = 2,56 \cdot 10^5 \text{ К}$ | $r_0(3)$ | $1,0^{-0}$ | $1,0^{-0}$ | $1,0^{-0}$ |
| | $r_1(3)$ | $4,86^{-6}$ | $8,2^{-6}$ | $6,5^{-6}$ |
| $n_e = 10^{13} \text{ см}^{-3}$, $T_e = 5 \cdot 10^5 \text{ К}$ | $r_0(2)$ | — | $1,5^{-0}$ | $1,5^{-0}$ |
| | $r_1(2)$ | — | $2,2^{-4}$ | $2,0^{-4}$ |
| | $r_0(5)$ | — | $1,0^{-0}$ | $1,0^{-0}$ |
| | $r_1(5)$ | — | $6,2^{-6}$ | $4,4^{-6}$ |

в одной из первых работ Бейтса и Кингстона [8] для расчета вероятностей неупругих столкновений атомов с электронами используются выражения, полученные Гржизинским [9]. В работах Дравина [6, 10, 11] используются полученные им же полуэмпирические формулы для вероятностей ударных процессов. В работе Джонсона и Хиннова [12] — полуэмпирический метод, развитый в [13].

Сечения, вычисленные различными методами, могут заметно отличаться. Однако коэффициенты населенностей, которые в конечном счете зависят от большого числа элементарных процессов, оказываются не столь чувствительны к выбору отдельных сечений.

В табл. 5.2 приведены коэффициенты $r_0(k)$ и $r_1(k)$ для оптически прозрачной водородной плазмы, вычисленные в работах Фудзимото [14], Джонсона и Хиннова [12] и Дравина [6]. Из таблицы видно, что коэффициенты населенностей, вычисленные различными авторами, несколько отличаются друг от друга. При низких T_e для $r_1(5)$ отличие может доходить до трех раз. При высоких температурах согласие значительно лучше. С ростом n_e , T_e величины $r_0(k) \rightarrow 1$. Так, при $n_e = 10^{14} \text{ см}^{-3}$ и $T_e = 4000 \text{ К}$ $r_0(5) \simeq 0,9$, т. е. при этих условиях населенность на пятом уровне близка к равновесию с континуумом.

В [10] был проведен расчет населенностей возбужденных состояний водородного атома для условий, когда единственной причиной нарушения равновесия является выход излучения.

В этом случае населенность любого состояния атома можно

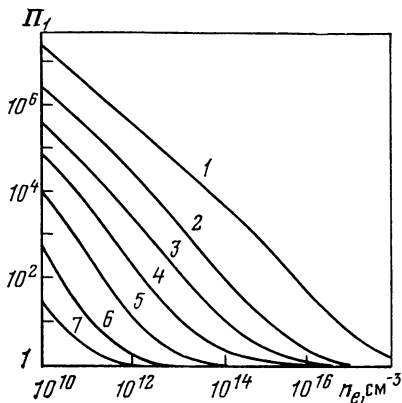


Рис. 5.3. Зависимость фактора Π_1 для водорода от концентрации электронов при $T_e = 8 \cdot 10^3$ К [10]

1 — плазма оптически прозрачна для всех радиационных переходов, 2 — I_{α} — оптически заперта в объеме (все остальные переходы не реабсорбированы), 3 — полностью реабсорбированы все линии лаймановской серии, 4 — полностью реабсорбированы все линии серии Лаймана, лаймановский континуум и линия H_{α} , 5 — реабсорбированы все линии лаймановской и бальмеровской серий и их континуумы, 6 — реабсорбированы все линии лаймановской бальмеровской и пашеновской серий и их континуумы, 7 — реабсорбирована еще и серия Пфунда с ее континуумом

представить в виде

$$n_k = \frac{n_e n^+ g_k \exp(E_k/T_e) h^3}{2 \Sigma_i (2\pi m T_e)^{3/2}} \Pi_k. \quad (5.21)$$

Если фактор Π_k принять равным единице, то (5.21) перейдет в формулу Саха. Отличие Π_k от единицы показывает, насколько концентрация n_k отклоняется от равновесной.

На рис. 5.3 представлена зависимость фактора Π_1 от концентрации электронов при $T_e = 8 \cdot 10^3$ К для различной степени реабсорбции радиационных переходов. При малых n_e в случае оптически тонкого слоя Π_1 достигает очень больших значений порядка 10^7 . Это означает, что за счет выхода излучения в этих условиях концентрация электронов будет намного ниже равновесной. По мере усиления реабсорбции фактор Π_1 уменьшается и в пределе сильной реабсорбции большинства радиационных переходов стремится к единице. В Приложении 3 даются коэффициенты населенностей водородных уровней, вычисленных в [6] для $n_e = 10^{10} - 10^{18}$ см⁻³, $T_e = (2 \div 156) \cdot 10^3$ К и различной степени реабсорбции радиационных компонент.

Методы расчета населенностей, развитые в [6, 8, 10—12, 14] для водородной плазмы, были распространены на плазму и других химических элементов. В табл. 5.3 для справок указаны работы, в которых рассчитывались населенности уровней атомов различных элементов. Отмечены диапазоны изменения n_e и T_e и характер реабсорбции линий.

Расчеты населенностей возбужденных состояний, выполненные различными авторами, охватывают весьма широкий диапазон температур и концентрации электронов. Они представляют ценную информацию благодаря последовательному учету всей совокупности элементарных процессов, большого числа состояний. Вместе с тем возможности численных методов ограничены. Результаты представляются в виде таблиц. Более сложная постановка задачи, скажем, учитывающая взаимосвязь распределения по уровням,

Таблица 5.3. Условия, для которых рассчитывались населенности возбужденных состояний различных атомов

| Элемент | $T_e \cdot 10^{-3}, \text{ K}$ | $n_e, \text{ см}^{-3}$ | Характер реабсорбции | Литература |
|---------|--------------------------------|-----------------------------|--|------------|
| He | 0,25; 2 | $10^8 - 10^{12}$ | Оптически тонкий слой, различная степень реабсорбции | [15] |
| | 8—80 | $10^{11} - 10^{18}$ | | [16] |
| N | 2—20 | $10^{12} - 10^{18}$ | То же | [17] |
| | 4—20 | $10^8 - 10^{13}$ | | [18] |
| O | 1,1—11 | 10^6 | Оптически тонкий слой, резонансная линия полностью реабсорбирована | [19] |
| | 0,5—1,5 | $10^6 - 10^{16}$ | | [20] |
| Na | 1,1—3,5 | $10^{13} - 10^{15}$ | Оптически тонкий слой | [21] |
| Cs | 1—3,5 | $10^{11} - 3 \cdot 10^{13}$ | Оптически тонкий слой, резонансная линия полностью реабсорбирована в объеме [22—25]. Учет реабсорбции по методу $\tau_{эф}$ [26] | [22—26] |
| Li | 6—11 | $10^{13} - 10^{15}$ | Оптически тонкий слой | [27] |
| | 2—10 | $10^{12} - 10^{16}$ | Оптически тонкий слой, частичная реабсорбция резонансной линии | [28] |
| Ar | 6—11 | $10^{15} - 10^{17}$ | То же | [29] |

степени ионизации и распределения электронов по энергиям, превращает уравнения баланса в нелинейную систему. Возможности представления результатов в численном виде ограничены, особенно для задач, в которых плазма является лишь элементом сложной системы. В связи с этим широкое распространение получили приближенные аналитические методы, основанные на использовании различных моделей, соответствующих упрощениям исходной системы уравнений. Результаты численных расчетов могут служить тестом для проверки различных приближений. Перейдем к обсуждению приближенных методов расчета населенностей уровней.

5.4. Диффузионное приближение

Приближенные аналитические методы расчета населенностей уровней можно условно разбить на две группы. В одной авторы стремились свести систему уравнений баланса к кинетическому уравнению для населенности $n(E)$ — непрерывной функции энергии. При этом тем или иным способом осуществлялось «размазывание» дискретного энергетического спектра. Такой подход оправдан для высоковозбужденных состояний, разделенных малыми энергетическими интервалами, но он вызывает сомнения при описании распределения атомов в нижней части энергетического спектра, где расстояния между уровнями могут быть значительными. В другой группе методов дискретная структура энергетиче-

ческого спектра сохраняется. Упрощение системы уравнений баланса достигается на основе анализа вероятностей различных переходов, что позволяет пренебречь некоторыми процессами, оказывающими малое влияние на населенности. Разумеется, каждое из таких упрощений справедливо лишь в какой-то области параметров плазмы.

Рассмотрим первую группу методов, основанных на кинетических уравнениях для высоковозбужденных атомов. В них используется аналогия между движением электрона в энергетическом пространстве атома и блужданием броуновской частицы. Этот подход, получивший название диффузионного, интенсивно развивается, начиная с работ [30—35]. В его основе лежит представление о том, что связанный электрон, переходя с уровня на уровень, проходит долгий и запутанный путь, прежде чем достигнет основного состояния или континуума.

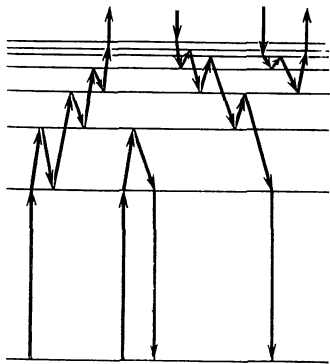


Рис. 5.4. Различные варианты движения электрона в энергетическом пространстве

Он переходит из состояния в состояние, причем почти с одинаковой вероятностью как вверх по энергетической оси, так и вниз. В частности, после ряда переходов он может вернуться вновь на основной уровень, а может оказаться в континууме. Движение электрона напоминает диффузию броуновской частицы. Аналогия становится более полной, если учесть, что вероятность столкновения возбужденных атомов со свободными электронами w_{km} является максимальной для переходов на соседние уровни $m = k \pm 1$ (см. гл. 2, подразд. 2.2.1). С ростом разности энергий начального и конечного состояний w_{km} заметно убывает, $w_{km} \sim (E_m - E_k)^{-4}$. Это означает, что в среднем за несколько столкновений энергия связанного электрона изменяется мало. Использование диффузионного приближения в такой ситуации представляется естественным. Энергетический спектр реального атома при этом заменяется размазанным. Концентрация возбужденных атомов полагается непрерывной функцией энергии $n(E)$, показывающей, сколько возбужденных атомов приходится на интервал энергии E и $E + dE$. Статистический вес $g(E)$ состояния с энергией E пропорционален области фазового пространства, в которой сохраняется энергия E . Для связанного электрона, движущегося в кулоновском поле иона Ze^2/r с импульсом p на расстоянии r от него, закон сохранения энергии имеет вид

$E - p^2/2m + Ze^2/r = 0$. Число состояний, приходящихся на элемент объема фазового пространства $d\Gamma = dpdr$, равно

$$d\Gamma/(2\pi\hbar)^3 = dpdr/(2\pi\hbar)^3.$$

Полное число состояний электрона с энергией E определяется областью в фазовом пространстве, где $E = p^2/2m - Ze^2/r$. Поэтому

$$g(E) = 2 \int (dp dr)/(2\pi\hbar)^3 \delta(E - p^2/2m + Ze^2/r). \quad (5.22)$$

Коэффициент 2 учитывает возможные значения спина электрона. Интеграл удобно взять сначала по переменной p , а затем по r , что приводит к выражению

$$g(E) = Z^3 R y^{3/2} / E^{5/2}. \quad (5.23)$$

Покажем, что классическая формула (5.23) соответствует правильному квантовомеханическому значению статистического веса водородоподобного уровня с главным квантовым числом k . Для этого запишем $E = Ry/k^2$ и совершим замену переменных $g_k = g(E) (dE/dk)$. Используя (5.23) и полагая $Z = 1$, получим $g_k = 2k^2$.

Итак, рассмотрим движение связанного электрона в пространстве энергии. Столкновения частиц приводят к скачкообразным перемещениям в пространстве энергии. Совокупность таких квазинепрерывных перемещений можно уподобить течению некоторой жидкости или газа в пространстве энергии. Это течение характеризуется потоком j . Поток пропорционален количеству частиц, проходящих в единицу времени через сечение, проведенное в произвольном месте энергетической оси. Полный поток частиц через некоторое сечение определяется не только плотностью этих частиц на самой поверхности, но также и их плотностью вблизи этой поверхности. Математически поток в общем случае будет иметь вид разложения в ряд

$$j(E) = B(E)n(E) + D(E) \frac{dn(E)}{dE} + \dots \quad (5.24)$$

Слагаемое Bn называется кинематическим, а $D(dn/dE)$ — диффузионным потоком. Чем меньше скачки частиц в энергетическом пространстве, вызываемые столкновениями, тем более картина движения должна быть похожа на строго непрерывное течение, при котором поток определяется лишь плотностью среды в точках, лежащих вблизи самой поверхности. Малость передачи энергии при переходах будет проявляться в том, что члены ряда (5.24) быстро убывают. В первом приближении конечную величину скачков энергии при переходах можно учесть, оставив в разложении два члена, что и сделано в (5.24). Коэффициенты $B(E)$ и $D(E)$ представляют соответственно коэффициент динамического трения и коэффициент диффузии. Как показано в Приложении 2

(см. (П. 7), (П. 10)), они определяются следующими выражениями:

$$B(E) = -\frac{d}{dt} \langle \Delta E \rangle + \frac{d}{dE} D(E), \quad (5.25)$$

$$D(E) = 1/2 \frac{d}{dt} \langle \Delta E^2 \rangle,$$

где $d\langle \Delta E \rangle/dt$ и $d\langle \Delta E^2 \rangle/dt$ — средние энергия и квадрат энергий, передаваемые в единицу времени атому в состоянии E в результате столкновений. Возникновение коэффициента $B(E)$ связано с зависимостью от энергий величин, характеризующих движение по энергетической оси. Видно, что $B(E)$ отлично от нуля, если $d\langle \Delta E \rangle/dt \neq 0$ и если коэффициент диффузии $D(E)$ зависит от энергии. Когда $\frac{d}{dt} \langle \Delta E \rangle \neq 0$, то переходы, вызванные столкновениями вверх и вниз, неточно компенсируют друг друга. В результате возникает некоторая преимущественная передача энергии в направлении против потока. Иными словами, коэффициент $B(E)$ описывает трение в пространстве энергии, а $D(E)$ — изменение числа частиц, вызванное диффузией в пространстве энергии. Согласно соотношению Эйнштейна, при диффузионном блуждании за время t средний квадрат смещения координаты частицы (в данном случае средний квадрат изменения энергии) определяется выражением

$$\langle \Delta E^2 \rangle = 2Dt.$$

Дифференцируя его по времени, приходим к (5.25). Между коэффициентами $D(E)$ и $B(E)$ существует связь, вытекающая из условия — равновесное распределение должно обратить поток (5.24) в нуль. Приравнявая j нулю, находим

$$B(E) = -D(E) \frac{dn^0}{n^0 dE}. \quad (5.26)$$

Это соотношение позволяет ограничиться вычислением одного из коэффициентов. Согласно представлению о непрерывности течения изменение $n(E)$ (концентрации частиц с энергией E) определяется дивергенцией потока частиц этой энергии

$$\frac{\partial n(E)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial E} \left(B(E) n(E) + D(E) \frac{\partial n(E)}{\partial E} \right). \quad (5.27)$$

Это уравнение в частных производных с B и D , определенными формулами (5.25), называется уравнением Фоккера—Планка. Оно применимо для описания диффузии в слабонеоднородных средах и используется в самых разнообразных физических задачах. Аналогично относительным населенностям для дискретных уровней можно ввести относительные населенности и для $n(E)$

$$y(E) = n(E)/n^0(E). \quad (5.28)$$

Используя (5.28) и (5.26), выражение для потока (5.24) можно пе-

реписать в виде

$$j = D(E) n^0(E) \frac{dy}{dE}. \quad (5.29)$$

Уравнение типа (5.27) использовалось в [30—35] для нахождения коэффициента рекомбинации. В [36] с его помощью было найдено неравновесное распределение населенностей. Хотя подход, основанный на уравнении диффузионного типа, является приближенным, некоторые качественные особенности неравновесных распределений прослеживаются в рамках этого метода весьма отчетливо. Перейдем к решению уравнения (5.27). В условиях квазистационарности $dn/dt = 0$, а $j = \text{const}$. Предположим, что граничные значения y_1 и $y(0) = y_e y^+$ известны. Решение, удовлетворяющее этим граничным условиям, имеет вид

$$y(E) = \frac{y_1 R(0, E) + y_e y^+ R(E, E_1)}{R(0, E_1)}, \quad (5.30)$$

$$j = \frac{y_1 - y_e y^+}{R(0, E_1)}. \quad (5.31)$$

Здесь введено обозначение

$$R(E', E) = \int_{E'}^E \frac{dE''}{n^0(E'') D(E'')}, \quad E' < E. \quad (5.32)$$

Дальнейший анализ (5.30), (5.31) связан с конкретным видом коэффициента диффузии. При столкновении слабосвязанного электрона со свободными (см. гл. 2) имеем

$$D(E) = \frac{4 \sqrt{2\pi} e^4 n_e E}{3 \sqrt{m T_e}} \Lambda, \quad (5.33)$$

где Λ — кулоновский логарифм состояния с энергией связи E . Подставляя (5.33) в (5.32), а $n^0(E)$ выражая по формуле Саха для высоковозбужденных водородоподобных состояний²

$$n^0(E) = n_e^0 (n^+)^0 \frac{g(E) e^{E/T_e}}{2 (2\pi m T_e)^{3/2}}. \quad (5.34)$$

Находим, что

$$R(E, E') = \frac{9 \sqrt{m} T_e^{3/2}}{8\pi \sqrt{2\pi} e^{10} n_e n_e^0 (n^+)^0 \bar{\Lambda}} \left[\chi\left(\frac{E'}{T_e}\right) - \chi\left(\frac{E}{T_e}\right) \right], \quad (5.35)$$

где $\bar{\Lambda}$ — среднее значение кулоновского логарифма, функция χ

² В формуле (5.34) отсутствует фактор Σ_i — статистическая сумма остаточного иона. Связь высоковозбужденных состояний атомов с их континуумом водородоподобна. Поэтому для сложного атома статистический вес, определяемый в (5.23), также следует умножить на Σ_i . Последняя величина сократится с Σ_i , входящей в формулу Саха, и мы придем к (5.34).

возникает при интегрировании (5.32)

$$\chi(x) = \frac{4}{3\sqrt{\pi}} \int_0^{\infty} dt e^{-t^2} t^{3/2}. \quad (5.36)$$

Поскольку эта функция будет часто встречаться в дальнейшем, отметим некоторые ее свойства. При $x \gg 1$

$$\chi(x) = 1 - 4e^{-x} x^{3/2} / 3\sqrt{\pi}, \quad (5.37)$$

а при $x \ll 1$

$$\chi(x) \simeq (8/15\sqrt{\pi}) x^{3/2}. \quad (5.38)$$

График функции $\chi(x)$ представлен на рис. 5.5. В табл. 5.4 приведены численные значения $\chi(x)$. Подставляя выражение (5.35) в (5.30), получаем

$$y(E) = \frac{y_1 \chi(E/T_e) + y_e y^+ [\chi(E_1/T_e) - \chi(E/T_e)]}{\chi(E_1/T_e)}. \quad (5.39)$$

Если $E_1 \gg T_e$, то можно принять $\chi(E_1/T_e) \simeq 1$, тогда [36]

$$y(E) = y_1 \chi\left(\frac{E}{T_e}\right) + y_e y^+ \left[1 - \chi\left(\frac{E}{T_e}\right)\right]. \quad (5.40)$$

Такое распределение атомов характерно для случая, когда кинетика заселения определяется столкновениями с электронами. Если рассмотреть $E \ll T_e$, т. е. уровни, близкие к континууму, то (5.40) упрощается:

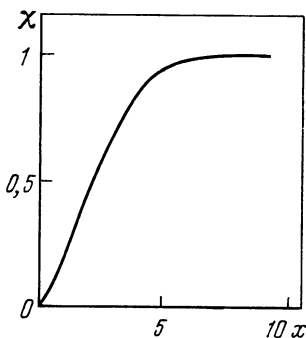


Рис. 5.5. График функции $\chi(x)$

$$y(E) = y_e y^+ \left[1 - \frac{8}{15\sqrt{\pi}} \left(\frac{E}{T_e}\right)^{3/2}\right] + y_1 \frac{8}{15\sqrt{\pi}} \left(\frac{E}{T_e}\right)^{3/2}. \quad (5.41)$$

Отсюда следует, что такие состояния (если только y_1 не чрезмерно велико) близки к равновесию с континуумом. В противоположном случае ($E \gg T_e$) функция χ близка к единице и в (5.40) можно воспользоваться асимптотикой (5.37)

$$y(E) = y_1 + y_e y^+ \frac{4}{3\sqrt{\pi}} e^{-E/T_e} \left(\frac{E}{T_e}\right)^{3/2}. \quad (5.42)$$

Второй член правой части (5.42) мал, и $y(E) \simeq y_1$, т. е. имеет место равновесие с основным состоянием.

Для анализа характера распределения в промежуточной области обратимся к выражению для потока (5.31). Его можно рассматривать как закон Ома для протекания j по участку цепи

Таблица 5.4. Значения функции $\chi(x)$

| x | $\chi(x)$ | x | $\chi(x)$ | x | $\chi(x)$ | x | $\chi(x)$ |
|-----|------------|-----|------------|-----|-----------|-----|-----------|
| 0 | 0 | 0,6 | $5,6^{-2}$ | 1,8 | 0,39 | 4,5 | 0,89 |
| 0,1 | 1^{-3} | 0,8 | 0,40 | 2,0 | 0,45 | 5,0 | 0,92 |
| 0,2 | 5^{-3} | 1,0 | 0,45 | 2,5 | 0,58 | 6,0 | 0,96 |
| 0,3 | $1,3^{-2}$ | 1,2 | 0,21 | 3,0 | 0,70 | 7,0 | 0,98 |
| 0,4 | $2,4^{-2}$ | 1,4 | 0,27 | 3,5 | 0,78 | 8,0 | 0,99 |
| 0,5 | $3,8^{-2}$ | 1,6 | 0,33 | 4,0 | 0,84 | 9,0 | 1,0 |

с разностью потенциалов $y_1 - y_e y^+$ и сопротивлением $R(0, E_1)$. Такая аналогия удобна для задач кинетики и будет неоднократно использована. Соотношение (5.39) согласно этой аналогии выражает потенциал произвольной точки участка цепи через значения потенциалов на его концах. Распределение потенциалов $y(E)$ зависит от характера поведения дифференциального сопротивления dR на участке dE . А эта функция немонотонно зависит от энергии. Дифференцируя (5.32) по энергии, находим

$$\frac{dR}{dE} = [n^0(E) D(E)]^{-1}.$$

Легко показать, используя (5.33) и (5.34), что $dR/dE \sim \sim E^{3/2} \exp(-E/T_e)$. Отсюда вытекает, что dR/dE максимально при $E_m = 3/2 T_e$. Поэтому если энергия электрона велика ($E \gg T_e$), то сопротивление мало и небольшие отклонения $y(E)$ от граничного значения y_1 обеспечивают прохождение тока j . Та же картина повторяется и при малых $E \ll T_e$, только теперь y не сильно отличается от другого граничного значения $y_e y^+$. Участок спектра с $E_m \sim 3/2 T_e$ оказывает наибольшее сопротивление току и является труднопроходимым для движущегося электрона — узким местом.

На рис. 5.6, а дано распределение населенностей, соответствующее диффузионному методу. Как видно, оно представляет плавную кривую с перегибом в узком месте. С ростом температуры узкое место смещается к основному состоянию. В этом случае все возбужденные состояния близки к равновесию с континуумом, а равновесие между ними и основным состоянием отсутствует. Говорят, что возбужденные атомы и континуум образуют «блок возбужденных состояний». Такое модельное распределение было предложено в [37]. Распределение населенностей, соответствующее модели блока, изображено на рис. 5.6, б. Области применимости модели сильно ограничены со стороны низких T_e и малых n_e .

Если плавную кривую, соответствующую диффузионному приближению (см. рис. 5.6, а), заменить ступенчатой, это будет соответствовать приближению узкого места, предложенному в [38]. Несколько низколежащих возбужденных состояний находятся



Рис. 5.6. Модельные распределения атомов по уровням

a — диффузионное приближение, *б* — метод блока, *в* — метод узкого места. Стрелкой отмечено положение узкого места

в равновесии с основным состоянием, оставшаяся группа высоковозбужденных состояний находится в относительном равновесии с континуумом. Равновесие между этими группами отсутствует. Задача сводится к определению положения уровня, разделяющего эти группы состояний, или как говорят, к определению узкого места в энергетическом спектре. Понятие узкого места играет важную роль в кинетике, хотя само модельное распределение атомов по уровням имеет ограниченную область применимости. Имеется целая область состояний, которая не находится в частичном равновесии.

Основное допущение диффузионного приближения так или иначе сводится к превращению совокупности дискретных энергетических уровней в некоторое непрерывное распределение плотности связанных состояний. Это оправдано в случае сильновозбужденных состояний и вызывает справедливые сомнения для низколежащих состояний. Поэтому в работах ряда авторов были разработаны методы, в которых дискретная структура спектра сохранена. Эти методы обсуждаются в следующем разделе.

5.5. Дискретные методы и модифицированное диффузионное приближение

Наличие дискретности не меняет физической картины движения электрона в энергетическом пространстве атома. Благодаря резкой зависимости вероятности ударных переходов от разности энергии уровней ($w_{km} \sim (E_k - E_m)^{-4}$) наиболее вероятны переходы между соседними уровнями. Блуждание электрона по спектру происходит преимущественно одноквантовыми скачками.

Для описания диффузии электрона в дискретном энергетическом пространстве необходимо получить конечно-разностный аналог уравнения Фоккера—Планка. Соответствующее приближение, получившее название модифицированного диффузионного приближения (МДП) [39], излагается в данном разделе. Прежде рассмотрим ряд методов решения кинетической системы уравнений баланса, обобщение которых приводит к МДП.

5.5.1. Одноквантовое приближение

В одноквантовом приближении из всех процессов, входящих в уравнение (5.13) [36], учитываются лишь ударные переходы между соседними уровнями, поскольку они наиболее вероятны. Следует отметить, что реальный спектр сложного атома состоит из множества уровней и учет всевозможных переходов между ними в рамках приближенного метода вряд ли оправдан. Поэтому в кинетике заселения атомных уровней предполагается то или иное «огрубление» схемы энергетических уровней реального атома. Для атома водорода естественно объединение всех состояний с одинаковым главным квантовым числом k . Однако для произвольного многоэлектронного атома довольно трудно дать в общем виде способ такого «огрубления», поскольку он сильно зависит от особенностей структуры атома, степени детальности описания кинетики, желаемой точности и т. д. Описание одной из возможных схем огрубления приведено в Приложении 3. Здесь отметим, что проводится упорядочение энергетической последовательности уровней атома по мере убывания их энергии связи.

В одноквантовом приближении поток, вызванный столкновениями с электронами между уровнями k и $k + 1$:

$$j = n_k w_{k, k+1} - n_{k+1} w_{k+1, k} = n_k^0 w_{k, k+1} (y_k - y_{k+1}). \quad (5.43)$$

Запишем аналогично для потока между уровнями $k - 1$ и k и выразим y_k через y_{k-1} , затем выразим y_{k-1} через y_{k-2} и т. д., пока не дойдем до y_1 . Относительную населенность y_{k+1} с помощью выражения для потока между $k + 1$ - и $k + 2$ -уровнями выразим через y_{k+2} , y_{k+2} — через y_{k+3} и т. д. Населенность последнего дискретного состояния свяжем с $y_e y^+$. После этих преобразований поток j и относительную населенность k -уровня можно представить в виде

$$j = \frac{y_1 - y_e y^+}{R_{1e}}, \quad (5.44)$$

$$y_k = \frac{y_1 R_{ke} + y_e y^+ R_{1k}}{R_{1e}}, \quad (5.45)$$

где $R_{nm} = \sum_{k=n}^{m-1} R_{k, k+1}$, $R_{k, k+1} = (n_k^0 w_{k, k+1})^{-1}$. Сравнивая (5.44) и (5.45) с (5.30) и (5.31), обнаруживаем между ними большое сходство. Сходство станет еще более полным, если записать дифферен-

циальный аналог конечно-разностного уравнения (5.43). Переходя в (5.43) от дискретных величин к непрерывным, получим (5.29)³, если коэффициент диффузии $D(E) \rightarrow w_{k, k+1}(E_k - E_{k+2})^2$. Сохраняет место и «электротехническая» аналогия. Соотношения (5.44) и (5.45) описывают протекание тока по цепи последовательных между узлами k и $k + 1$ сопротивлений $R_{k, k+1}$,

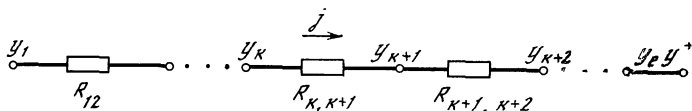


Рис. 5.7. Эквивалентная электрическая цепь

потенциалы узлов — y_k . На рис. 5.7 представлена эквивалентная электрическая цепь.

В одноквантовом приближении узкое место определяется максимальным $R_{k, k+1}$ или минимальным $n_k^0 w_{k, k+1}$ значениями. Последняя функция имеет действительно минимум, так как $w_{k, k+1}$ растёт с увеличением номера k , а n_k^0 убывает. Одноквантовое приближение по характеру близко к диффузионному, но в отличие от него учитывает дискретность атомного спектра.

5.5.2. Одноквантовое приближение с учетом радиационных переходов, модель преимущественного стока

Ранее мы пренебрегали радиационными переходами. Между тем эти процессы могут оказывать существенное влияние на кинетику, уменьшая, как правило, населенность возбужденных и ионизованных состояний. Совместное рассмотрение столкновительных и радиационных процессов приводит к так называемой ударно-радиационной кинетике.

Запишем выражение для составляющей потока в энергетическом пространстве, обусловленной радиационными переходами:

$$j_k^R = - \sum_{m < k} \sum_{n \geq k} (n_n A_{nm}^* + n_e n^+ A_{em}). \quad (5.46)$$

Радиационные переходы между дискретными состояниями описываются A_{nm}^* , радиационная рекомбинация из состояния континуума e в возбужденное состояние m выделена отдельно и описывается A_{em} . Такое выделение связано с особенностями радиационных процессов. Ионизация возбужденного состояния электронным ударом и соответственно тройная рекомбинация на это состояние менее вероятны, чем переходы на ближайшие уровни (см. гл. 2). Что же касается радиационной рекомбинации, то при определенных условиях она может конкурировать с прочими радиационными процессами.

³ Более подробно аналогичный переход рассмотрен в Приложении 2.

Движение связанного электрона в энергетическом пространстве атома, вызванное радиационными переходами, является односторонним. Оно дает вклад в динамическое трение, не связанное с коэффициентом диффузии. В этом можно убедиться, если воспользоваться специфической зависимостью вероятностей A_{nm} от n и m . Воспользуемся тем, что в отсутствие реабсорбции, при не слишком больших n и m (см. (2.63)):

$$A_{nm} \sim n^{-3}m^{-1} (n^2 - m^2)^{-1}.$$

При фиксированном n величина A_{nm} сравнительно медленно меняется с ростом m . Наоборот, при фиксированном положении нижнего уровня A_{nm} быстро убывает с ростом квантового числа верхнего уровня n . Иначе говоря, имеют место

$$A_{m+1, m} \gg A_{m+k, m}, \quad A_{m, m-k} \simeq A_{m, m-1}. \quad (5.47)$$

В этом случае в выражении для потока (5.46) можно вынести n_n за знак суммы по n при $n = k$. Тогда

$$j_k^R \simeq n_k A_k^R - n_e n^+ \alpha_k^R, \quad (5.48)$$

где $A_k^R = \sum_{m < k} \sum_{n \geq k} A_{nm}^*$, $\alpha_k^R = \sum_{m < k} A_{em}$. Если с помощью (5.48) составить разность $j_{k-1}^R - j_k^R$ и подставить ее в выражение (5.15) для dn_k/dt , то можно убедиться, что предлагаемый способ учета радиационных переходов сводится к следующему. Точно учитываются радиационные переходы с данного уровня k на все нижележащие состояния, а также радиационный переход $k+1 \rightarrow k$. Остальные переходы учитываются приближенно. Однако в силу (5.47) их роль в кинетике заселения невелика. Выполним оценку величины A_k^R на основе формулы Крамерса для водородоподобного атома (2.63). Вклад в A_k^R дают переходы, у которых главное квантовое число верхнего уровня $\geq k$ (см. (5.48)). Среди них (см. подразд. 2.4.1) наибольшей вероятностью обладают переходы $k \rightarrow 1$, $k \rightarrow k-1$, $k+1 \rightarrow k$, $k \rightarrow k-2$. Учитывая при расчете A_k^R переходы, обладающие наибольшей вероятностью, с использованием приближенных формул (2.64), (2.65) получим

$$A_k^R \simeq 3,2 \cdot 10^{10} Z^4 / k^5. \quad (5.49)$$

Расчет величины A_k^R (в с^{-1}) для различных атомов непосредственным суммированием по формуле (5.48) показал, что численный коэффициент в (5.49) может быть несколько иным

$$A_k^R \simeq (3 \div 4) 10^{10} Z^4 / k^5. \quad (5.50)$$

Неравенства (5.47) справедливы, как было отмечено выше, не для слишком больших m . Но следует иметь в виду, что при больших m резко возрастают сечения ударных процессов и непосредственное влияние радиационных переходов на населенности

становится малым. Тем самым перестает быть существенным способ учета радиационных переходов.

Характерное значение энергии E_R , выше которой излучение не играет роли, дается формулой (5.4) и будет получено далее. Квантовые числа уровней, соответствующих этой энергии, в зависимости от n_e при $T_e = 1$ эВ имеют следующие значения.

| | | | | | | |
|------------------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| $n_e, \text{ см}^{-3}$ | 10^{10} | 10^{11} | 10^{12} | 10^{13} | 10^{14} | 10^{15} |
| $k_R = \sqrt{Ry/E_R}$ | 10 | 7 | 5 | 4 | 3 | 2 |

Отметим, что зависимость E_R от T_e слабая. Как видно, в диапазоне $n_e = 10^{10} \div 10^{15} \text{ см}^{-3}$ радиационные переходы существенны для уровней с $k \leq 10$. Вместе с тем в разреженной плазме с $n_e < 10^{10} \text{ см}^{-3}$ радиационные процессы влияют на заселение весьма высоковозбужденных состояний. Применительно к таким условиям развиты специальные методы [40] (см. подразд. 5.6.3).

В стационарных условиях суммарный поток, обусловленный столкновениями и излучением, не зависит от номера уровня. Поток, обусловленный столкновениями, запишем в одноквантовом приближении (5.43). С учетом (5.48) имеем

$$j = n_k w_{k, k+1} - n_{k+1} w_{k+1, k} - n_{k+1} A_{k+1}^R - n_e n^+ a_{k+1}^R. \quad (5.51)$$

Это уравнение немногим сложнее (5.43). Запишем его решение, пренебрегая для простоты радиационной рекомбинацией⁴:

$$j = \frac{y_1/\Pi_1 - y_e y^+}{R_{1e}} = \frac{y_2/\Pi_2 - y_e y^+}{R_{2e}} = \dots = \frac{y_k/\Pi_k - y_e y^+}{R_{ke}}, \quad (5.52)$$

$$\frac{y_k}{\Pi_k} = \frac{(y_1/\Pi_1) R_{ke} + y_e y^+ R_{1k}}{R_{1e}} \quad (5.53)$$

$$(R_{k, k+1} = (n_k^0 w_{k, k+1} \Pi_k)^{-1}, \quad R_{ke} = \sum_{n \geq k} R_{n, n+1}, \quad R_{1e} = \sum_{k \geq 1} R_{k, k+1}).$$

Отличие этого решения от (5.44), (5.45) состоит в появлении факторов Π_k . Они учитывают выход излучения и имеют вид

$$\Pi_k = \prod_{[n \geq k]} \left(1 + \frac{A_{n+1, n}^R}{w_{n+1, n}} \right). \quad (5.54)$$

Здесь Π_k — произведения сомножителей, в которых к единице добавляется отношение вероятности высвечивания уровня к вероятности его столкновительной дезактивации. В силу обсуждавшейся выше зависимости этого отношения от квантовых чисел сомножители с ростом квантового числа быстро стремятся к единице. В случае не слишком малых n_e при вычислении Π_k достаточно ограничиться несколькими сомножителями. Так, при $n_e = 10^{13} \text{ см}^{-3}$ и $T_e = 1$ эВ, как следует из (5.4), в Π_1 , например, войдут четыре сомножителя, в Π_2 — три и т. д.

⁴ Радиационную рекомбинацию см. далее в подразд. 5.6.2.

Электротехническая аналогия, которая обсуждалась выше, сохраняется, если под потенциалами понимать величины y_k/Π_k . Тогда (5.52) по-прежнему является аналогом закона Ома, а (5.53) выражает потенциал произвольного узла k через потенциалы на концах участка цепи. Отметим, что факторы Π_k входят также в сопротивления $R_{k, k+1}$.

Учет радиационных процессов приводит к качественно новым результатам. Рассмотрим режим, при котором $j = 0$. Из (5.44) и (5.45) в полном соответствии с электрической аналогией следует $y_1 = y_2 = \dots = y_k = \dots = y_e y^+$, т. е. равновесное распределение по возбужденным состояниям. С учетом радиационных процессов из (5.52) при $j = 0$ следует

$$y_1/\Pi_1 = y_2/\Pi_2 = \dots = y_k/\Pi_k = \dots = y_e y^+. \quad (5.55)$$

Теперь равенство потенциалов не означает, что распределение равновесно. Равновесие ($y_1 = y_2 = \dots = y_k = y_e y^+$) имеет место лишь при всех $\Pi_k = 1$, т. е. когда радиационные процессы подавлены столкновительными. В противном случае реализуется неравновесное распределение по возбужденным состояниям, причиной которого является выход излучения. При этом населенности y_k убывают с ростом k , поскольку при $k < m$ имеем $\Pi_k > \Pi_m$. Если по каким-либо дополнительным причинам $y_e y^+$ станет ниже значения, определенного (5.55), то появится поток $j > 0$, что соответствует режиму ионизации. Режим рекомбинации ($j < 0$) возникает при $y_e y^+$, превышающем значение, определенное (5.55). Для появления режима рекомбинации необходимо, чтобы $y_e y^+ > y_1/\Pi_1$. Следовательно, при достаточно большом Π_1 рекомбинационный режим может иметь место и при $y_e y^+ < y_1$, т. е. в недоионизованной по отношению к равновесию с T_e плазме. При $\Pi_k \gg 1$ возбуждение и ионизация осуществляются столкновительными процессами, а девозбуждение и рекомбинация — преимущественно радиационными. Такое стационарное неравновесное состояние называют корональным равновесием [41].

Покажем, что распределение атомов, близкое к (5.55), получается в приближении «преимущественного стока» [42, 43]. Согласно этому в уравнении для населенности k -уровня учитываются только переходы вниз и не учитываются переходы вверх. Поэтому поток j_k , проходящий в сечении энергетического пространства между $k - 1$ - и k -уровнем, отличен от нуля, а поток между k - и $k + 1$ -уровнем равен нулю. Уравнение для населенности k -го уровня в стационарных условиях имеет вид

$$\frac{dn_k}{dt} = \Delta j_k = j_k - j_{k+1} = j_k = 0,$$

поскольку $j_{k+1} = 0$.

Это означает, что приближение преимущественного стока соответствует случаю неравновесного распределения атомов по уровням с $j = 0$. Причиной неравновесности является выход излучения. Выражение для потока j_k , если учитывать только переходы на

нижележащие уровни, при наличии ударных и радиационных процессов имеет вид

$$j_k = \sum_{m < k} n_m w_{mk} - n_k \sum_{m < k} (w_{km} + A_{km}^*) = 0. \quad (5.56)$$

Переходя в (5.56) к относительным населенностям (4.13) и используя принцип детального равновесия для вероятностей w_{mk} , получим

$$y_k = \sum_{n < k} y_n w_{kn} / \sum_{n < k} w_{kn} (1 + A_{kn}^* / w_{kn}). \quad (5.57)$$

Если пренебречь радиационными процессами, то легко показать, что $y_1 = y_2 = \dots = y_k$ — равновесное распределение. Если радиационными процессами пренебречь нельзя, то сохраним в (5.57) столкновительные переходы только между соседними уровнями. Тогда

$$y_k = y_{k-1} / (1 + \sum_{m < k} A_{km}^* / w_{k, k-1}). \quad (5.58)$$

Для сравнения запишем связь между y_k и y_{k-1} , вытекающую из (5.53):

$$y_k = y_{k-1} / (1 + A_k^R / w_{k, k-1}). \quad (5.59)$$

Вместо $\sum_{m < k} A_{km}^*$ стоит величина A_k^R , где отсутствуют радиационные переходы с верхних уровней на рассматриваемый, что согласуется с основным допущением приближения преимущественного стока. Таким образом, распределения (5.57) и (5.55) по сути близки и дают распределение y_k в условиях, когда поток $j = 0$. Более подробно условия применимости приближения $y/\Pi \simeq \text{const}$ рассмотрены в следующем разделе.

5.5.3. Модифицированное диффузионное приближение

В предыдущем подразделе было показано, что одноквантовое приближение в сочетании с приближенным учетом радиационных переходов позволяет получить распределение по возбужденным состояниям в аналитическом виде. Погрешность такого подхода связана в первую очередь с пренебрежением всеми столкновительными переходами, кроме переходов между соседними уровнями. Этот недостаток отчасти устраняется в МДП, развитом в [39, 44, 45]. В МДП сохраняется дискретность энергетического пространства атомов. Перемещение связанного электрона в результате столкновительных процессов рассматривается как диффузия в дискретном пространстве. В соответствии с этим выводится уравнение Фоккера — Планка в конечных разностях, которое в предельном случае сливающихся уровней переходит в дифференциальное уравнение, рассмотренное в подразд. 5.4.2. Подробный вывод конечно-разностного уравнения диффузии приведен в Приложении 2,

где показано, что выражение для столкновительного потока, соответствующее этому конечес-разностному уравнению, по форме совпадает с выражением для потока в одноквантовом приближении (5.43) и имеет вид

$$j = n_k z_{k, k+1} - n_{k+1} z_{k+1, k} \quad (5.60)$$

Отличие (5.60) от (5.43) в том, что вместо $w_{k, k\pm 1}$ появились $z_{k, k\pm 1}$ — эффективные вероятности одноквантовых переходов, которые определяются следующими формулами (вывод см. в Приложении 2):

$$z_{k, k+1} = B_k / [(E_k - E_{k+1})(E_{k-1} - E_{k+1})], \quad (5.61)$$

где

$$B_k = \sum_n w_{kn} (E_n - E_{k-1})(E_n - E_k). \quad (5.62)$$

Отсюда следует, что $z_{k, k+1} \equiv w_{k, k+1}$, если при вычислении B_k ограничиться учетом переходов $k \rightarrow k+1$. В общем случае, если учесть переходы $k \rightarrow n$ ($n \neq k \pm 1$), то $w_{k, k+1} \neq z_{k, k+1}$. Эффективные вероятности одноквантовых переходов определяются выражениями (5.61), (5.62), в которых суммируются вклады всевозможных ударных переходов с уровня k . При их вычислении удается использовать квантовомеханическое правило сумм для вероятностей переходов. Это позволяет провести вычисление эффективных вероятностей переходов в общем виде и затем усреднить их по максвелловскому распределению свободных электронов. В результате для $z_{k, k+1}$ имеем (см. (П. 34))

$$z_{k, k+1} = n_e \frac{4\sqrt{2\pi} e^4 \Lambda_k E_{k-1}}{(E_k - E_{k+1})(E_{k-1} - E_{k+1}) \sqrt{mT_e}} \exp\left(-\frac{E_k - E_{k+1}}{T_e}\right). \quad (5.63)$$

При $k = 1$

$$z_{12} = n_e \frac{4\sqrt{2\pi} e^4 \Lambda_1}{(E_1 - E_2) \sqrt{mT_e}} \exp\left(-\frac{E_1 - E_2}{T_e}\right). \quad (5.64)$$

Величина Λ_k учитывает особенности структуры разных атомов. Для нее имеется универсальная зависимость (см. рис. 4.4). Для эффективных вероятностей переходов $z_{k, k+1}$ и $z_{k+1, k}$ справедлив принцип детального равновесия (4.21).

Таким образом, для перехода в МДП следует во всех выражениях, полученных в одноквантовом приближении, заменить вероятности переходов $w_{k, k\pm 1}$ их эффективными значениями $z_{k, k\pm 1}$. Выражение для потока будет иметь вид

$$j = n_k z_{k, k+1} - n_{k+1} z_{k+1, k} - A_{k+1}^R n_{k+1} \quad (5.65)$$

Решение этого уравнения и все следствия, вытекающие из него (см. подразд. 5.5.2), с учетом отмеченной замены также остаются в силе.

Рассмотрим переход от конечно-разностного уравнения (5.65) к дифференциальному. При этом получим приближенные формулы,

отражающие специфику ударно-радиационной кинетики. Запишем дифференциальный аналог конечно-разностного уравнения (5.65)

$$j = n^0(E) D(E) \frac{dy(E)}{dE} - A^R(E) n^0(E) y(E). \quad (5.66)$$

В отличие от (5.29) здесь содержится член, учитывающий радиационные процессы. Величина $A^R(E)$ соответствует введенной ранее A_k^R , пересчитанной на единичный интервал энергии. Их связь можно установить из условия $n_k A_k^R = n(E) A^R(E)$. Учитывая, что $n_k = n(E) dk/dE$, находим $A^R(E) = (dE/dk) A_k^R$. Решение дифференциального уравнения (5.66) с граничными условиями $y(E)|_{E=E_1} = y_1$ и $y(E)|_{E \rightarrow 0} = y_e y^+$ можно записать в виде (5.52), (5.53) с той разницей, что факторы Π_k превращаются в $\Pi(E)$, т. е.

$$\Pi_k \rightarrow \Pi(E) = \exp \int_0^E dE' \frac{A^R(E')}{D(E')}, \quad (5.67)$$

а сопротивление $R_{E_{km}}$ вычисляется по формуле

$$R_{km} = R(E_m, E_k) = \int_{E_m}^{E_k} \frac{dE}{n^0(E) D(E) \Pi(E)}. \quad (5.68)$$

Факторы $\Pi(E)$ учитывают влияние радиационных переходов на кинетику. Вычислим их зависимость от энергии. Учитывая (5.50), имеем

$$A^R(E) = A_k^R \frac{2E^{3/2}}{Ry^{1/2}} = (6 \div 8) 10^{10} Z^4 \frac{E^4}{Ry^3}.$$

Подставим это выражение в (5.67), а для $D(E)$ используем (5.33), тогда из (5.67) следует при $Z = 1$

$$\Pi(E) \simeq \exp(0,2E^4/E_R^4), \quad (5.69)$$

где характерное значение E_R определяется выражением (5.4) (см. разд. 5.1). Для $E/E_R > 2$ уже $\Pi(E) \gg 1$, а при $E < E_R$ $\Pi(E) \simeq 1$. Зависимость $\Pi(E)$ чрезвычайно резкая.

Распределение населенностей в наличии потока зависит от сопротивления R . Из (5.68) вытекает

$$\frac{dR}{dE} = [n^0(E) D(E) \Pi(E)]^{-1}. \quad (5.70)$$

Как и в отсутствии излучения, эта функция при некотором значении E_m обращается в нуль, что соответствует максимальному R . Для определения этого R подставим в (5.70) $\Pi(E)$ согласно (5.69), $D(E)$ (5.33) и $n^0(E)$ (5.34) и, приравнявая dR/dE нулю, получим

$$3/2 = E_m/T_e + (E_m/E_R)^4. \quad (5.71)$$

Эта формула позволяет понять, как радиационные переходы влияют на положение узкого места. При $E_R > 3T_e/2$ вторым членом правой части можно пренебречь. Положение узкого места определяется столкновительными процессами, $E_m = 3T_e/2$. При $T_e > E_R$ членом E_m/T_e в (5.71) можно пренебречь и $E_m \simeq E_R$ (положение узкого места зависит и от столкновительных, и от радиационных процессов). Случай $T_e > E_R$ интересен тем, что происходит своеобразное смещение максимума R в сторону меньших энергий, поскольку $3/2 T_e > E_R$.

На рис. 5.8 схематически представлено распределение величины dR/dE по энергиям для трех случаев. Из рисунка видно, что узкое место находится всегда выше состояний, для которых $E > E_R$, т. е. где фактор $\Pi(E)$ большой, а сопротивление (см. (5.68)) очень мало. Наибольшее сопротивление оказывает участок, содержащий узкое место. Поэтому приближенно $R(0, E) \simeq R(0, E_m)$ для всех $E > E_R$. Распределение населенностей на отрезке $E_R - E_1$ становится близким к случаю $y/\Pi = \text{const}$. Это непосредственно следует из (5.53). Если уровень k лежит ниже E_R , то $R_{ke} \simeq R_{\tilde{k}e}$, $R_{1e} \simeq R_{\tilde{k}e}$ (где \tilde{k} — значение квантового числа, соответствующее E_R), а величина $(R_{1k}/R_{\tilde{k}e}) \ll 1$. Используя эти соотношения, из (5.53) находим $y_k/\Pi_k \simeq y_1/\Pi_1$. Таким образом, для уровней, лежащих ниже узкого места $E > E_R$, распределение населенностей приближенно соответствует $j=0$. В этом случае можно воспользоваться приближением преимущественного стока, обсуждавшимся в предыдущем разделе. При рекомбинации электрон, достигший уровня E_R , далее доходит до основного состояния очень быстро из-за малой величины сопротивления участка $E_R - E_1$. Поэтому область энергии $E > E_R$, в которой девозбуждение осуществляется радиационными процессами, иногда называют областью интенсивной рекомбинации [43]. Вместе с тем приближение преимущественного стока неприменимо для определения n_k в области узкого места.

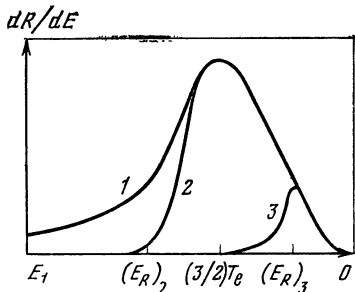


Рис. 5.8. Распределение dR/dE по энергетическому спектру
1 — излучение отсутствует, 2 — $(E_R)_2 > 3/2 T_e$, 3 — $(E_R)_3 < 3/2 T_e$

5.6. Сравнение населенностей, найденных аналитически, с данными расчетов на ЭВМ и с экспериментами

Изложенные аналитические методы расчета населенностей основаны на ряде допущений. Одни из этих допущений связаны с пренебрежением некоторыми элементарными процессами. Другие вызваны приближенным характером учета рассматриваемых элементарных процессов. Погрешности, связанные с этими допу-

Таблица 5.5. Коэффициенты населенностей $r_0(k)$ в зависимости от n_e (см⁻³) и T_e (К)

| Коэф- фици- ент | 4·10 ⁸ , К | | | 8·10 ⁸ , К | | | 10·10 ⁸ , К | | |
|-----------------------|-------------------------|-------------------|-------------------|-----------------------|-------------------|-------------------|------------------------|-------------------|-------------------|
| | n_e , см ³ | | | | | | | | |
| | 10 ¹² | 10 ¹⁵ | с.к. | 10 ¹² | 10 ¹⁵ | с.к. | 10 ¹² | 10 ¹⁵ | с.к. |
| $r_0(2)$ | 3,8 ⁻⁵ | 4,3 ⁻³ | 4,0 ⁻¹ | 2,7 ⁻³ | 1,1 ⁻¹ | 8,7 ⁻¹ | 1,9 ⁻² | 4,0 ⁻¹ | 9,7 ⁻¹ |
| | 2,9 ⁻⁵ | 3,8 ⁻³ | 1,7 ⁻¹ | 3,0 ⁻³ | 9,3 ⁻² | 8,3 ⁻¹ | 3,7 ⁻² | 3,6 ⁻¹ | 9,6 ⁻¹ |
| $r_0(3)$ | 1,6 ⁻² | 5,6 ⁻¹ | 7,9 ⁻¹ | 8,9 ⁻² | 8,2 ⁻¹ | 9,8 ⁻¹ | 1,6 ⁻¹ | 9,2 ⁻¹ | 1,0 |
| | 1,0 ⁻² | 5,5 ⁻¹ | 6,8 ⁻¹ | 6,4 ⁻² | 8,2 ⁻¹ | 9,7 ⁻¹ | 1,8 ⁻¹ | 9,2 ⁻¹ | 1,0 |
| $r_0(4)$ | 2,5 ⁻¹ | 8,3 ⁻¹ | 9,2 ⁻¹ | 4,3 ⁻¹ | 9,6 ⁻¹ | 1,0 | 7,0 ⁻¹ | 9,8 ⁻¹ | 1,0 |
| | 1,7 ⁻¹ | 8,6 ⁻¹ | 9,1 ⁻¹ | 3,3 ⁻¹ | 9,6 ⁻¹ | 9,9 ⁻¹ | 4,8 ⁻¹ | 9,9 ⁻¹ | 1,0 |
| $r_0(5)$ | 6,3 ⁻¹ | 9,6 ⁻¹ | 9,8 ⁻¹ | 8,9 ⁻¹ | 9,9 ⁻¹ | 1,0 | 7,9 ⁻¹ | 9,9 ⁻¹ | 1,0 |
| | 5,7 ⁻¹ | 9,6 ⁻¹ | 9,7 ⁻¹ | 7,1 ⁻¹ | 9,9 ⁻¹ | 1,0 | 7,8 ⁻¹ | 1,0 | 1,0 |
| $r_0(6)$ | 8,4 ⁻¹ | 9,8 ⁻¹ | 1,0 | 9,0 ⁻¹ | 1,0 | 1,0 | 9,2 ⁻¹ | 1,0 | 1,0 |
| | 8,2 ⁻¹ | 9,8 ⁻¹ | 9,9 ⁻¹ | 8,8 ⁻¹ | 1,0 | 1,0 | 9,1 ⁻¹ | 1,0 | 1,0 |

Примечание. Верхняя строка в горизонтальной графе для коэффициентов населенностей соответствует расчету в МДП по (5.72), нижняя — численные данные по [8]. Сокращение с.к. соответствует столкновительной кинетике, т. е. пределу больших значений n_e .

щениями, в общем виде оценить довольно сложно. В этой ситуации представляет интерес сопоставить результаты аналитического решения и расчетов на ЭВМ непосредственно с экспериментальными данными.

При определении населенностей численными методами табулируются коэффициенты населенностей $r_1(k)$ и $r_0(k)$ (см. (5.20)). Из сравнения (5.20) с (5.53) легко получить аналитические выражения для $r_1(k)$ и $r_0(k)$:

$$r_1(k) = (R_{ke}/R_{1e}) (\Pi_k/\Pi_1), \quad r_0(k) = R_{1k}\Pi_k/R_{1e}. \quad (5.72)$$

Они позволяют сравнить коэффициенты населенностей, полученных аналитически и численно.

В табл. 5.5 коэффициенты населенностей для водородной плазмы, рассчитанные в [8], сравниваются с вычисленными по (5.72). При сравнении предполагалось, что радиационные переходы не реабсорбированы ($A_{km}^* = A_{km}$, $\theta_{km} = 1$). Исключение составлял резонансный переход, для которого плазму считаем полностью непрозрачной ($A_{21}^* = A_{21}\theta_{21} = 0$). Как видно из таблицы, различия в коэффициентах невелики. Это еще раз показывает, что величины, зависящие от большого числа процессов, не столь чувствительны к выбору сечений отдельных процессов. Близость аналитических результатов к результатам расчетов на ЭВМ свидетельствует так-

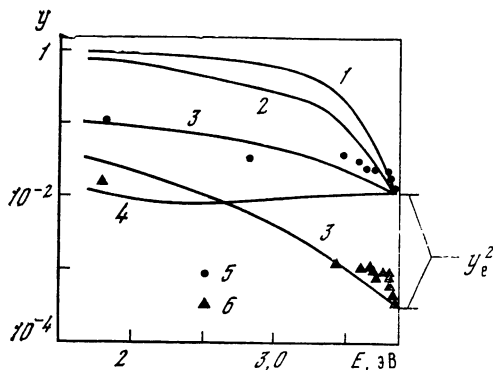
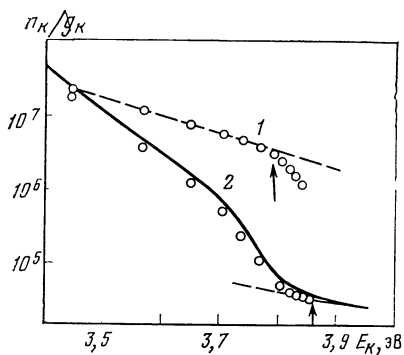


Рис. 5.9. Распределение населенностей высоковозбужденных атомов цезия в зависимости от энергии возбуждения уровня. Экспериментальные точки из [46] для условий $n_e = 4 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3}$, $n_a = 1,1 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-3}$, $T_e = 2250 \text{ К}$ (1) и $n_e = 6,5 \cdot 10^{12}$, $n_a = 1,2 \cdot 10^{14}$, $T_e = 3850$ (2)

Штрихи — распределение, наклон которого соответствует T_e , линия — расчет по МДП для условий (2). Стрелкой отмечено положение границы перекрытия линия по Инглису—Теллеру

Рис. 5.10. Зависимость относительных населенностей атомов цезия от энергии возбуждения

Теория согласно МДП: 1 — без учета радиационных процессов, 2 — полная реабсорбция линий резонансной серии, 3 — учет реабсорбции по методу эффективного времени жизни, 4 — оптически тонкий слой.

Эксперимент [47]: 5 — $T_e = 3100 \text{ К}$, $n_e = 5 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-3}$, 6 — 3900 , $2 \cdot 10^{14}$

же о том, что допущения, принятые при упрощении системы уравнений баланса населенностей, оправданны.

В экспериментальных работах населенности n_k измеряются по абсолютной интенсивности нереабсорбируемых в объеме спектральных линий. Измеряемая интенсивность линии определяется по формуле

$$b_{km} = \frac{hc}{4\pi\lambda_{km}} A_{km}n_k,$$

где λ_{km} — длина волны в центре линии. Измеряя b_{km} и зная A_{km} , определяем n_k .

Распределение населенностей высоковозбужденных атомов в цезиевом разряде [46] представлено на рис. 5.9. Точки 1 на рисунке получены при $n_e = 4 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3}$ и соответствуют равновесной плазме. В этом случае зависимость $\ln(n_k/g_k)$ ложится на прямую с наклоном, определяемым величиной $T_e = 2250 \text{ К}$ ⁵. При меньших n_e возрастает роль выхода излучения, возникают отклонения

⁵ Отклонение зависимости $\ln(n_k/g_k)$ для самых верхних уровней от прямой линии связано, по-видимому, с погрешностями измерения абсолютной интенсивности сильно уширенных перекрывающихся спектральных линий. При меньших n_e перекрытия линии не происходит. На рис. 5.10 стрелкой отмечено положение границы перекрытия линий по Инглису—Теллеру. При $n_e = 4 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3}$ часть измеренных уровней перекрывается, для $n_e = 6,5 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-3}$ перекрытие происходит вне области измерений.

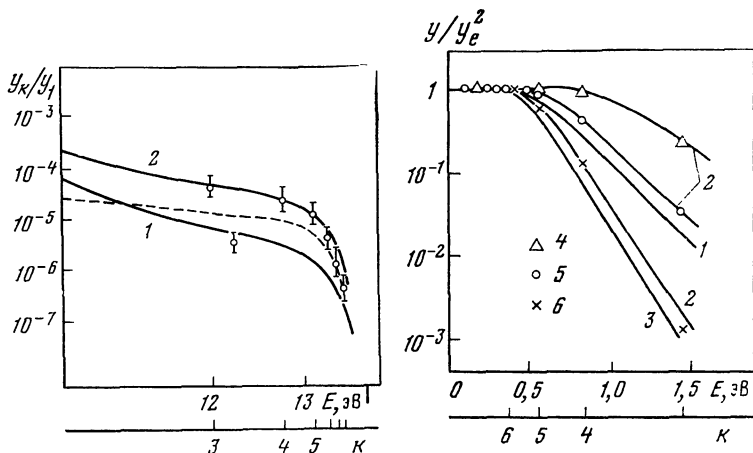


Рис. 5.11. Зависимость y_k/y_1 для водорода от E при $T_e = 9$ эВ и $n_e = 3 \cdot 10^{12}$ см $^{-3}$ (1) и $n_e = 9 \cdot 10^{12}$ (2) (экспериментальные точки из [48])

Штрихи — расчет Дравина, линии — расчет по МДП

Рис. 5.12. Зависимость относительных населенностей атомов гелия от энергии связи (квантовых чисел)

Расчет по МДП: 1 — без учета излучения, 2 — полная реабсорбция линий резонансной серии, 3 — оптически тонкий слой.

Эксперимент [49]: 4 — $T_e = 3100$ К, $n_e = 5,6 \cdot 10^{13}$ см $^{-3}$, 5 — 2200, $1,8 \cdot 10^{11}$, 6 — 1510, $2 \cdot 10^{12}$

от равновесия. В условиях $n_e = 6,5 \cdot 10^{12}$ см $^{-3}$ и $T_e = 3850$ К распределение населенностей имеет типичный для режима ионизации вид (сравни рис. 5.1), т. е. группа самых верхних состояний находится в равновесии с континуумом, распределение имеет перегиб в районе узкого места.

Для условий рис. 5.9 выполнен расчет ⁶ распределения n_k в МДП. При этом использовалась огрубленная схема уровней цезия, приведенная в Приложении 3. В Приложении 4 дается пример вычислений. Отметим, что при определении факторов θ учитывалось уширение электронами, полуширины линий брались из [41]. Результаты представлены в виде кривых на рис. 5.9. Имеет место хорошее согласие между теоретическим и измеренным распределением.

Распределение населенностей атомов цезия измерялось также в [47] в аргон-цезиевой дуге. На рис. 5.10 результаты этих измерений представлены в виде зависимости приведенных населенностей от энергии возбуждения уровня, а также нанесены кривые, полученные в МДП. При расчете полуширин спектральных линий, входящих в фактор θ (см. (3.17)), учитывалось также уширение атомами аргона. Кривые 1 и 4, полученные без учета радиационных процессов и в приближении оптически тонкого слоя, лежат

Этот расчет выполнен Г. В. Найдисом.

соответственно выше и ниже экспериментальных данных. Кривые 3, полученные с учетом реабсорбции, находятся в удовлетворительном согласии с экспериментом. Как и в работе [48], причинами неравновесности были диффузия зарядов и выход излучения.

Расчет не согласуется с экспериментальной зависимостью y_k для самых верхних возбужденных состояний (см. рис. 5.10). Возможно, причина этого, как и в предыдущем случае, связана с перекрытием спектральных линий.

В [48] измерялось распределение населенностей водорода в разряде низкого давления ($p = (1 \div 3) \cdot 10^{-3}$ мм рт. ст.). Результаты представлены на рис. 5.11 в виде отношений y_k/y_1 в зависимости от энергии возбуждения (или квантовых чисел уровней). Распределение существенно неравновесно. Так, температура распределения T_p , оцененная авторами [48] по наклону экспериментальной зависимости $\ln(n_k/g_k)$, равна примерно 0,1 эВ. Температура же электронов, оцененная другими методами, имеет значения порядка 8—11 эВ. Причина столь сильной неравновесности — диффузия зарядов из центральных сильноионизованных областей разряда в периферийные. В работе [48] выполнен расчет распределения населенностей при $T_e = 8$ эВ и $n_e = 3 \cdot 10^{12}$ см $^{-3}$. Результаты этого расчета показаны штриховой линией (см. рис. 5.11). Сплошные линии соответствуют расчету по МДП. Отмечая приближенный характер проводимого сопоставления теории и эксперимента, следует подчеркнуть хорошее качественное согласие.

В рекомбинирующей гелиевой плазме измерения n_k проведены Хинновым и Хиршбергом [49] (см. рис. 5.12). Дано отношение y/y_e^2 в зависимости от энергии связи (квантового числа уровня). Уровни с квантовым числом $n > 5$ находятся в равновесии с континуумом $y = y_e^2$, а с меньшими заселены неравновесно. С целью иллюстрации роли отдельных процессов для условий $n_e = 6,2 \cdot 10^{12}$ см $^{-3}$, $T_e = 1510$ К в МДП построены три кривые. Линия 1, полученная без учета излучения, дает явно завышенные результаты. Учет радиационных процессов (линии 2, 3) приводит к согласию с экспериментом.

Проведенные сопоставления показывают, что МДП дает вполне удовлетворительное описание различных неравновесных распределений как в условиях столкновительной кинетики, так и при существенной роли радиационных процессов. При этом учитываются индивидуальные особенности спектров различных атомов. Сопоставление проводилось для гелия, водорода и цезия. Далее будут рассмотрены распределения в плазмах других составов.

5.7. Влияние столкновений атом — атом на распределение населенностей

Выше были рассмотрены условия, при которых населенность уровней определяется столкновениями атомов с электронами и радиационными процессами. В некоторых условиях на населенности уровней оказывают влияние переходы, инициируемые столкнове-

ниями с тяжелыми частицами. Учет этих процессов полностью в уравнениях баланса для населенностей затруднен отсутствием простых и надежных формул для вероятностей соответствующих переходов (см. гл. 2). В этом разделе, помимо процессов, рассмотренных выше, в уравнения кинетики добавляются одноквантовые переходы атом — атом. Некоторые другие типы переходов, не являющиеся одноквантовыми, будут рассмотрены в разд. 5.8.

Пусть атом в состоянии k , сталкиваясь с тяжелой частицей, переходит в состояние $k \pm 1$. Соответствующую вероятность перехода обозначим $w_{k, k \pm 1}^a$. Нас не интересует ни структура, ни внутреннее состояние частицы, вызывающее переход. Важно лишь, чтобы столкновения с нею вызывали преимущественно одноквантовые переходы. Рассмотрим выражение для потока j при наличии столкновений с тяжелыми частицами, электронами и радиационных процессов

$$j = n_k z_{k, k+1} - n_{k+1} z_{k+1, k} + n_k w_{k, k+1}^a - n_{k+1} w_{k+1, k}^a - \frac{1}{2} n_{k+1} A_{k+1}^R. \quad (5.73)$$

Решение системы уравнений (5.73) можно представить в виде (5.52), (5.53), если ввести новые определения для сопротивлений R и радиационных факторов Π_k . Эти новые определения отражают влияние столкновений с тяжелыми частицами

$$\Pi_k = \prod_{n \geq k} (1 + A_{n+1}^R / z_{n+1, n} + w_{n+1, n}^a / z_{n+1, n}) (1 + w_{k, k+1}^a / z_{k, k+1})^{-1}, \quad (5.74)$$

$$R_{k, k+1}^{-1} = n_k z_{k, k+1} \Pi_k (1 + w_{k, k+1}^a / z_{k, k+1})^{-1}. \quad (5.75)$$

Обсудим, при каких условиях столкновения с тяжелыми частицами могут сильно повлиять на распределение населенностей. Из (5.74), (5.75) видно, что для этого необходимо, чтобы

$$\frac{w_{k+1, k}^a}{z_{k+1, k}} \gg 1, \quad \frac{w_{k, k+1}^a}{z_{k, k+1}} \gg 1. \quad (5.76)$$

При выполнении этих неравенств и условии незначительного выхода излучения столкновения с тяжелыми частицами установят больцмановское распределение населенностей с температурой тяжелых частиц T (обсуждение неравенств см. в гл. 4). Отметим, что для высоковозбужденных состояний можно перейти к непрерывным распределениям населенностей и сравнить коэффициенты диффузии, вызываемые столкновениями с электронами и атомами. Из такого сопоставления вытекает, что столкновения с атомами существенны, если

$$\frac{32}{\pi^{3/2}} \frac{m}{M} \frac{T \sqrt{E}}{T_e^{3/2} \Lambda} \frac{q}{(e^2/T_e)^2} \frac{n_a}{n_e} \gg 1. \quad (5.77)$$

Здесь q — сечение упругого рассеяния электрона на атоме. Отсюда вытекает, что при $E \rightarrow 0$ столкновения с атомами (по крайней мере те, которые учитываются при вычислении коэффициента

Таблица 5.6. Значения скоростей тушения возбужденных состояний цезия молекулами азота и электронами при $T_e = 0,3$, $T = 0,05$ эВ, $n_M/n_e \sim 10^4$

| k | $z_{k, k-1}/n_e$, см ³ /с | $w_{k, k-1}^a/n_M$, см ³ /с | $w_{k, k-1}^a/z_{k, k-1}$ |
|-----|---------------------------------------|---|---------------------------|
| 2 | 2,7 ⁻⁷ | 4 ⁻¹⁰ | 15 |
| 3 | 2,5 ⁻⁶ | 6 ⁻¹⁰ | 2,4 |
| 4 | 3,2 ⁻⁷ | 8 ⁻¹⁰ | 25 |
| 5 | 4,0 ⁻⁶ | 1,2 ⁻⁹ | 3 |
| 6 | 2,9 ⁻⁵ | 1,2 ⁻⁹ | 0,44 |
| 7 | 1,1 ⁻⁴ | 1,2 ⁻⁹ | 0,11 |

диффузии) становятся несущественными. Они могут играть роль при не слишком малых E .

Как отмечалось в гл. 2, весьма эффективным процессом может быть тушение возбужденных состояний атомов молекулами, при которых возбужденный атом с большой вероятностью переходит на ближайший уровень. В табл. 5.6 приведены значения скоростей тушения возбужденных атомов цезия молекулами азота и электронами. При $n_M/n_e = 10^4$ тушение уровней цезия с $k = 2, 3, 4, 5$ целиком определяется молекулами.

5.8. Учет источников возбужденных атомов в системе уравнений баланса

5.8.1. Процессы внешнего заселения возбужденного уровня

В данном разделе рассматриваются решения уравнений баланса для возбужденных атомов при наличии их источников. Формально уравнения баланса, содержащие источники возбужденных атомов F_k , имеют вид (5.12). Для учета ударно-радиационных процессов используется МДП в соответствии с которым среди столкновительных переходов основное внимание уделяется переходам между близкими уровнями и не рассматривается прямое заселение данного уровня за счет переходов из континуума и основного состояния рассматриваемого атома. Удобно последние процессы считать также источниками F_k . Тогда в отличие от определения, данного в (5.12), источники F_k могут зависеть от населенности основного состояния и от концентрации ионов (электронов). Поскольку источники F_k — функции еще ряда внешних параметров (например, интенсивности внешнего облучения), их иногда называют источниками внешнего заселения возбужденных состояний [3].

К примеру, источник, связанный с радиационной рекомбинацией $F_k = n_e n^+ A_{ek}$, где A_{ek} — вероятность радиационной рекомбинации на уровень k . Если рекомбинация является диссоциативной, то $F_k = n_e n_2^+ d_k$, d_k — коэффициент диссоциативной рекомбинации

с образованием возбужденного атома в k -состоянии. При заселении уровня k из основного состояния в результате столкновительных процессов $F_k = n_1 w_{1k}$, где w_{1k} — вероятность перехода $1 \rightarrow k$ под влиянием столкновений с электронами или тяжелыми частицами. Если переход $1 \rightarrow k$ инициируется внешним облучением, то $F_k = n_1 B_{1k} u$, где B_{1k} — коэффициент Эйнштейна для поглощения, u — плотность энергии падающего излучения частоты $(E_1 - E_k)/\hbar$.

Рассмотрим простейший случай, когда источник F_k отличен от нуля только для уровня k . При этом выполняется «закон Кирхгофа»

$$j_k + F_k = j_{k+1}. \quad (5.78)$$

Поскольку ниже и выше уровня k источники возбужденных атомов отсутствуют, то

$$j_1 = j_2 = \dots = j_k = \frac{y_1/\Pi_1 - y_k/\Pi_k}{R_{1k}}, \quad (5.79)$$

$$j_{k+1} = j_{k+2} = \dots = \frac{y_k/\Pi_k - y_e y^+}{R_{ke}}.$$

Исключая y_k/Π_k с помощью (5.78), получим

$$j_1 = j_2 = \dots = j_k = \frac{y_1/\Pi_1 - y_e y^+}{R_{ke}} - F_k \frac{R_{ke}}{R_{1e}}, \quad (5.80)$$

$$j_{k+1} = j_{k+2} = \dots = \frac{y_1/\Pi_1 - y_e y^+}{R_{1e}} + F_k \frac{R_{1k}}{R_{1e}}.$$

Распределения относительных населенностей имеют вид

$$\frac{y_n}{\Pi_n} = \frac{(y_1/\Pi_1) R_{ne} + y_e y^+ R_{1n}}{R_{1e}} + \frac{F_k R_{1k} R_{ne}}{R_{1e}}, \quad n \geq k, \quad (5.81)$$

$$\frac{y_n}{\Pi_n} = \frac{(y_1/\Pi_1) R_{ne} + y_e R_{1n}}{R_{1e}} + \frac{F_k R_{ke} R_{1n}}{R_{1e}}, \quad n < k.$$

Потоки j и потенциалы y_n/Π_n (см. (5.80), (5.81)) состоят из двух частей. Первая соответствует решению задачи в отсутствие источника F_k . Вторая — представляет аддитивную добавку за счет этого источника. Наличие такой своеобразной аддитивности позволяет найти решение для общего случая, когда источники F_k произвольно распределены по возбужденным состояниям. Поток в сечении между основным и нижним возбужденными состояниями имеет вид

$$j_2 = \frac{y_1/\Pi_1 - y_e y^+}{R_{1e}} - \left(F_1 + F_2 \frac{R_{2e}}{R_{1e}} + F_3 \frac{R_{3e}}{R_{1e}} + \dots \right).$$

Поток в сечении энергетической оси, проведенном на границе

с континуумом, имеет вид

$$j_e = \frac{y_1/\Pi_1 - y_e y^+}{R_{1e}} + F_2 \frac{R_{12}}{R_{1e}} + F_3 \frac{R_{13}}{R_{1e}} + \dots$$

Здесь $j_2 - j_e = \sum_{n \geq 1} F_n$ (см. (5.19)). Относительную населенность уровня можно записать так:

$$\frac{y_k}{\Pi_k} = \left(\frac{y_k}{\Pi_k} \right)_{F_k=0} + \tilde{y}_k,$$

где $(y_k/\Pi_k)_{F_k=0}$ — относительная населенность уровня в отсутствии источников F_k , а \tilde{y}_k — добавка, обусловленная наличием этих источников:

$$\tilde{y}_k = (R_{ke} \sum_{n=2}^k F_n R_{1n} + R_{1k} \sum_{n>k} F_n R_{ne}) / R_{1e}.$$

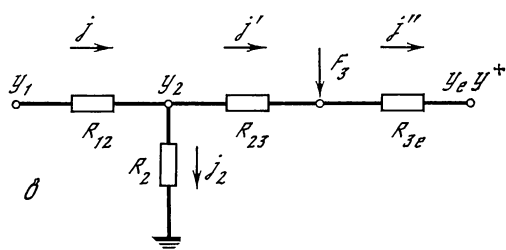
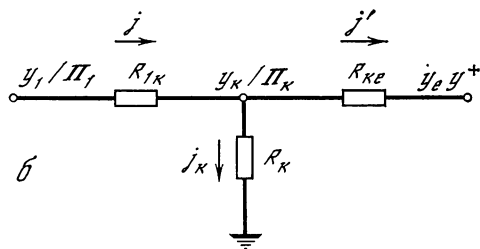
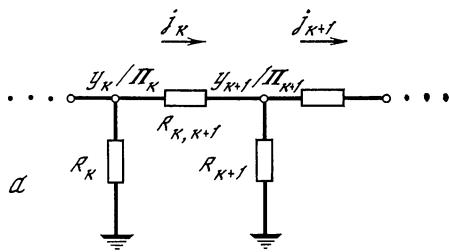
Для $k = 1$ и $k \rightarrow e$ $\tilde{y}_k = 0$. Отметим, что (5.80), (5.81) с учетом (5.74), (5.75) дают аналитическое решение задачи о распределении населенностей при достаточно широкой номенклатуре элементарных процессов (столкновения с электронами и тяжелыми частицами, процессы внешнего заселения уровней).

5.8.2. Процессы разрушения возбужденных состояний

Рассмотрим процессы, приводящие к убыли частиц в рассматриваемом возбужденном состоянии. Эти процессы в кинетическом уравнении (5.12) учитываются членами $n_k G_k$, где G_k — вероятность убыли частиц в состоянии k . К этим процессам можно отнести ассоциативную ионизацию ($G_k = n_k \beta_k^a$, β_k^a — коэффициент ассоциативной ионизации уровня k), ионизацию уровня k внешним облучением ($G_k = B_{ke} u$, где B_{ke} — коэффициент фотоионизации, u — плотность падающего излучения), пространственную диффузию возбужденных атомов. В последнем случае $G_n \simeq g D_k / R^2$, где D_k — соответствующий коэффициент диффузии, g — численный коэффициент, определяемый геометрией задачи, R — характерный масштаб пространственной неоднородности n_k . Важно отметить, что интенсивность всех этих процессов пропорциональна n_k или, возвращаясь к электротехнической аналогии, потенциалу узла k . Введем обозначение

$$n_k G_n = \frac{y_k / \Pi_k}{R_k}, \quad R_k = (n_k^0 \Pi_k G_k)^{-1}. \quad (5.82)$$

Видно, что процессы разрушения уровней вызывают дополнительный ток из узла k , который прямо пропорционален потенциалу этого узла y_k/Π_k и обратно пропорционален сопротивлению R_k . Эквивалентная схема, представляющая разветвленную электри-



$< E_k - j'$. Имеет место закон Кирхгофа для узла k

$$j = j' + \frac{y_k}{\Pi_k} \frac{1}{R_k}. \quad (5.83)$$

Выражая поток через разности потенциалов соответствующих участков, получим

$$j = \frac{y_1/\Pi_1 - y_k/\Pi_k}{R_{1k}}, \quad j' = \frac{y_k/\Pi_k - y_e y^+}{R_{ke}}. \quad (5.84)$$

Уравнения (5.83), (5.84) определяют распределение атомов по уровням. Из (5.84) находим

$$\frac{y_k}{\Pi_k} = \frac{(y_1/\Pi_1) R_{ke} + y_e y^+ R_{1k}}{R_{1e} (1 + \xi_k)}, \quad (5.85)$$

где $\xi_k = R_{1k} R_{ke} / (R_{1e} R_k)$. При $\xi_k > 1$ процесс G_k сильно влияет на населенность возбужденных уровней. Скорость разрушения уровня k определяется скоростью поступления к нему электронов из основного состояния ($\sim 1/R_{1k}$) и из континуума ($\sim 1/R_{ke}$)

$$\frac{y_k}{\Pi_k R_k} = \frac{y_1/\Pi_1}{R_{1k}} + \frac{y_e y^+}{R_{ke}},$$

Рис. 5.13. Эквивалентные электрические схемы при наличии источников гибели возбужденных атомов (а), источника гибели возбужденных атомов в k -м состоянии (б) и при наличии диссоциативной рекомбинации и источника гибели возбужденных атомов (в)

ческую цепь, приведена на рис. 5.13, а. Общее решение задачи о распределении токов и потенциалов в такой цепи громоздко. Кроме того, в нем нет особой необходимости, поскольку процессы G_k идут интенсивно на нескольких уровнях. Решим задачу, когда источник гибели возбужденных состояний находится на одном k -м уровне. Эквивалентная электрическая схема приобретает вид, изображенный на рис. 5.13, б. Обозначим поток для состояния $E > E_k$ j , а для $E <$

что эквивалентно наличию на уровне k стока. При этом проводимости каналов $1 - k$ и $k - e$, характеризующиеся R_{1k}^{-1} и R_{ke}^{-1} , заметно меньше проводимости R_k^{-1} или $R_k^{-1} \gg (R_{1k}^{-1} + R_{ke}^{-1})$. Для расчета используем приближенную формулу (5.35). Тогда $R_{1k}^{-1} + R_{ke}^{-1} \sim [\chi_k (1 - \chi_k)]^{-1}$. Функция $[\chi_k (1 - \chi_k)]^{-1}$ меняется слабо, если $1 < (E_k/T_e) < 4$. Это значит, что суммарная проводимость каналов $1 - k$ и $k - e$ слабо зависит от положения уровня k . Для оценки можно взять максимальное значение функции $[\chi_k (1 - \chi_k)]^{-1} = 4$. Далее ξ_k представим в виде

$$\xi_k = \chi_k (1 - \chi_k) \frac{R_{1e}}{R_k} \simeq 1/4 \frac{R_{1e}}{R_k}.$$

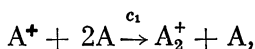
Воспользуемся связью сопротивления R_{1e} с коэффициентом рекомбинации α (см. (6.27)), получим, что процесс G_k сильно влияет на населенность возбужденных состояний, если

$$G_k \Pi_k \gg 4\alpha n_e K_k, \quad (5.86)$$

где $K_k = n_e^0 (n^+)^0 / n_k^0$ — константа ионизационного равновесия для k -уровня.

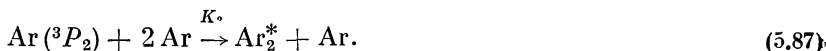
Рассмотрим ассоциативную ионизацию в цезии ($G_k = n_1 \beta_k^a$, β_k^a — скорость ассоциативной ионизации уровня k). Согласно данным [50], сечение ассоциативной ионизации уровня $6D$ при столкновении с атомом в основном состоянии составляет $4 \cdot 10^{-16}$ см². Пусть $T_e = 0,2$ эВ, $T = 1$ эВ. Тогда (5.86) выполняется при $n/n_e = 3,5 \cdot 10^6$, т. е. при очень малых степенях ионизации. Такие условия могут реализоваться за фронтом ударной волны на начальном участке зоны ионизационной релаксации, где $T > T_e$, а степень ионизации мала. В этих условиях скорость ассоциативной ионизации будет определяться скоростью заселения состояния $6D$ из основного состояния электронными ударами.

Теперь рассмотрим кинетику заселения возбужденных состояний в плазме, являющейся рабочей средой эксимерных лазеров [51]. Для получения рабочей среды эксимерных лазеров плотный инертный газ ионизируется электронным пучком или благодаря приложенному импульсу напряжения. После этого протекает рекомбинация. Поскольку плотность нейтральных атомов велика, атомарные ионы в тройных соударениях с атомами инертного газа превращаются в молекулярные



$c_1 \simeq 2,1 \cdot 10^{-31}$ см⁶/с. Возникшие молекулярные ионы рекомбинируют с большой скоростью (примерно $2 \cdot 10^{-7}$ см³/с), образуя возбужденные атомы $A_2^+ + A \rightarrow A_k^+ + A$. Согласно данным [52], при диссоциативной рекомбинации в аргоне образуются преимущественно атомы в $4p$ -состоянии с энергией связи $E \simeq 2,4 \div 2,6$ эВ. Эти состояния соответствуют третьему уровню огрубленной схемы термов атома (см. далее Приложение 3, рис. 1, в). Благодаря дис-

социативной рекомбинации населенности возбужденных уровней намного порядков превышают равновесные значения. В этих условиях эффективной оказывается реакция



Коэффициент скорости реакции $K_2 \simeq 1,1 \cdot 10^{-32} \text{ см}^6/\text{с}$ [51]. В результате возникают молекулы аргона в возбужденном состоянии Ar_2^* . Линия, образующаяся при радиационном распаде Ar_2^* , является рабочей линией лазерного перехода. Возбужденное состояние аргона 3P_2 относится ко второму уровню огрубленной схемы термов (см. далее Приложение 3, рис. 1, в). Таким образом, за счет диссоциативной рекомбинации рождаются возбужденные атомы в состоянии E_3 , а за счет столкновений с атомами гибнут в состоянии E_2 . Используя развитые выше представления, можно легко проследить за кинетикой заселения уровней.

Для определенности рассмотрим $T_e = 1 \text{ эВ}$, $n_e = 5 \cdot 10^{17} \text{ см}^{-3}$, $n_a = 5 \cdot 10^{19} \text{ см}^{-3}$. Это типичные условия для плазмы эксимерных лазеров. При таких параметрах радиационные процессы не влияют на заселение уровней. Населенности определяются столкновениями с электронами, диссоциативной рекомбинацией и процессом (5.87).

На рис. 5.13, в представлена эквивалентная схема. Узел 2 схемы заземлен через сопротивление $R_2 = (n_2 n_3^2 K_2)^{-1}$. На узел 3 поступает внешний ток $F_3 = n_2^+ n_e d_3$, связанный с потоком диссоциативной рекомбинации. В результате расчета получены следующие значения сопротивлений: $R_{12} = 4,6 \cdot 10^{-24} \text{ см}^3 \text{ с}^{-1}$, $R_{23} = 5,3 \cdot 10^{-26}$, $R_{3e} = 6,1 \cdot 10^{-27}$, $R_2 = 6,9 \cdot 10^{-21}$. Распределение относительных населенностей $y_1 = 1$, $y_2 = y_3 = 0,17$, $y_e y^+ = 9,4 \cdot 10^{-3}$, т. е., несмотря на наличие диссоциативной рекомбинации, в целом концентрация электронов падает. Распределение потоков $j = 1,79 \cdot 10^{23} \text{ см}^{-3} \text{ с}^{-1}$, $j' = 1,57 \cdot 10^{23}$, $j'' = 2,59 \cdot 10^{25}$, $F_3 = 2,57 \cdot 10^{25}$, $j_2 = 2,5 \cdot 10^{22}$. Видно, что потоки F_3 и j'' на два порядка превосходят остальные, это означает, что почти все электроны, рекомбинирующие на третий уровень диссоциативным путем, немедленно возвращаются в континуум за счет ударной ионизации через возбужденные состояния. Вероятность перехода в основное состояние мала благодаря большой величине сопротивления R_{12} .

Этот пример еще раз показывает, насколько важна роль возбужденных состояний в кинетике рекомбинации (ионизации). Наличие мощного процесса рекомбинации на возбужденное состояние еще не означает, что электрон достигает основного уровня. Его судьба зависит от соотношения эффективности процессов, тушащих или ионизирующих данное состояние.

В заключение рассмотрим влияние на распределение населенностей диффузии возбужденных атомов. Уже отмечалось, что этот процесс приводит к появлению в уравнении для населенностей членов $n_k G_k$, где $G_k \simeq g D_k / R_k$. Уравнение для населенностей

имеет вид

$$j_k - j_{k+1} - n_k G_k = 0. \quad (5.88)$$

Записывая последовательно (5.88) для первого, второго и т. д. возбужденных состояний и исключая j_k , получим

$$j_2 - j_e = \sum_{k \geq 2} n_k G_k \simeq \sum_{k \geq 2} \frac{n_k g D_k}{R_k^2}. \quad (5.89)$$

При оценке положим $D_k/R_k^2 \simeq D_2/R_2^2$, тогда

$$j_2 - j_e \simeq \frac{g D_2}{R_2^2} \sum_{k \geq 2} n_k.$$

Учтем, что $j_2 = \text{div} J_1$, а $j_e = \text{div} J_e$, где J_1 и J_e — пространственные потоки атомов и электронов. Сравнивая $g D_2 \sum n_k / R_2^2$ с $g D_a n_e / R_e^2$ или $g D_1 n_1 / R_1^2$, находим, что диффузия возбужденных атомов несутворственна при условии

$$\sum_{k \geq 2} n_k \ll n_1, n_e. \quad (5.90)$$

Эти условия совпадают с условиями квазистационарности возбужденных состояний (см. далее в гл. 8).

Неравенства (5.90) часто не выполняются в плазме тлеющего разряда при наличии метастабильных состояний, которые не могут распадаться за счет радиационных процессов. Поэтому в процессе распада плазмы происходит своеобразное накопление метастабильных состояний, играющих особую роль в кинетике тлеющего разряда. В частности, диффузия метастабилей играет существенную роль в кинетике заселения уровней. Например, условия в плазме положительного столба тлеющего разряда в гелии при низкой температуре газа $T = 77$ К [53]: $n_a \sim 10^{17} \text{ см}^{-3}$, $n_e \sim 10^{10} \text{ см}^{-3}$, а концентрация возбужденных атомов в метастабильном состоянии 2^3S соответствует $n_m \sim 10^{12} \text{ см}^{-3}$. Кинетическое уравнение для метастабильных уровней в таких условиях следует записывать так же, как и для электронов и атомов в основном состоянии с учетом пространственной диффузии и нестационарности.

5.9. Особенности ударно-радиационной кинетики в разреженной плазме

До сих пор речь шла о плазме, получаемой в наземных условиях, с концентрацией более 10^{10} см^{-3} . В астрофизике приходится рассматривать очень разреженную плазму с концентрацией частиц 1 см^{-3} и менее. В силу большой разреженности число ионизированных и возбужденных состояний может быть значительным. Вопрос о распределении населенностей в таких условиях приобретает важное значение, поскольку информация о состоянии разреженной плазмы доходит до нас в виде излучения. Определение па-

раметров плазмы по регистрируемому излучению непосредственно зависит от распределения атомов по уровням. Оно, как правило, неравновесно и определяется конкуренцией ударных и радиационных процессов. Последние оказываются важными уже для населенности состояний с весьма большими значениями квантовых чисел. Так, при $n_e = 10^6 \text{ см}^{-3}$ и $T_e = 1 \text{ эВ}$ (5.4) квантовое число уровня, выше которого радиационные процессы несущественны, $\tilde{k} = 34$. При таких больших значениях квантовых чисел неравенства (5.47), на основе которых был развит приближенный способ учета радиационных процессов (см. разд. 5.5.2), не выполняются, а сам способ оказывается непригодным. Вопрос о распределении населенностей уровней в разреженной плазме обсуждается в литературе довольно давно. Поскольку речь идет в основном о состояниях с большими квантовыми числами, для кинетики заселения уровней применимо дифференциальное описание. Оно было использовано, например, в работе Ситона [54]. Далее в изложении будем придерживаться одних из последних работ этого направления [40, 55, 56].

Следуя этим работам, опишем способ учета радиационных процессов для разреженной плазмы. Вклад радиационных процессов в населенность k -уровня определяется выражением

$$\sum_{n>k} n_n A_{nk} - n_k \sum_{n<k} A_{kn}. \quad (5.91)$$

Удобно ввести концентрации, отнесенные к статистическому весу уровня, $N_k = n_k/g_k$ и вероятности перехода $a_{kn} = A_{kn}g_k$. Тогда (5.91) перепишем в виде

$$\sum_{n>k} N_n a_{nk} - N_k \sum_{n<k} a_{kn}. \quad (5.92)$$

Поскольку нас интересуют населенности высоковозбужденных уровней с большими квантовыми числами, введем новую переменную $\varepsilon = 1/k^2$ и перейдем от сумм к интегралам, полагая, что населенности меняются квазинепрерывно. При этом используем связь $|dk| = d\varepsilon/2\varepsilon^{3/2}$. Получаем

$$\int_0^\varepsilon N(\varepsilon') a_{\varepsilon'\varepsilon} \frac{d\varepsilon'}{2(\varepsilon')^{3/2}} - N(\varepsilon) \int_\varepsilon^{\varepsilon_1} a_{\varepsilon\varepsilon'} \frac{d\varepsilon'}{2(\varepsilon')^{3/2}}. \quad (5.93)$$

Для A_{km} воспользуемся формулой Крамерса (см. (2.63)), из которой легко получить

$$a_{\varepsilon\varepsilon'} = 2A_0 \frac{(\varepsilon\varepsilon')^{3/2}}{\varepsilon' - \varepsilon}, \quad \varepsilon' > \varepsilon, \quad (5.94)$$

где

$$A_0 = (8/3\sqrt{3})\alpha\hbar Z^4/\pi a_0^2 m = 0,8 \cdot 10^{10} Z^4. \quad (5.95)$$

Здесь A_0 — в с^{-1} , $\alpha = e^2/\hbar c$ — постоянная тонкой структуры, $a_0 = \hbar^2/(me^2)$ — боровский радиус. Подставляя (5.95) в (5.94), производя интегрирование по частям и пренебрегая малыми чле-

нами, пропорциональными $V\bar{\varepsilon}$ ($\varepsilon = (1/k^2) \ll 1$), имеем

$$A_0 \varepsilon^{3/2} \left\{ N(\varepsilon) \ln(\varepsilon/\varepsilon_0) - \int_0^\varepsilon [(N(\varepsilon') - N(\varepsilon))/(\varepsilon - \varepsilon')] d\varepsilon' \right\}, \quad (5.96)$$

где ε_0 соответствует наимизшему уровню, из которого возможен радиационный переход. Для водорода в случае оптически тонкой плазмы $\varepsilon_0 = 1/4$.

В стационарных условиях населенность состояния определяется радиационными, столкновительными и процессами внешней накачки $F(\varepsilon)$. В результате

$$2\varepsilon^{3/2} \frac{dj}{d\varepsilon} + A_0 \varepsilon^{3/2} \left[N(\varepsilon) \ln \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon} - \int_0^\varepsilon \frac{N(\varepsilon') - N(\varepsilon)}{\varepsilon - \varepsilon'} d\varepsilon' \right] = F(\varepsilon). \quad (5.97)$$

Столкновительный поток j определяется (5.29), записанной в переменных ε^6 . Интегродифференциальное уравнение (5.97) позволяет найти распределение населенностей в разреженной плазме. Оно дополняется граничным условием. Как бы ни мала была плотность заряженных частиц при $\varepsilon \rightarrow 0$, плотность уровней связана формулой Саха с континуумом $N(\varepsilon)|_{\varepsilon \rightarrow 0} = n_e n^+ \frac{h^3}{(2\pi m T_e)^{3/2}}$.

Важное значение имеет граничная энергия $\varepsilon_R = E_R/(Z^2 R_y)$, разделяющая области преобладания столкновительных и радиационных процессов. Авторы [55] вводят для этой величины несколько отличное от (5.4) выражение, справедливое для $\varepsilon_R \ll 1$.

В работе [55] получено приближенное аналитическое решение уравнения (5.97) для случая $F(\varepsilon) = 0$. Это решение зависит от параметра ε_R . На рис. 5.14 приведены результаты этого решения (сплошная линия). Построена функция $y(\varepsilon)/y_e y^+$ в зависимости от $\varepsilon/\varepsilon_R$ для $\varepsilon_R = 0,01$ ($\bar{k} \simeq 37$). Величина $y(\varepsilon)/y_e y^+$ при $\varepsilon \rightarrow 0$ всегда стремится к единице. С ростом энергии она становится меньше единицы за счет радиационных процессов, роль которых возрастает. Зависимость $y(\varepsilon)/y_e y^+$ имеет перегиб при $\varepsilon/\varepsilon_R \sim 1$. На этом рисунке приведены также данные численного решения дискретной системы уравнений баланса при различном выборе сечений столкновений. Значения населенностей, вычисленных с борновскими и квазиклассическими сечениями, близки. Дело в том, что средний квадрат переданной энергии при столкновениях слабо

⁶ В [55] использовано несколько иное, чем (2.114), значение коэффициента диффузии для связанного электрона. Это вызвано отличным от описанного выше выводом уравнения диффузии из кинетической системы уравнений баланса. Не останавливаясь на деталях, отметим лишь следующее. В работе [55] выражение для потока преобразуется к дифференциальному виду в пространстве квантовых чисел, а не энергии. Для вычисления коэффициентов диффузии используются вероятности переходов, полученные в борновском приближении. Вычисление проводится непосредственным суммированием. В некоторых случаях авторы [55] при расчете коэффициента диффузии используют квазиклассические формулы для вероятностей переходов.

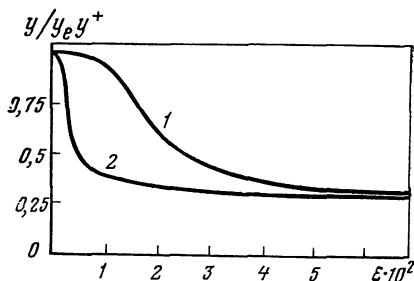
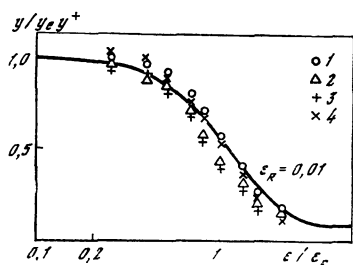


Рис. 5.14. Зависимость $y/y_e y^+$ от ϵ/ϵ_R по данным работы [55]

1—4 — численное решение дискретной кинетической системы с сечениями столкновений в борновском приближении (1, 2) и квазиклассическом приближении (3, 4) (1, 2 — $Z = 16$, $n_e = 0,88 \cdot 10^9 \text{ см}^{-3}$ и $16, 1,76 \cdot 10^9$; 3, 4 — $Z = 1$, $n_e = 0,88 \cdot 10^9 \text{ см}^{-3}$ и $1, 1,76 \cdot 10^9$). Линия — приближенное аналитическое решение уравнения (5.97)

Рис. 5.15. Зависимость $y/y_e y^+$ от ϵ при фоторекомбинационном заселении уровней по данным работы [55] для $\theta_e = T_e/Z^2 R_y = 0,1$, $n_e = 10^{10} \text{ см}^{-3}$ (1) и $n_e = 10^7$ (2)

зависит от выбора сечений. Численные результаты неплохо описываются аналитическими формулами, приведенными в [55].

При наличии накачки $F(\epsilon)$ задача допускает аналитическое решение для разреженного случая, когда столкновениями можно пренебречь. Это решение имеет вид [40]

$$N(\epsilon) = \frac{1}{A_0} \int_0^\epsilon \frac{F(\epsilon') d\epsilon'}{(\epsilon')^{3/2} (\epsilon - \epsilon') \left[\ln \left(\frac{\epsilon - \epsilon'}{\epsilon_0 \gamma} \right) \right]^2}, \quad (5.98)$$

где $\gamma = e^c$ ($c = 0,577$ — постоянная Эйлера). Рассмотрим в качестве примера $F(\epsilon)$ -фоторекомбинацию. Если для сечения фоторекомбинации использовать приближение Крамерса (2.79), то

$$F(\epsilon) = n_e n^+ \frac{h^3 A_0 \epsilon^{3/2}}{(2\pi m T_e)^{3/2}} \exp(-\epsilon/\theta) |Ei(-\epsilon/\theta)|.$$

Решение (5.98) справедливо в области $\epsilon \gg \epsilon_R$. При $\epsilon \ll \epsilon_R$ радиационные процессы становятся несущественными и годится решение чисто диффузионной задачи. При $\epsilon \sim \epsilon_R$ эти решения должны сшиваться.

На рис. 5.15 представлено полученное примерно таким образом распределение населенностей при наличии фоторекомбинационного механизма заселения. Представлена зависимость $y(\epsilon)/y_e y^+$ от ϵ при различных концентрациях электронов и $\theta_e = T_e/Z^2 R_y = 0,1$. Обратим внимание на то, что относительная населенность $y(\epsilon)$ может слабо зависеть от энергии и на отдельных участках описываться бoльцмановским распределением. Так, при $\epsilon > 0,01$ и $n_e = 10^7 \text{ см}^{-3}$ (см. рис. 5.18) видно, что $y(\epsilon) \sim \text{const}$. Такая зависимость $y(\epsilon)$ обусловлена конкуренцией процессов радиационного заселения и радиационного распада уровней и появляется лишь при определенном соотношении интенсивностей этих процессов.

5.10. Некоторые приложения теории

5.10.1. Определение температуры и концентрации электронов по измеренным населенностям возбужденных состояний [57]

Мы отмечали, что в равновесных условиях по изменению относительной интенсивности спектральных линий можно определить температуру электронов. Можно ли получить информацию о состоянии плазмы, измеряя абсолютную или относительную интенсивности спектральных линий в неравновесных условиях. Для решения вопроса, следуя МДП, запишем соотношение, связывающее населенности трех уровней m , k и n в порядке убывания их энергии связи ($E_m > E_k > E_n$), вытекающее из (5.53):

$$\frac{y_k}{\Pi_k} R_{mn} = \frac{y_m}{\Pi_m} R_{kn} + \frac{y_n}{\Pi_n} R_{mk}. \quad (5.99)$$

В общем случае это соотношение довольно сложное и зависит от многих параметров. Ситуация резко упрощается, когда кинетика переходов между состояниями m , k и n определяется столкновениями с электронами. Для этого необходимо, чтобы $E_R > E_m$. При этом условии все факторы $\Pi = 1$. Если состояния m , k , n возбужденные, для сопротивлений R можно использовать приближенную формулу (5.35). Тогда (5.99) можно представить в виде

$$y_k (\chi_m - \chi_n) = y_m (\chi_k - \chi_n) + y_n (\chi_m - \chi_k), \quad (5.100)$$

где $\chi_m = \chi(E_m/T_e)$ и т. д.

Переходя от y к населенности, окончательно получим

$$\frac{n_k}{g_k} e^{u_k} (\chi_m - \chi_n) = \frac{n_m}{g_m} e^{u_m} (\chi_k - \chi_n) + \frac{n_n}{g_n} e^{u_n} (\chi_m - \chi_k). \quad (5.101)$$

Здесь $u_m = E_m/T_e$. В случае термодинамического равновесия (5.101) выполняется тождественно. Если величины n_k/g_k , n_m/g_m и n_n/g_n измерены, то (5.101) позволяет определить T_e путем численного решения. Аналогично (5.101) можно записать выражение, связывающее населенности двух возбужденных состояний и континуума. Для этого в (5.101) при $E_n \rightarrow 0$ заменим $n_n/g_n \rightarrow n_e n^+ h^3 / 2 \Sigma_i (2\pi m T_e)^{3/2}$, тогда получим уравнение для n_e

$$\frac{n_k}{g_k} e^{u_k} \chi_m = \frac{n_m}{g_m} e^{u_m} \chi_k + \frac{n_e n^+ h^3}{2 \Sigma_i (2\pi m T_e)^{3/2}} (\chi_m - \chi_k). \quad (5.102)$$

Соотношения (5.101), (5.102) позволяют определить n_e и T_e в неравновесной плазме по населенности трех уровней, кинетика переходов между которыми определяется столкновениями с электронами. Напомним, что для решения этой задачи в равновесии достаточно измерить населенность двух состояний. Формула (5.102) может быть упрощена, если $E_m > T_e$, так, что $\chi_m = 1$. В условиях

рекомбинации доминирующий вклад вносит второе слагаемое правой части (5.102). С учетом этого (5.102) принимает вид

$$n_k = n_e n^+ \frac{g_k \exp u_k}{2 \Sigma_i (2 \pi m T_e)^{3/2}} (1 - \chi_k). \quad (5.103)$$

Данное выражение от формулы Саха отличается фактором $1 - \chi_k$. Зависимость от энергии связи обусловлена фактором $e^{u_k} (1 - \chi_k)$. Эта зависимость построена на рис. 5.16. На отдельных участках она может быть приближенно аппроксимирована прямой. Так, при $u_k = 0,8 \div 1,5$ возможна аппроксимация $e^{u_k} (1 - \chi_k) = 1,2 \exp (E/T_p)$, где $T_p \simeq 1,5 T_e$. Таким образом, в рекомбинационном режиме распределение атомов по уровням, описываемое (5.103), близко к больцмановскому с температурой T_p , не совпадающей с T_e , т. е. по сути оно является неравновесным и температура вводится формально.

Такая ситуация возникла в [58]. В этой работе аргонная плазма генерировалась в высокочастотном разряде, а затем через кварцевую трубку вытекала в атмосферу. В результате измерений было получено распределение населенностей возбужденных состояний аргона для центральной части факела при различных удалениях от конца трубки.

На рис. 5.17 приведены некоторые данные. Температура электронов в [58] находилась по наклону зависимости $\ln (n_k/g_k)$, которая в условиях эксперимента была близка к прямой. Значения n_e затем определялись по формуле Саха для найденной температуры. Однако фактически была найдена T_p (в рекомбинационном режиме T_p может отличаться от температуры электронов в полтора раза). В [57] по измеренным в [58] значениям населенностей трех уровней была вычислена T_e согласно (5.101). Сплошными линиями на рисунке (см. рис. 5.17) проведены распределения населенностей, соответствующие этим найденным T_e . Наклон этих прямых будет соответствовать T_p . При малых E проведены штриховые линии, наклон которых соответствует T_e . Отчетливо видно различие этих двух температур.

Изложенный метод получил распространение в экспериментальной практике. Так, в [59] исследовался СВЧ-разряд в водородной плазме. Измеренное распределение атомов водорода по уровням приведено на рис. 5.18. Оно имеет типичный вид для неравновесности ионизационного характера. Поскольку кинетика переходов между уровнями с $k \geq 2$ в данных условиях определяется столкновениями с электронами, то для определения T_e можно воспользоваться (5.101). В качестве уровней k, n, m взяты излучающие уровни линий $H_\alpha, H_\beta, H_\epsilon, T_e = 10^4 \pm 10^3$ К. Прямая, наклон которой соответствует этой температуре, проведена на рис. 5.18 сплошной линией в области состояний континуума.

В работе [60] исследовался СВЧ-разряд в гелии. Измеренное распределение населенностей приведено на рис. 5.19. Разряду в чистом гелии соответствуют точки 1 на рис. 5.19, разряду в гелии

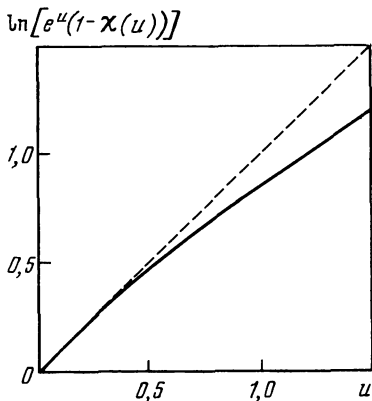


Рис. 5.16. Зависимость фактора $\ln [e^{E/T} (1 - \chi(E/T))]$ от E/T (линия) и равновесное состояние (штрихи)

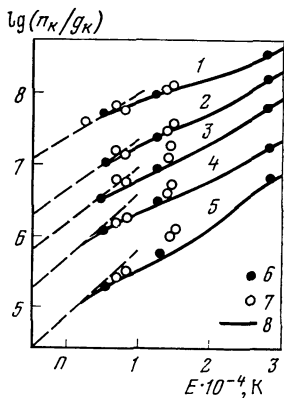


Рис. 5.17. Зависимость населенности возбужденных состояний уровней Ar от энергии связи для центральной части факела при различных удалениях от конца трубки [58]

1—5 — цифры соответствуют различным значениям координат вдоль оси факела, 6 — конфигурация остова $3p^6(^2P_{1/2}^0)$, 7 — $3p^6(^2P_{3/2}^0)$, 8 — расчет по уравнению (5.101). Наклон штриховой линии соответствует T_e

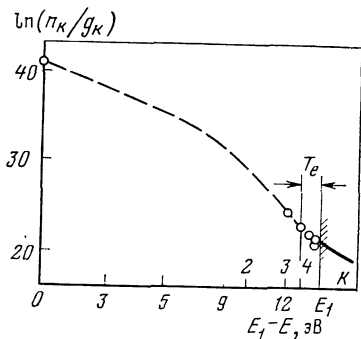


Рис. 5.18. Распределение населенностей уровней атома водорода в осевой зоне разряда, измеренное в [58]

Штрихи — распределение, проведенное по экспериментальным точкам, прямая — распределение T_e

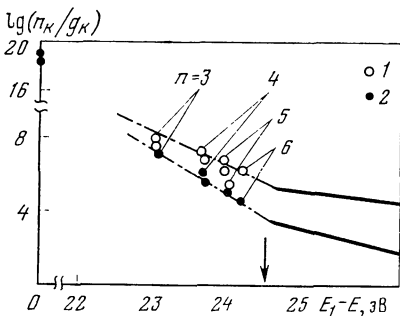


Рис. 5.19. Заселенность излучающих уровней гелия (1) и гелий плюс 1% азота (2) по [59]

Линии — равновесное распределение по состояниям континуума (их наклон соответствует T_e).

Стрелкой отмечен потенциал ионизации

с добавкой 1% азота соответствуют точки 2. Измерялась населенность уровней 4^3D (по линии 4471 Å), 5^3D (по линии 4026 Å) и 6^3D (по линии 3820 Å), кинетика заселения этих уровней определялась столкновениями с электронами. Для нахождения температуры электронов авторы [60] использовали (5.101) и получили, что для точек 1 $T_e = 19 \cdot 10^3$ К, а для точек 2 — $T_e = 11 \cdot 10^3$ К. В этой же работе T_e определялась по частотному спаду свечения рекомбинационного континуума. Оба метода дали близкие значения. Подставляя измеренные населенности уровней 5^3D и 6^3D и найденное значение T_e из (5.101) в (5.102), можно получить $n_e = 5 \cdot 10^{13}$ см $^{-3}$. Это значение находится в хорошем соответствии с $n_e = 6 \cdot 10^{13}$ см $^{-3}$, определенной из полуширины линии HeI 4471 Å.

5.10.2. Инверсия населенности при рекомбинационном распаде плазмы

В процессе рекомбинации возбужденные состояния атомов населяются потоком, идущим из континуума к основному состоянию. В принципе при этом возможно получение инверсной населенности. На этой основе возникла проблема разработки так называемого плазменного лазера, в котором используется инверсия населенностей возбужденных атомов в распадающейся плазме [3, 43]. Для установления наличия инверсии приходится проводить детальный расчет распределения населенностей в рекомбинирующей плазме. Такие расчеты были выполнены в ряде работ [3, 43, 61]. В результате этих расчетов было установлено, что для получения существенной инверсии необходима определенная последовательность процессов в ходе рекомбинации. В первые моменты начала распада температура электронов должна быстро уменьшиться при практически неменяющейся концентрации зарядов. При последующей рекомбинации в такой сильно переионизованной плазме возможно возникновение инверсии.

На рис. 5.20, заимствованном из [3], приведен пример расчета распределения населенностей в распадающейся водородной плазме при $n_e = 10^{14}$ см $^{-3}$ и $T_e = 0,1$ эВ. При расчете населенностей путем численного решения системы уравнений баланса учитывались неупругие столкновения с электронами и радиационные процессы. Кривая 1 (см. рис. 5.20), построенная для оптически тонкого слоя, дает слабую инверсию для уровней с $k = 2$ и $k = 3$ (k — главное квантовое число). При учете реабсорбции (2) n_k/g_k монотонно изменяется с ростом квантового числа, что означает отсутствие инверсии. Значительно большую инверсию можно получить при наличии примесей, интенсивно опустошающих нижние возбужденные состояния, например обеднение уровней H за счет реакций

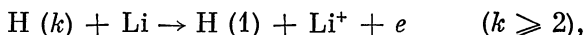


Рис. 5.20. Расчетная зависимость n_k/g_k от k для водорода при рекомбинационном распаде плазмы для $T_e = 0,1$ эВ и $n_e = 10^{14}$ см $^{-3}$ [3]

1 — оптически тонкий слой, 2 — полная реабсорбция линий лаймановской серии, 3 — примесь ксенона с концентрацией 10^{19} см $^{-3}$

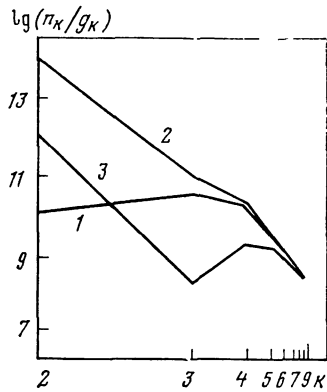
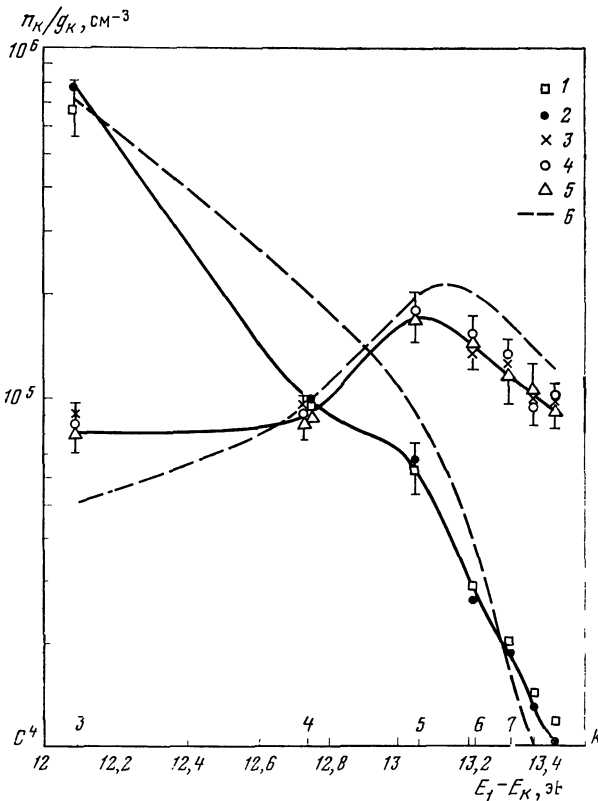


Рис. 5.21. Распределение n_k/g_k в водородной плазме, начальное давление $3 \cdot 10^{-5}$ мм рт. ст.

1-5 — эксперимент (1 — $t = 0,25$ мкс; 2 — $t = 0,3$, $T_e = 15$ эВ, $n_e = 2,7 \cdot 10^{12}$ см $^{-3}$; 3 — $t = 4,0$; 4 — $t = 4,3$; 5 — $t = 4,5$, $T_e = 0,14$, $n_e = 1,9 \cdot 10^{12}$)
6 — расчет



Для нижних возбужденных состояний константы скорости реакций имеют порядок $10^{-9} - 10^{-10}$ см 3 /с, а сами реакции существенны при концентрациях атомов Li или Xe более 10^{16} см $^{-3}$. Кривая 3 представляет распределение n_k/g_k при наличии ксенона концентрацией 10^{19} см $^{-3}$.

Инверсия населенностей в распадающейся плазме наблюдалась и в экспериментальных работах (см., например, [62—64], подробную библиографию можно найти в [3]). Остановимся на работе [64], где исследования плазмы проводились на так называемом сфераторе. В этой установке осуществлялся двухступенчатый нагрев водорода с начальным давлением $3 \cdot 10^{-5}$ мм рт. ст. На первом этапе использовался электронный циклотронный резонанс, что позволило получить $n_e \sim 5 \cdot 10^{11}$ см $^{-3}$ и $T_e \sim 5 \div 8$ эВ. Дальнейший нагрев до $T_e \sim 40$ эВ и $n_e \sim 10^{13}$ см $^{-3}$ осуществлялся индукционными токами частотой 500 Гц. Установка предусматривала возможность введения в плазму потока нейтралов. После прекращения нагрева температура электронов быстро падала, но концентрация заряженных частиц в течение этого времени нарастала благодаря ионизации потока нейтралов, а затем некоторое время поддерживалась на постоянном уровне. Вообще через 4 мкс после начала омического нагрева температура электронов уменьшалась в 100—200 раз, в то время как концентрация электронов падала в 2—4 раза.

На рис. 5.21 представлена зависимость n_k/g_k от $E_1 - E_k$ для различных моментов времени. Экспериментальные точки 1 и 2 относятся к интервалу времени $0,25 \leq t \leq 0,3$ мкс, когда производится омический нагрев. При этом $T_e = 15$ эВ, $n_e = 2,7 \cdot 10^{12}$ см $^{-3}$. Распределение возбужденных атомов имеет типичный вид для режима ионизации. Точки 3—5 относятся к более позднему моменту времени $4,0 \leq t \leq 4,5$ мкс, когда нагрев плазмы уже прекратился ($T_e = 0,14$ эВ, а $n_e = 1,9 \cdot 10^{13}$ см $^{-3}$). Видно, что зависимость n_k/g_k от энергии возбуждения уровня $E_1 - E_k$ не монотонна. Для уровней с главным квантовым числом $k < 6$ имеет место инверсия населенностей. На этом же рисунке штриховыми линиями нанесены результаты расчетов распределения населенностей, выполненных Сукевером [64]. Эти распределения найдены численным решением системы уравнений баланса для 25 уровней водорода для оптически прозрачной плазмы с учетом неупругих столкновений с электронами и радиационных процессов. В уравнения баланса добавлены члены $n_k G_k$, отражающие наличие источников гибели возбужденных атомов.

Расчетные и экспериментальные работы показали, что получить заметную инверсию в условиях распада, когда кинетика заселения уровней определяется неупругими столкновениями с электронами и радиационными процессами, затруднительно. Значительно большую инверсию можно получить при наличии дополнительных процессов, эффективно опустошающих нижние возбужденные состояния. В этой связи рассмотрим вопрос об инверсии уровней при чисто столкновительной кинетике их заселения. Для появления инверсии необходимо, чтобы функция n_k/g_k имела максимум при некотором значении энергии связи E_k . Тогда для состояний с энергиями E_k , большими этого значения, величина n_k/g_k убывает с ростом энергии связи, т. е. имеет место инверсия. Запишем n_k/g_k , используя соотношение (5.53) и, переходя в нем от относи-

тельных населенностей к абсолютным, получим

$$\frac{n_k}{g_k} = n^+ n_e \frac{h^3 e^{E_k/T_e}}{2\Sigma_i (2\pi m T_e)^{3/2}} \left(\frac{R_{1k} \Pi_k}{R_{1e}} + \frac{y_1 \Pi_k R_{ke}}{y_e y^+ \Pi_1 R_{1e}} \right). \quad (5.104)$$

В условиях рекомбинации вторым слагаемым в скобках можно пренебречь. Кроме того, рассмотрим условия, когда радиационные процессы несущественны. Для сопротивлений R воспользуемся

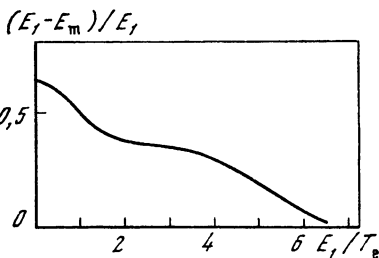


Рис. 5.22. Относительная доля уровней, имеющих инверсную заселенность $(E_1 - E_m)/E_1$ в зависимости от E_1/T_e при рекомбинации

приближенной формулой (5.35), тогда из (5.104)

$$\frac{n_k}{g_k} \sim \exp(E_k/T_e) \frac{\chi_1 - \chi_k}{\chi_k}. \quad (5.105)$$

Дифференцируя это выражение по E_k , находим, что максимум n_k/g_k связан с условием

$$\chi(x_1) - \chi(x) - \frac{4}{3\sqrt{\pi}} x^2 \cdot e^{-x} = 0, \quad (5.106)$$

где $x = E/T_e$.

На рис. 5.22 представлено численное решение (5.106). Дана зависимость отношения $(E_1 - E_m)/E_1$ от E_1/T_e , где E_m — значение энергии, удовлетворяющее (5.106). Из графика следует, что в этом режиме рекомбинации инверсия может реализоваться в довольно узком диапазоне условий. В частности, при $E_1/T_e \gg 1$ $E_m \rightarrow E_1$, т. е. инверсия между возбужденными состояниями отсутствует. Этот вывод подтверждается и при численном решении системы уравнений баланса (см. рис. 5.19, линия 2).

Аналогично можно рассмотреть кинетику и при наличии радиационных процессов. Можно показать, что зависимость n_k/g_k в области малых k при этом может выходить на плато и имеет вид, близкий к линии 1 (см. рис. 5.19). При этом существенной инверсии получить не удается.

КИНЕТИКА ИОНИЗАЦИИ И РЕКОМБИНАЦИИ

Кинетика ионизации и рекомбинации определяет концентрацию заряженных частиц в стационарной неравновесной плазме, а также изменение этой величины во времени в нестационарных условиях.

Ионизация и рекомбинация в низкотемпературной плазме, как правило, обусловлены совокупностью элементарных столкновительных и радиационных процессов. Это связано с тем, что средняя кинетическая энергия частиц обычно меньше энергии ионизации атома из основного состояния. Поэтому ионизация атома происходит не сразу, а отдельными этапами. Атом сначала возбуждается, многократно меняет свое состояние возбуждения и лишь затем ионизируется. При рекомбинации электрон сначала захватывается на одно из возбужденных состояний и затем в результате процессов столкновительного и радиационного девозбуждения может достигнуть основного состояния. Такую ионизацию и рекомбинацию называют ступенчатой. Ступенчатая ионизация и рекомбинация в широком диапазоне условий преобладает над прямой, когда происходит ионизация атома основного состояния, а при рекомбинации образуется атом в основном состоянии. Скорости прямой ионизации и рекомбинации непосредственно выражаются через вероятности соответствующих элементарных процессов.

При ступенчатых процессах основной вклад в ионизацию дает ионизация возбужденных состояний. Рекомбинация определяется скоростью девозбуждения возбужденных состояний. Поэтому кинетика ионизации и рекомбинации оказывается тесно связанной с распределением атомов по возбужденным состояниям, рассмотренным в предыдущей главе.

Во многих случаях основной задачей является вычисление степени ионизации или скорости ее изменения, а распределение атомов по возбужденным состояниям непосредственного интереса не представляет. В таких случаях по установившейся традиции удобно скорость изменения концентрации заряженных частиц описывать с помощью коэффициентов ионизации и рекомбинации, которые вычисляются в результате совместного рассмотрения кинетики ионизации, рекомбинации и заселения возбужденных состояний. В этой книге будем придерживаться следующего определения коэффициентов ионизации и рекомбинации. Скорость изменения концентрации электронов найдем из выражения

$$\frac{dn_e}{dt} = n_1 n_e \beta - n_e^2 \alpha, \quad (6.1)$$

где β и α — коэффициенты ионизации и рекомбинации. Их размерность соответственно — $\text{см}^3 \cdot \text{с}^{-1}$ и $\text{см}^6 \cdot \text{с}^{-1}$.

Отметим, что коэффициент рекомбинации, введенный в (6.1), формально соответствует трехчастичной рекомбинации. В литературе иногда вместо такого α вводят величину α' , формально соответствующую двухчастичному процессу. В этом случае $dn_e/dt = n_1 n_e \beta - n_e n^+ \alpha'$, α' имеет размерность $\text{см}^3/\text{с}$. Очевидно, что $\alpha' = n_e \alpha$ ¹. α и β , введенные в (6.1), имеют лишь формальное сходство с элементарными вероятностями ионизации атома из основного состояния и рекомбинации по схеме электрон — ион — электрон с образованием атома в основном состоянии. В действительности эти величины определяются совокупностью столкновительных и радиационных элементарных процессов (их иногда называют ударно-радиационными коэффициентами ионизации и рекомбинации) и зависят от концентраций и температур компонент плазмы, от условий переноса излучения и других факторов.

В настоящей главе рассматривается кинетика ионизации и рекомбинации с учетом широкой номенклатуры элементарных процессов и реальной энергетической структуры атомов и ионов.

Обсуждаются результаты аналитических, численных и экспериментальных исследований. Содержание главы частично отражено в [1—6].

6.1. Элементарная кинетика ионизации и рекомбинации

Элементарные процессы, приводящие к ионизации и рекомбинации, рассмотрены в гл. 2. Как правило, скорость изменения зарядов определяется совокупностью таких элементарных процессов, т. е. фактически кинетикой ионизации и рекомбинации. В настоящем разделе, являющемся вводным, даются элементарные представления о кинетике ионизации и рекомбинации, определяемой совокупностью однотипных элементарных процессов. В последующих разделах мы перейдем к рассмотрению более сложных случаев.

6.1.1. Ионизация электронным ударом и тройная рекомбинация

Пусть скорость изменения концентрации заряженных частиц определяется неупругими столкновениями с электронами, а коэффициенты ионизации и рекомбинации — совокупностью соответ-

¹ Коэффициенты α и α' зависят от n_e лишь в предельных случаях. Величина α не зависит от n_e при сравнительно большой концентрации заряженных частиц, когда рекомбинация носит столкновительный характер. Величина же α' не зависит от n_e в условиях, когда рекомбинация является двухчастичным процессом. Например, при малых n_e , когда преобладает радиационная рекомбинация. В общем случае α и α' зависят от n_e , и описания кинетики рекомбинации как с помощью α , так и с помощью α' равноценны. В настоящей книге мы будем использовать для определенности коэффициент рекомбинации, введенный в (6.1).

ствующих элементарных актов. Тогда

$$\beta = \frac{1}{n_1 n_e} \sum_k n_k w_{ke}, \quad \alpha = \frac{1}{n_e} \sum_k w_{ek}, \quad (6.2)$$

где w_{ke} — вероятность ионизации атома в k -м состоянии электронным ударом, а w_{ek} — вероятность встречного процесса. Напомним, что встречным процессом для ионизации электронным ударом является столкновение трех частиц — иона и двух электронов, в результате которого ион и электрон образуют нейтральный атом, а второй электрон уносит выделившийся при этом избыток энергии. Удобно в (6.2) выделить прямую ионизацию, т. е. ионизацию из основного состояния

$$\beta_{\text{пр}} = \frac{1}{n_e} w_{1e},$$

и прямую рекомбинацию, т. е. рекомбинацию в основное состояние

$$\alpha_{\text{пр}} = \frac{1}{n_e} w_{e1}.$$

Оставшаяся совокупность процессов в (6.2) определяет коэффициенты ступенчатой ионизации и рекомбинации

$$\beta_{\text{ст}} = \frac{1}{n_1 n_e} \sum_{k \geq 2} n_k w_{ke}, \quad \alpha_{\text{ст}} = \frac{1}{n_e} \sum_{k \geq 2} w_{ek}. \quad (6.3)$$

Очевидно,

$$\alpha = \alpha_{\text{пр}} + \alpha_{\text{ст}}, \quad \beta = \beta_{\text{пр}} + \beta_{\text{ст}}.$$

Непосредственный расчет по формулам (6.3) коэффициентов ступенчатой ионизации и рекомбинации — достаточно сложная задача, которая связана с учетом большого числа процессов, и, главное, для ее решения необходимо знать распределение возбужденных атомов по уровням. Методы вычисления α и β приведены в разд. 6.2. Рассмотрим, следуя Томсону, простую модель, которая позволяет оценить характерную величину коэффициента тройной рекомбинации. Рекомбинирующие частицы должны сблизиться на расстояние, при котором их потенциальная энергия порядка кинетической. Это расстояние называют критическим радиусом r_T . Для электрона и иона $r_T \sim e^2/T_e$. Непременным условием тройной рекомбинации является возможность передачи энергии, выделяющейся при рекомбинации, третьей частице. Для этого последняя должна находиться в сфере радиуса порядка r_T . Вероятность этого события $n r_T^3$, где n — концентрация частиц, которым передается энергия. Скорость рекомбинации будет пропорциональна частоте передачи энергии третьей частице. Эта частота определяется величиной $\delta \langle vq \rangle$, где δ — коэффициент упругих потерь, q — сечение рассеяния электрона на третьей частице, v — относительная скорость движения электрона и третьей частицы. В ре-

зультате скорость уменьшения концентрации электронов

$$\frac{dn_e}{dt} \sim - n_e n^+ \delta \langle vq \rangle nr_T^3.$$

Сопоставляя это выражение с (6.1), получим формулу Томсона

$$\alpha \sim \delta r_T^3 \langle qv \rangle \frac{n}{n_e}. \quad (6.4)$$

Применим формулу Томсона для тройной рекомбинации: электрон—ион—электрон. В этом случае $\delta = 1$, $q \sim e^4/T_e^2$, $v \sim \sqrt{T_e/m}$. Поэтому

$$\alpha \sim e^{10}/(\sqrt{m} T_e^{9/2}).$$

При таком подходе α определяется с точностью до численного коэффициента. Значение этого коэффициента будет получено несколько позже. Удобное для оценок выражение коэффициента тройной рекомбинации α (в см⁶/с) имеет вид

$$\alpha = 5,4 \cdot 10^{-27} T_e^{-9/2}. \quad (6.5)$$

Здесь T_e выражено в эВ. При $n_e = 10^{15}$ см⁻³ и $T_e = 1$ эВ получаем $n_e \alpha = 5,4 \cdot 10^{-12}$ см³/с. Далее будет показано, что эта формула справедлива при $T_e < E_2$, где E_2 — энергия связи атома в первом возбужденном состоянии. Из (6.5) следует довольно резкая зависимость α от электронной температуры.

6.1.2. Ионизация и рекомбинация

при столкновении с тяжелыми частицами

Ионизация атома в k -м состоянии может происходить при соударении с тяжелой частицей. Во встречном процессе — рекомбинации — избыточная энергия передается тяжелой частице (того же типа). Для оценки величины коэффициента рекомбинации с участием третьей тяжелой частицы также воспользуемся формулой Томсона (6.4). В этом случае $\delta = 2m/M$ (M — масса атома), $\langle qv \rangle \sim q\sqrt{T_e/m}$, где q — транспортное сечение рассеяния электрона на атоме. Отсюда получаем

$$\alpha \sim \frac{e^6}{T_e^{6/2}} \frac{\sqrt{m}}{M} q \frac{n_a}{n_e}. \quad (6.6)$$

Сравнивая (6.4) и (6.6), приходим к выводу, что рекомбинация по схеме электрон—ион—атом может конкурировать с рекомбинацией электрон—ион—электрон, если отношение

$$\frac{n_a}{n_e} \frac{m}{M} \frac{q}{(e^2/T_e)^2} \gtrsim 1. \quad (6.7)$$

Отсюда следует, что рекомбинация электрон—ион—атом может играть роль лишь при малых степенях ионизации.

6.1.3. Пеннинговская ионизация

В смеси газов А и В очень быстрым процессом является ионизация атомов В при столкновении с возбужденными атомами A_k , если энергия возбуждения $(E_1 - E_k)_A$ превосходит энергию ионизации $E_{1В}$. Эта реакция



является беспороговой и носит название эффекта Пеннинга, если состояние A_k метастабильно. Характерные значения сечения пеннинговской ионизации $q \sim 10^{-16} \div 10^{-15} \text{ см}^2$ (см. гл. 2). Для расчета скорости ионизации (6.8) необходимо знать концентрацию возбужденных атомов $(n_k)_A$ и вероятность их ионизации при столкновении с атомами В. Если последняя величина известна, то задача фактически сводится к расчету $(n_k)_A$. Методы определения концентрации возбужденных атомов рассмотрены в гл. 5. Обратный процесс реакции (6.8) связан с рекомбинацией электрона и иона В. Энергия, выделяющаяся при этом, должна передаться атому А, чтобы перевести его из основного состояния A_1 в возбужденное A_k . Поскольку энергия возбуждения атома А $(E_1 - E_k)_A$, то этот процесс идет с порогом, равным разности $(E_1 - E_k)_A - E_{1В}$, и при низких температурах маловероятен. Более вероятно, что энергия, выделяющаяся при рекомбинации, перейдет в поступательную энергию атома А. Тогда рекомбинация по схеме (6.8) ничем не отличается от рекомбинации по схеме электрон—ион—атом, рассмотренной в подразд. 6.1.2.

6.1.4. Ассоциативная ионизация, диссоциативная рекомбинация

В элементарном акте ассоциативной ионизации в результате соударения атомов A_k и В образуется молекулярный ион $(AB)^+$ и электрон. Обратный процесс — рекомбинацию электрона с молекулярным ионом — называют диссоциативной рекомбинацией. Диссоциативная рекомбинация является парным процессом и коэффициент d_k , характеризующий ее скорость, имеет размерность $\text{см}^3/\text{с}$. Очевидно, что в предельном случае, когда диссоциативная рекомбинация преобладает над всеми другими видами рекомбинации и ударной ионизацией можно пренебречь,

$$\frac{dn_e}{dt} \sim n_e n_2^+ \alpha', \quad \alpha' = \sum_{k \geq 1} d_k, \quad (6.9)$$

где n_2^+ — концентрация молекулярных ионов. Величина α' , характеризующая скорость рекомбинации электрона со сложными ионами и электронами, может достигать значений примерно $10^{-6} \text{ см}^3/\text{с}$. Для трехчастичной рекомбинации величина $n_e \alpha$ имеет характерные значения $10^{-12} - 10^{-13} \text{ см}^3/\text{с}$ при $T_e = 1 \div 2 \text{ эВ}$ и $n_e = 10^{14} \div 10^{15} \text{ см}^3$. Поэтому в плазме, содержащей в достаточном количестве молекулярные ионы, диссоциатив-

Таблица 6.1. Экспериментальные значения коэффициента диссоциативной рекомбинации электронов и молекулярных ионов при комнатной температуре

| Молекулярный ион | $\alpha' \cdot 10^7, \text{ см}^3/\text{с}$ | Молекулярный ион | $\alpha' \cdot 10^7, \text{ см}^3/\text{с}$ |
|------------------|---|------------------|---|
| H_2^+ | 0,3 | Xe_2^+ | 14 |
| He_2^+ | 0,07 | Cs_2^+ | 3,5—14,5 |
| Ne_2^+ | 1,7 | O_2^+ | 2,1 |
| Ar_2^+ | 6,5 | N_2^+ | 1,9 |
| Kr_2^+ | 12 | | |

Примечание. Коэффициент α' для Cs_2^+ приведен при $T = 1400 \text{ К}$.

ная рекомбинация является процессом, в значительной мере определяющим число заряженных частиц. Видно также, что при диссоциативной рекомбинации избыток энергии переходит на возбуждение внутренних степеней свободы образующихся нейтральных частиц. Это приводит к тому, что диссоциативная рекомбинация может служить мощным источником образования возбужденных атомов.

В табл. 6.1 приведены значения коэффициента диссоциативной рекомбинации электронов и молекулярных ионов при комнатной температуре. Эта таблица с некоторыми сокращениями заимствована из монографии [3], где имеется полная библиография.

Для оценки величины коэффициента диссоциативной рекомбинации напомним основную схему этого процесса. Согласно основным представлениям о механизме диссоциативной рекомбинации (см. гл. 2) скорость ее зависит от соотношения времени автоионизационного распада уровня и времени разлета ядер на расстояние, превышающее R_0 (R_0 — расстояние, при котором потенциальная кривая нестабильной молекулы $A_k + B$ пересекает потенциальную кривую молекулярного иона AB^+). Рекомбинация произойдет, если время автоионизационного распада больше времени разлета. Число актов рекомбинации пропорционально произведению вероятности нахождения электрона и иона AB^+ в автоионизационном состоянии на частоту перехода из автоионизационного состояния в связанное. Последняя пропорциональна τ^{-1} (τ — время разлета ядер на расстояние, превышающее R_0).

Вероятность нахождения системы в автоионизационном состоянии при наличии относительного равновесия при T_e определяется величиной

$$g_a \exp(-E_a/T_e)/g_e,$$

где g_a — статистический вес автоионизационного состояния, E_a — энергия возбуждения автоионизационного состояния, отсчитан-

ная от континуума, $g_e = \frac{2\Sigma_i (2\pi m T_e)^{3/2}}{n_i h^3}$ — статистический вес электронного континуума. Поэтому

$$\alpha' \sim \frac{g_a}{2\Sigma_i} \frac{\exp(-E_a/T_e) h^3}{(2\pi m T_e)^{3/2}} \frac{1}{\tau}. \quad (6.10)$$

По порядку величины $\tau \sim a_0/\sqrt{T/M}$, где a_0 — расстояние порядка атомных размеров, $\sqrt{T/M}$ — относительная скорость движения ядер. С учетом этого

$$\begin{aligned} \alpha' &\sim \frac{g_a}{2\Sigma_i} \frac{\exp(-E_a/T_e) h^3}{(2\pi m T_e)^{3/2} a_0} \sqrt{\frac{T}{M}} \sim \\ &\sim 10^{-4} \frac{g_a \exp(-E_a/T_e)}{2\Sigma_i} \left(\frac{300}{T_e}\right) \sqrt{\frac{T}{T_e}} \sqrt{\frac{m}{M}}. \end{aligned} \quad (6.11)$$

Температура T_e измеряется в К, а α' в см³/с.

Сопоставим скорости изменения концентрации электронов за счет диссоциативной рекомбинации $n_e n_2^+ \alpha'$, где α' определяется формулой (6.11), и тройной — $n_e^2 n^+ \alpha$, где α определяется (6.5). Из такого сопоставления можно получить, что диссоциативная рекомбинация будет преобладать, если

$$n_2^+ > n_e n^+ \cdot 10^{-19} \frac{2\Sigma_i \exp(E_a/T_e)}{g_a T T_e^3} \sqrt{\frac{M}{m_p}},$$

где температуры T и T_e в эВ, m_p — масса протона. Данные о коэффициентах ассоциативной ионизации с отдельных уровней приведены в гл. 2.

6.1.5. Радиационная рекомбинация

Этот процесс инициируется взаимодействием атома с электромагнитным полем. Радиационная рекомбинация — парный процесс, и ее вероятность характеризуется величиной A_{ek} , имеющей размерность см³/с. В предельном случае разреженной плазмы, когда рекомбинация определяется только радиационными процессами, коэффициент рекомбинации

$$\alpha' = \sum_{k>1} A_{ek}. \quad (6.12)$$

Проведем простую оценку величины A_{ek} .

Для того чтобы радиационная рекомбинация произошла, необходимо, чтобы электрон и ион сблизилась на расстояние порядка атомных размеров a_0 . Их относительная скорость при этом также имеет характерное атомное значение e^2/\hbar . Поэтому вероятность радиационной рекомбинации примерно $\langle qv \rangle \sim a_0^2 e^2/\hbar$. Эту величину нужно умножить на безразмерный фактор $(e^2/\hbar c)^3 = (1/137)^3$, характеризующий вероятность испускания фотона.

В результате

$$A_{ek} = \frac{1}{(137)^3} a_0^2 \frac{e^2}{\hbar}. \quad (6.13)$$

Оценка по этой формуле дает $A_{ek} \sim 3 \cdot 10^{-15}$ см³/с. При более детальном расчете (см. гл. 2)

$$A_{ek} \sim \frac{1}{k} \frac{1}{\sqrt{T_e}},$$

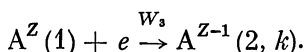
где k — квантовое число уровня, на который рекомбинирует электрон. Как видно, зависимость A_{ek} от k и T_e довольно слабая. Коэффициент рекомбинации, определяемый формулой (6.12) суммированием вклада различных A_{ek} , еще более слабо зависит от температуры. При низких температурах $\alpha' \sim 10^{-12}$ см³/с, с ростом температуры α' достигает значений 10^{-13} см³/с. Принимая характерное значение $\alpha' = 3 \cdot 10^{-13}$ см³/с и сопоставляя величину α' с коэффициентом тройной рекомбинации (6.5), находим, что радиационная рекомбинация начинает играть роль, если выполняется неравенство

$$\frac{10^{14} T_e^{3/2}}{n_e} > 1.$$

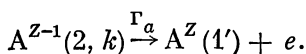
Здесь T_e выражено в эВ, n_e — в см⁻³.

6.1.6. Диэлектронная рекомбинация

Диэлектронная рекомбинация происходит при столкновении многоэлектронного иона заряда Z с электроном. Как и радиационная, она является парной, но протекает в несколько этапов. На первом этапе с вероятностью W_3 электрон захватывается ионом с одновременным возбуждением иона



В этой реакции ион с зарядом Z и энергией E_1 в основном состоянии сталкивается с электроном. В результате столкновения исходный ион возбуждается и переходит в состояние с энергией E_2 . Возбужденный ион с электроном образует связанное состояние с зарядом $Z - 1$ и энергией связи E_k (энергия отсчитывается от границы ионизационного континуума системы возбужденный ион — электрон. Эта граница смещена относительно границы системы ион в основном состоянии — электрон на величину $E_1 - E_2 = \Delta E$). Связанное состояние, если $E_k < \Delta E$, находится в ионизационном континууме системы ион в основном состоянии — электрон и является автоионизационным. Это значит, что оно может с вероятностью Γ_a распасться на электрон и исходный ион в состоянии E' (E' не обязательно совпадает с E_1)

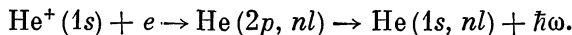


Возможен также и радиационный распад этого автоионизационного состояния с вероятностью A_{21} и излучением кванта энергии $\hbar\omega$

$$A^{Z-1}(2, k) \xrightarrow{A_{21}} A^{Z-1}(1, k') + \hbar\omega.$$

Этот распад совершается за счет радиационного перехода электрона в ионе A^Z из состояния 2 в состояние 1. Квантовое число k' соответствует энергии связи $E_{k'}$ электрона в системе ион в основном состоянии—электрон. Захват электрона на автоионизационный уровень и радиационный распад последнего, собственно, приводят к диэлектронной рекомбинации.

Примером может служить реакция



В этой реакции ион $\text{He}^+(1s)$ в основном состоянии сталкивается с электроном. Происходит захват электрона на автоионизационный уровень атома гелия, у которого возбуждены оба электрона: один находится в $2p$ -состоянии, другой — nl ($l = s, p, d$). Это автоионизационное состояние распадается в результате перехода электрона из состояния $2p$ в $1s$ и излучения кванта энергии $\hbar\omega$.

Оценим величину коэффициента диэлектронной рекомбинации. Очевидно, что он

$$\alpha'_d \sim W_3 \frac{A_{21}}{A_{21} + \Gamma_a}. \quad (6.14)$$

В широком диапазоне условий выполняется неравенство $\Gamma_a \gg \gg A_{21}$, при автоионизационном распаде $A^{Z-1}(2, k)$ образуется ион в исходном состоянии $E' = E_1$. Поскольку радиационный распад происходит редко, концентрации участников реакций захвата и автоионизационного распада находятся в относительном равновесии при T_e и связаны с W_3 и Γ_a принципом детального равновесия $n_e n_Z(1) W_3 = n_{Z-1}(2, k) \Gamma_a$.

Отсюда следует

$$\frac{W_3}{\Gamma_a} \sim \frac{g_Z(2)}{g_Z(1)} \frac{h^3}{2(2\pi m T_e)^{3/2}} \exp\left[-\frac{\Delta E - E_k}{T_e}\right], \quad (6.15)$$

где $g_Z(1)$, $g_Z(2)$ — статистические веса иона в основном и возбужденном состояниях. Вероятность радиационного распада A_{21} выразим через соответствующую силу осциллятора f_{12}

$$A_{21} = \frac{1}{(137)^3} \frac{Ry}{\hbar} \left(\frac{\Delta E}{Ry}\right)^2 f_{12} \frac{g_Z(1)}{g_Z(2)}. \quad (6.15a)$$

Подставляя (6.15) и (6.15a) в (6.14), получим

$$\alpha'_d \sim \frac{1}{(137)^3} a_0^2 \frac{e^2}{Ry} \left(\frac{\Delta E}{Ry}\right)^2 f_{12} \left(\frac{Ry}{T_e}\right)^{3/2} e^{-\frac{\Delta E}{T_e}} B_d.$$

Безразмерная функция B_d слабо зависит от температуры T_e и сорта иона. Более строгий расчет α'_d (подробнее см. [6]) также при-

водит к этой формуле, но с несколько отличным видом функции B_d .

В результате диэлектронной рекомбинации образуются ионы в различных возбужденных состояниях. Отметим [6] что все переходы на состояния k' , лежащие в диапазоне $k_1 < k' < k_s$, вносят примерно одинаковый вклад в α_d . Квантовое число $k_1 = \sqrt{Z^2 R_y / \Delta E}$ определяет наимизший уровень $A^{Z-1}(2, k)$, на который возможен захват электрона. Величина k_s определяется из соотношения

$$(k_s/k)^3 = \Gamma_a / A_{21} \gg 1.$$

Поэтому, если $k_1 \gg 1$, а $k_s \gg k_1$, основной вклад в α_d вносят переходы на высоковозбужденные состояния.

Сопоставим коэффициент радиационной рекомбинации на какой-либо возбужденный уровень k (A_{ek}) с коэффициентом диэлектронной рекомбинации. Используя для A_{ek} формулу Крамерса (см. (2.80)), нетрудно получить при $E_k / T_e \ll 1$

$$\frac{\alpha_d}{A_{ek}} \sim f_{12} \left(\frac{\Delta E}{R_y} \right)^2 \exp(-\Delta E / T_e) k^3.$$

Видно, что с ростом k это отношение может стать большим, поэтому в разреженной плазме, когда в кинетике заселения преобладают радиационные процессы, диэлектронная рекомбинация является важным механизмом заселения высоковозбужденных состояний. Следует отметить, что для этих состояний резко возрастают вероятности переходов, вызываемых столкновениями с электронами. Поэтому для того, чтобы диэлектронная рекомбинация доминировала над электронными процессами, необходимы еще меньшие концентрации электронов, чем в случае радиационной. Практически это $n_e \lesssim 10^8 \div 10^9 \text{ см}^{-3}$.

6.1.7. Рекомбинация положительных и отрицательных ионов

В плазме носителем отрицательного заряда которой являются отрицательные ионы, исчезновение заряженных частиц происходит за счет рекомбинации положительных и отрицательных ионов. Различают парную и тройную рекомбинацию ионов.

Коэффициент парной рекомбинации ионов имеет порядок $10^{-7} \text{ см}^3/\text{с}$ и измерен для многих пар ионов (см. подробнее [3]). При теоретическом анализе процесса парной рекомбинации ионов рассматривается подбарьерный переход валентного электрона отрицательного иона в поле положительного иона. Исходя из этого, можно получить следующую формулу для коэффициента парной рекомбинации ионов [3]:

$$\alpha' = \frac{\hbar^2}{m} \frac{a}{\sqrt{T\mu}},$$

где T — температура газа, μ — приведенная масса ионов, a — ко-

эффицент, зависящий от сорта сталкивающихся частиц. Парная рекомбинация ионов происходит при малых плотностях газа и играет большую роль, например, в физике процессов, происходящих в верхних слоях атмосферы.

При больших плотностях газа рекомбинация ионов становится тройной. Происходит столкновение иона и нейтральной частицы в поле другого иона. В результате этого столкновения ион отдает нейтральной частице часть энергии и оказывается связанным с ионом другого знака. Для оценки коэффициента тройной рекомбинации ионов можно воспользоваться формулой Томсона (6.4), считая $\delta = 1$. Поскольку нейтральная частица может рассеиваться как на положительном, так и на отрицательном ионе, то окончательно коэффициент тройной рекомбинации ионов

$$\alpha' \sim (e^2/T)^3 v (q_+ + q_-),$$

где q_+ , q_- — сечения рассеяния положительных и отрицательных ионов на атомах газа, v — средняя относительная скорость соударения. Характерные значения коэффициента тройной рекомбинации для ионов при комнатных температурах составляют несколько единиц на 10^{-26} см⁶/с.

Если тройная ион-ионная рекомбинация происходит в собственном газе, то обмен энергией между сталкивающимися ионом и атомом определяется процессом резонансной перезарядки. В этом случае [3]

$$\alpha' \sim \left(\frac{e^2}{T}\right)^3 v q_p,$$

где q_p — сечение резонансной перезарядки.

Перейдем к детальному изучению кинетики ионизации и рекомбинации.

6.2. Основные уравнения кинетики ионизации и рекомбинации и результаты их численного решения

6.2.1. Определение коэффициентов ионизации и рекомбинации

Рассмотрим неравновесную плазму с концентрацией тяжелых частиц n_a и температурой их поступательного движения T , с концентрацией электронов n_e , ионов n^+ . Среднюю энергию электронов $\bar{\epsilon} = 3T_e/2$ считаем известной величиной. В начальный момент времени известны концентрация электронов $n_e(0)$ и атомов в основном и в различных возбужденных состояниях $n_k(0)$. Известны также из баланса энергии электронов и тяжелых частиц температуры T_e и T в каждый момент времени. Требуется найти изменение концентрации электронов во времени. Уравнение для скорости изменения концентрации электронов запишем, используя

обозначение гл. 5:

$$\frac{dn_e}{dt} = \sum_{k, q} (n_k w_{ke}^q - n_e n^+ w_{ek}^q) + F_e - n_e G_e. \quad (6.16)$$

Сумма по k включает все дискретные состояния рассматриваемого атома, q обозначает тип элементарного процесса, F_e — источник электронов за счет процессов, не входящих в сумму по q , G_e описывает уменьшение числа электронов в данном элементе объема за счет процессов, не включенных в сумму по q . Источники F_e и G_e не зависят от населенностей возбужденных состояний и n_e (см. разд. 5.2). В качестве примера процессов типа G_e можно отметить уход электронов из данного элемента объема за счет пространственной диффузии. Источник F_e может быть обусловлен, например, ионизацией атомов примеси. Вообще выделение источников F_e и G_e условное и может меняться в зависимости от постановки задачи.

Уравнение (6.16) содержит в качестве неизвестных величин населенности n_k . Для их определения необходимо решить систему кинетических уравнений баланса атомов в различных состояниях (5.12). В квазистационарном приближении система (5.12) является алгебраической. Если ее решение подставить в уравнение (6.16), то его можно переписать в виде

$$\frac{dn_e}{dt} = n_1 n_e \beta - n_e^2 n^+ \alpha + F_e - n_e G_e, \quad (6.17)$$

где традиционным образом введены коэффициенты β и α .

Заметим, что введенные в уравнение (6.17) α и β не связаны соотношением детального баланса, подобно коэффициентам ионизации и рекомбинации, описывающим элементарный акт ионизации и рекомбинации. Коэффициенты α и β зависят от совокупности элементарных процессов, где каждый прямой процесс связан с обратным своей константой равновесия, зависящей от температуры, с которой этот процесс протекает. В неравновесной плазме столкновения различных типов характеризуются различными температурами. Все это приводит к тому, что соотношение между α и β , которое получим несколько ниже, имеет не термодинамический, а кинетический характер. Это означает, что оно зависит от отношения вероятностей элементарных процессов.

Наряду с уравнением (6.17) весьма полезным является уравнение, выражающее изменение концентрации электронов через поток в пространстве энергии. Концентрация электронов определяется суммарным числом переходов через сечение энергетической оси, проведенное вблизи границы ионизации:

$$j_e = \sum_{k, q} (n_k w_{ke}^q - n_e^2 n^+ w_{ek}^q). \quad (6.18)$$

Тогда

$$\frac{dn_e}{dt} = j_e + F_e - n_e G_e. \quad (6.19)$$

В квазистационарном приближении, когда отсутствуют внешние источники возбужденных атомов (см. разд. 5.2), поток j в любом сечении энергетической оси равен j_e . Сопоставляя (6.18), (6.19) с (6.17), нетрудно установить, что

$$j_e = n_1 n_e \beta - n_e^2 n^+ \alpha. \quad (6.20)$$

Соотношение (6.20) дает связь между потоком j_e и коэффициентами ионизации и рекомбинации. Пусть G_e и F_e равны нулю, тогда знак потока j определяет знак производной dn_e/dt . В режиме ионизации $dn_e/dt > 0$, $j > 0$, $n_1 n_e \beta > n_e^2 n^+ \alpha$, в режиме рекомбинации $dn_e/dt < 0$, $j < 0$, $n_e^2 n^+ \alpha > n_1 n_e \beta$. Равенство потока j нулю возможно при $n_1 n_e \beta = n_e^2 n^+ \alpha$. Но такое условие далеко не всегда означает, что имеет место равновесие, поскольку ионизация и рекомбинация, возбуждение и девозбуждение уровней могут осуществляться различными элементарными процессами.

6.2.2. Результаты численного определения коэффициентов ионизации и рекомбинации

Задача о нахождении значений β и α путем решения кинетической системы уравнений баланса численными методами включает в себя и определение населенностей возбужденных состояний. По существу, решается единая задача о распределении населенностей, коэффициентах ионизации и рекомбинации. Потому многое из того, что сказано в гл. 5 по вопросу определения населенностей численными методами, относится и к вычислению коэффициентов ионизации и рекомбинации.

Основные допущения, используемые при решении, состоят в следующем. Считаются заданными n_1 , n_e , n^+ , электроны имеют максвелловское распределение по энергиям с температурой T_e . Рассматриваются столкновительные процессы с электронами и радиационные процессы. Расчеты проводятся при различных предположениях относительно характера реабсорбции радиационных переходов. Моделируются условия от полной оптической прозрачности всех компонент радиационного спектра до их полной реабсорбции. Такая постановка задачи была сформулирована Бейтсом с сотр. [7] и затем получила развитие в работах других авторов.

В табл. 6.2 представлены α и β для водородной плазмы, полученные в работе Хиннова и Джонсона [8]. При $n_e \rightarrow 0$ рекомбинация становится чисто радиационной ($\alpha n_e \rightarrow \alpha'$, $\alpha' = \sum_{k \geq 1} A_{ek}$)

(см. (6.13)). Коэффициенты ионизации и рекомбинации для водородной плазмы вычислялись также в [9, 10], где в отличие от [8] использовались несколько иные значения вероятностей столкновительных переходов.

В табл. 6.3 приведены для сравнения α и β . Как видно, различия в значениях α и β не превосходят двух раз. Коэффициенты определяются сечениями многих элементарных процессов. В ре-

Таблица 6.2. Значения коэффициентов β и $n_e \alpha$ ($\text{см}^3/\text{с}$) для водородной плазмы [8]

| Коэффици- циент | $n_e, \text{см}^{-3}$ | | | | | | | | | | | |
|---------------------------------|-----------------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|----------------------|
| | $\rightarrow 0$ | 10^9 | 10^{10} | 10^{11} | 10^{12} | 10^{13} | 10^{14} | 10^{15} | 10^{16} | 10^{17} | 10^{18} | $\rightarrow \infty$ |
| β | $1, 2^{-26}$ | $1, 6^{-26}$ | $2, 1^{-26}$ | $3, 2^{-26}$ | $6, 5^{-25}$ | $2, 1^{-25}$ | $1, 3^{-24}$ | $1, 4^{-23}$ | $1, 2^{-22}$ | $4, 0^{-22}$ | — | $5, 4^{-22}$ |
| | $1, 1^{-24}$ | $1, 5^{-24}$ | $1, 9^{-24}$ | $3, 3^{-24}$ | $9, 0^{-24}$ | $5, 5^{-23}$ | $2, 9^{-22}$ | $5, 0^{-22}$ | $5, 4^{-22}$ | $5, 4^{-22}$ | — | $5, 4^{-12}$ |
| $n_e \alpha$ | $7, 9^{-13}$ | $1, 0^{-12}$ | $1, 2^{-12}$ | $1, 7^{-12}$ | $2, 9^{-12}$ | $7, 1^{-12}$ | $2, 7^{-11}$ | $1, 6^{-10}$ | $1, 4^{-9}$ | $1, 3^{-8}$ | — | $1, 3^{-25} n_e$ |
| | $7, 9^{-13}$ | $9, 4^{-13}$ | $1, 1^{-12}$ | $1, 4^{-12}$ | $2, 4^{-12}$ | $5, 6^{-12}$ | $2, 2^{-11}$ | $1, 4^{-10}$ | $1, 3^{-9}$ | $1, 3^{-8}$ | — | $1, 3^{-25} n_e$ |
| $T_e = 8 \cdot 10^3 \text{ K}$ | | | | | | | | | | | | |
| β | $7, 5^{-18}$ | — | $1, 0^{-17}$ | $1, 3^{-17}$ | $2, 0^{-17}$ | $4, 3^{-17}$ | $1, 5^{-16}$ | $9, 4^{-16}$ | $5, 0^{-15}$ | $9, 5^{-15}$ | $1, 0^{-14}$ | $1, 1^{-14}$ |
| | $7, 3^{-16}$ | — | $1, 0^{-15}$ | $1, 4^{-15}$ | $2, 6^{-15}$ | $6, 3^{-15}$ | $9, 8^{-15}$ | $1, 0^{-14}$ | $1, 1^{-14}$ | $1, 1^{-14}$ | $1, 1^{-14}$ | $1, 1^{-14}$ |
| $n_e \alpha$ | — | $4, 9^{-13}$ | $6, 1^{-13}$ | $7, 3^{-13}$ | $1, 0^{-12}$ | $1, 7^{-12}$ | $3, 9^{-12}$ | $1, 4^{-11}$ | $7, 1^{-11}$ | $3, 2^{-10}$ | $2, 4^{-9}$ | $2, 3^{-27} n_e$ |
| | — | $4, 7^{-13}$ | $5, 4^{-13}$ | $6, 0^{-13}$ | $7, 0^{-13}$ | $7, 6^{-13}$ | $9, 1^{-13}$ | $3, 0^{-12}$ | $2, 4^{-11}$ | $2, 3^{-10}$ | $2, 3^{-9}$ | $2, 3^{-27} n_e$ |
| $T_e = 16 \cdot 10^3 \text{ K}$ | | | | | | | | | | | | |
| β | $2, 6^{-13}$ | — | $3, 0^{-13}$ | $3, 4^{-13}$ | $4, 4^{-13}$ | $7, 1^{-13}$ | $1, 7^{-12}$ | $6, 1^{-12}$ | $1, 5^{-11}$ | $1, 8^{-11}$ | $1, 9^{-11}$ | $1, 9^{-11}$ |
| | $1, 2^{-11}$ | — | $1, 3^{-11}$ | $1, 4^{-11}$ | $1, 6^{-11}$ | $1, 8^{-11}$ | $1, 9^{-11}$ | $1, 9^{-11}$ | $1, 9^{-11}$ | $1, 9^{-11}$ | $1, 9^{-11}$ | $1, 9^{-11}$ |
| $n_e \alpha$ | $3, 0^{-13}$ | $3, 3^{-13}$ | $3, 6^{-13}$ | $4, 3^{-13}$ | $5, 7^{-13}$ | $9, 2^{-13}$ | $2, 0^{-12}$ | $4, 8^{-12}$ | $1, 2^{-11}$ | $8, 0^{-11}$ | $8, 0^{-11}$ | $7, 5^{-29} n_e$ |
| | $2, 0^{-13}$ | $1, 9^{-13}$ | $1, 9^{-13}$ | $1, 7^{-13}$ | $1, 5^{-13}$ | $1, 5^{-13}$ | $2, 2^{-13}$ | $8, 9^{-13}$ | $7, 7^{-12}$ | $7, 8^{-11}$ | $7, 5^{-11}$ | $7, 5^{-29} n_e$ |

Таблица 6.2 (окончание)

| Кoeffициент | $n_e, \text{ см}^{-3}$ | | | | | | | | | | 10^{18} | 10^{17} | 10^{16} | 10^{15} | 10^{14} | 10^{13} | 10^{12} | 10^{11} | 10^{10} | 10^9 | 10^8 | $\rightarrow \infty$ | | |
|--------------|------------------------|--------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|--------|--------|----------------------|--------|--------|
| | $\rightarrow 0$ | 10^9 | 10^{10} | 10^{11} | 10^{12} | 10^{13} | 10^{14} | 10^{15} | 10^{16} | 10^{17} | | | | | | | | | | | | | | |
| β | — | 6,2-11 | 6,7-11 | 7,3-11 | 8,6-11 | 1,1-10 | 2,0-10 | 4,9-10 | 7,6-10 | 8,2-10 | 8,2-10 | 8,2-10 | 8,2-10 | 8,2-10 | 8,2-10 | 8,2-10 | 8,2-10 | 8,2-10 | 8,2-10 | 8,2-10 | 8,2-10 | 8,2-10 | 8,2-10 | 8,2-10 |
| $n_e \alpha$ | 7,5-10 | — | 7,6-10 | 7,7-10 | 7,9-10 | 8,1-10 | 8,2-10 | 8,2-10 | 8,2-10 | 8,2-10 | 8,2-10 | 8,2-10 | 8,2-10 | 8,2-10 | 8,2-10 | 8,2-10 | 8,2-10 | 8,2-10 | 8,2-10 | 8,2-10 | 8,2-10 | 8,2-10 | 8,2-10 | 8,2-10 |
| β | — | 1,8-13 | 1,8-13 | 1,9-13 | 2,1-13 | 2,4-13 | 3,1-13 | 4,8-13 | 7,0-13 | 1,5-12 | 1,5-12 | 1,5-12 | 1,5-12 | 1,5-12 | 1,5-12 | 1,5-12 | 1,5-12 | 1,5-12 | 1,5-12 | 1,5-12 | 1,5-12 | 1,5-12 | 1,5-12 | 1,5-12 |
| $n_e \alpha$ | — | 9,3-14 | 9,2-14 | 9,1-11 | 8,8-11 | 8,6-11 | — | 9,3-14 | 1,7-13 | 9,2-13 | 9,2-13 | 9,2-13 | 9,2-13 | 9,2-13 | 9,2-13 | 9,2-13 | 9,2-13 | 9,2-13 | 9,2-13 | 9,2-13 | 9,2-13 | 9,2-13 | 9,2-13 | 9,2-13 |
| β | 1,3-9 | — | 1,3-9 | 1,4-9 | 1,5-9 | 1,9-9 | 2,7-9 | 5,0-9 | 6,4-9 | 6,6-9 | 6,6-9 | 6,6-9 | 6,6-9 | 6,6-9 | 6,6-9 | 6,6-9 | 6,6-9 | 6,6-9 | 6,6-9 | 6,6-9 | 6,6-9 | 6,6-9 | 6,6-9 | 6,6-9 |
| $n_e \alpha$ | 6,4-9 | — | 6,4-9 | 6,4-9 | 6,5-9 | 6,6-9 | 6,6-9 | 6,6-9 | 6,6-9 | 6,6-9 | 6,6-9 | 6,6-9 | 6,6-9 | 6,6-9 | 6,6-9 | 6,6-9 | 6,6-9 | 6,6-9 | 6,6-9 | 6,6-9 | 6,6-9 | 6,6-9 | 6,6-9 | 6,6-9 |
| β | — | 1,0-13 | 1,0-13 | 1,0-13 | 1,1-13 | 1,2-13 | 1,3-13 | 1,6-13 | 1,9-13 | 3,7-13 | 3,7-13 | 3,7-13 | 3,7-13 | 3,7-13 | 3,7-13 | 3,7-13 | 3,7-13 | 3,7-13 | 3,7-13 | 3,7-13 | 3,7-13 | 3,7-13 | 3,7-13 | 3,7-13 |
| $n_e \alpha$ | — | 5,5-11 | 5,5-11 | 5,5-11 | 5,4-11 | 5,4-11 | 5,4-11 | 5,6-11 | 7,4-11 | 2,5-13 | 2,5-13 | 2,5-13 | 2,5-13 | 2,5-13 | 2,5-13 | 2,5-13 | 2,5-13 | 2,5-13 | 2,5-13 | 2,5-13 | 2,5-13 | 2,5-13 | 2,5-13 | 2,5-13 |

$T_e = 3,2 \cdot 10^4 \text{ K}$

$T_e = 6,4 \cdot 10^4 \text{ K}$

Примечание. Значения β и $n_e \alpha$ в верхней строке соответствуют оптически прозрачной плазме, в нижней — плазме, полностью непрозрачной для линий лаймановской серии.

Таблица 6.3. Значения коэффициентов $n_e \alpha$ и β ($\text{см}^3/\text{с}$) для оптически тонкой водородной плазмы по данным разных работ

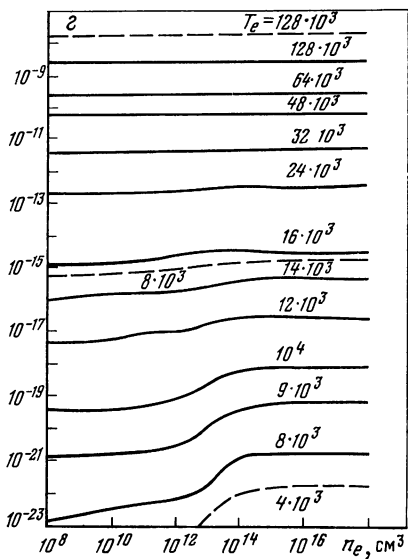
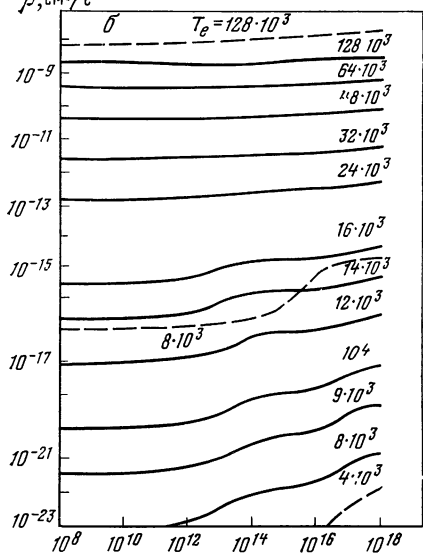
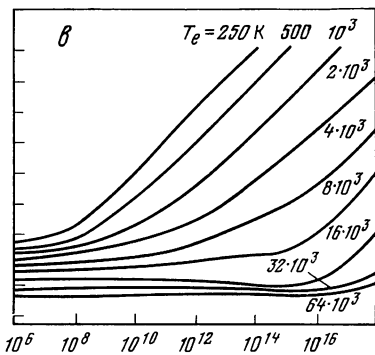
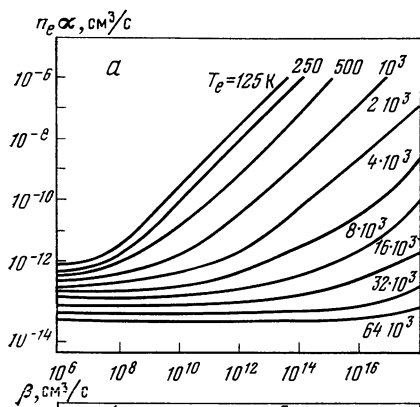
| Условия | Коэффициент | [8] | [9] | [10] |
|--|--------------|----------------|----------------|----------------|
| $n_e = 10^{14} \text{ см}^{-3}$, $T_e = 4 \cdot 10^3 \text{ К}$ | αn_e | $2,7 \cdot 11$ | $6,5 \cdot 11$ | $4,8 \cdot 11$ |
| | β | $1,3 \cdot 24$ | $2,4 \cdot 24$ | $2,4 \cdot 24$ |
| $n_e = 10^{15} \text{ см}^3$, $T_e = 4 \cdot 10^3 \text{ К}$ | αn_e | $1,6 \cdot 10$ | $3,1 \cdot 10$ | $2,6 \cdot 10$ |
| | β | $1,4 \cdot 23$ | $2,0 \cdot 23$ | $1,8 \cdot 23$ |
| $n_e = 10^{12} \text{ см}^3$, $T_e = 256 \cdot 10^3 \text{ К}$ | αn_e | $3,0 \cdot 14$ | $3,2 \cdot 14$ | $2,7 \cdot 14$ |
| | β | $1,9 \cdot 8$ | $2,0 \cdot 8$ | $1,9 \cdot 8$ |
| $n_e = 10^{13} \text{ см}^{-3}$, $T_e = 5 \cdot 10^5 \text{ К}$ | αn_e | $1,5 \cdot 14$ | — | $1,4 \cdot 14$ |
| | β | $6,8 \cdot 8$ | — | $3,3 \cdot 8$ |

зультате они не столь чувствительны к выбору отдельных сечений. Этот факт подтверждается сравнением значений α и β (см. табл. 6.2).

Метод расчета коэффициентов ионизации и рекомбинации для водорода, развитый, начиная с работы Бейтса и др. [7], в последующих работах был распространен на другие химические элементы. В [11] рассчитаны α и β для гелиевой плазмы.

На рис. 6.1, а, в, д представлены коэффициенты ударно-радиационной рекомбинации. Рис. 6.1, а получен в случае оптически прозрачной плазмы для всех радиационных переходов. На рис. 6.1, в представлены α на случай, когда плазма полностью непрозрачна для всех линий резонансной серии, на рис. 6.1, д даны значения α для плазмы, полностью непрозрачной для всех линий резонансной серии и радиационных переходов из континуума в основное состояние, переходы $2^1P - 2^1S_0$ и $2^3P - 2^3S$ реабсорбированы на 95%, т. е. для них учитывающий реабсорбцию фактор $\theta = 0,05$ (см. гл. 3), переходы $2^1S_0 - 3^1P$ и $2^3S_1 - 3^3P$ реабсорбированы на 75%, для них $\theta = 0,25$. Для всех остальных радиационных переходов плазма полагалась оптически прозрачной. В зависимости от характера реабсорбции эффективные вероятности радиационных процессов меняются радикальным образом. Из сопоставления рис. 6.1, а, в, д следует, что это не столь радикально сказывается на величинах α . Это объясняется более существенной ролью рекомбинации на высоковозбужденные состояния, населенности которых поддерживаются столкновительными процессами.

На рис. 6.1, д для отдельных температур нанесены значения α для водорода. При малых n_e и больших T_e величина $\alpha' = n_e \alpha$ не зависит от n_e . Это означает, что рекомбинация является чисто радиационной. С ростом n_e становится справедливым условие $\alpha n_e \sim n_e$, т. е. α перестает зависеть от n_e и соответствует чисто столкновительной рекомбинации. При сильной реабсорбции чисто столкновительный режим смещается в сторону меньших



n_e и выход к пределу радиационной рекомбинации происходит позже (см. рис. 6.1, δ).

На рис. 6.1, β , γ , δ представлена зависимость коэффициента ударно-радиационной ионизации для гелиевой плазмы. Условия реабсорбции рис. 6.2, β , γ , δ соответствуют условиям реабсорбции рис. 6.1, α , β , δ . Обращает на себя внимание слабая зависимость β от n_e при высоких температурах.

Зависимость β от температуры носит экспоненциальный характер. При высоких температурах линии $\beta(n_e)$ (рис. 6.1, β , γ , δ) сгущаются, что объясняется ростом экспоненциального фактора $\exp[-(E_1 - E_2)/T_e]$, от которого зависит коэффициент ионизации (см. далее (6.40)).

Для того чтобы подчеркнуть различия в коэффициентах ионизации гелия и водорода, штрихами нанесены водородные значения β для трех различных температур (см. рис. 6.1). Для водорода β

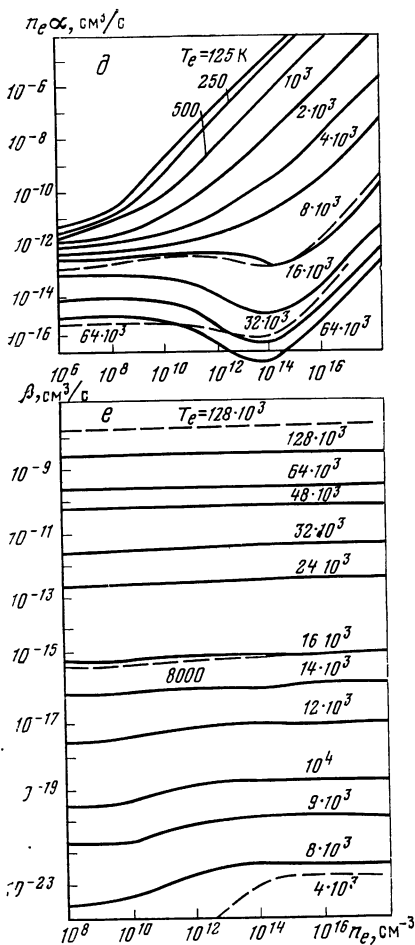


Рис. 6.1. Коэффициенты ударно-радиационной рекомбинации (a , e , δ) и ионизации (b , z , e) для гелиевой плазмы [41]

a , b — оптически тонкий слой, e , z — плазма непрозрачна для линий резонансной серии, δ , e — плазма непрозрачна для линии резонансной серии и резонансного континуума (для переходов $2^1S_0 - 2^1P$, $2^3S_0 - 2^3P$ — фактор $\theta = 0,05$, для переходов $2^1S_0 - 3^1P$, $2^3S_0 - 3^3P$ — $\theta = 0,25$, для всех остальных радиационных переходов плазма оптически прозрачна). Штрихи — водородная плазма

намного выше, чем для гелия. Это связано со значительно большими величинами энергий возбуждения и ионизации атома гелия по сравнению с водородом.

В [12] рассчитывались коэффициенты ударно-радиационной ионизации и рекомбинации для азотной плазмы в области $T_e < 2 \cdot 10^4$ K и $n_e < 10^{18}$ см $^{-3}$. Особенностью атома азота является наличие расположенных близко к основному уровню $2p^3\ ^4S^0$ двух уровней — $2p^3\ ^2D^0$ и $2p^3\ ^2P^0$. Для каждого из этих трех уровней записывалось нестационарное кинетическое уравнение. Результирующие коэффициенты ионизации и рекомбинации являются

сложными функциями n_e , T_e и населенностей трех первых уровней атома. Задача резко упрощается, если населенности трех нижних уровней связаны соотношением Больцмана с электронной температурой. Для этого случая на рис. 6.2, a , b нанесены значения β и α в зависимости от T_e при различных значениях n_e для оптически тонкого слоя. С увеличением T_e от $4 \cdot 10^3$ до $20 \cdot 10^3$ K значение β возрастает на 12—15 порядков (см. рис. 6.2, a). При увеличении n_e от 10^8 до $5 \cdot 10^{18}$ см $^{-3}$ β увеличивается на 2—4 порядка. Наиболее существенно n_e влияет на β в области $10^{12} < n_e < 10^{16}$ см $^{-3}$. В диапазонах $10^8 < n_e < 10^{12}$ см $^{-3}$ и $10^{16} < n_e < 10^{18}$ см $^{-3}$ β — функция только температуры электронов.

Коэффициент α (см. рис. 6.2, b) в области $10^8 < n_e < 10^{12}$ см $^{-3}$ уменьшается пропорционально $1/n_e$, т. е. рекомбинация преимущественно радиационная. В области $n_e < 10^{13}$ см $^{-3}$ линии $\alpha(T_e)$ начинают сгущаться и при больших n_e выходят на асимптотику $\alpha(T_e)$, определяемую только столкновительными процессами.

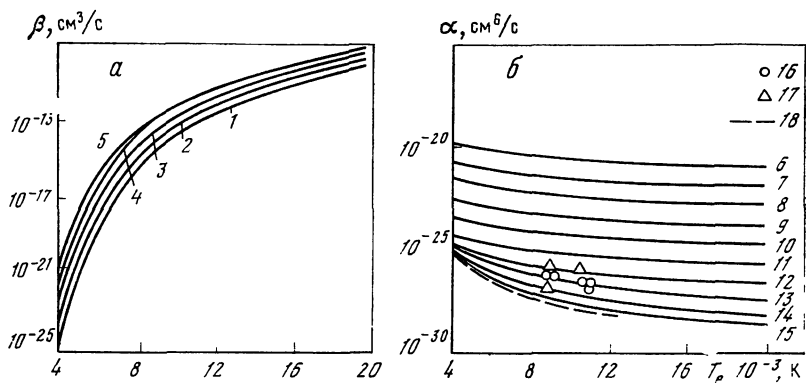


Рис. 6.2. Зависимость коэффициентов ионизации (а) и рекомбинации (б) азотной плазмы от n_e и T_e по данным работы [12]

1 — $n_e = 10^8 - 10^{12} \text{ см}^{-3}$, 2 — 10^{14} , 3 — 10^{15} , 4 — 10^{16} , 5 — 10^{17} , 6 — 10^8 , 7 — 10^9 , 8 — 10^{10} , 9 — 10^{11} , 10 — 10^{12} , 11 — 10^{13} , 12 — 10^{14} , 13 — 10^{15} , 14 — 10^{16} , 15 — 10^{17} , 16, 17 — теоретические [13] и экспериментальные [14] значения α , 18 — теоретическое значение согласно МДП [4]

При $n_e \geq 10^{15} \text{ см}^{-3}$, когда рекомбинация носит столкновительный характер, коэффициенты рекомбинации, вычисленные в [12], находятся в хорошем согласии с расчетами [13] и экспериментальными данными [14]. На рис. 6.2, б штрихами нанесено значение коэффициента тройной столкновительной рекомбинации, полученное в МДП (см. далее подразд. 6.3.2). Как видно, эти значения хорошо согласуются с расчетом, соответствующим предельно высоким n_e (см. рис. 6.2, б, линия 5), т. е. чисто столкновительной кинетике.

В табл. 6.4 приводятся коэффициенты ударно-радиационной ионизации и рекомбинации цезиевой плазмы в диапазоне $n_e = 10^{12} \div 10^{15} \text{ см}^{-3}$ и $T_e = 1500 \div 3000 \text{ К}$ по данным [15]. Эти численные результаты получены в предположении, что плазма пол-

Таблица 6.4. Значения коэффициентов ударно-радиационной ионизации β ($\text{см}^3/\text{с}$) и рекомбинации α ($\text{см}^6/\text{с}$) цезиевой плазмы [15]

| $T_e \cdot 10^{-3}, \text{ К}$ | Коэффициент | $n_e, \text{ см}^{-3}$ | | | |
|--------------------------------|-------------|------------------------|--------------|--------------|--------------|
| | | 10^{12} | 10^{13} | 10^{14} | 10^{15} |
| 1,5 | β | $3,4^{-18}$ | $4,91^{-17}$ | $2,17^{-16}$ | $2,95^{-16}$ |
| | α | $6,2^{-23}$ | $3,6^{-23}$ | $2,82^{-23}$ | $2,67^{-23}$ |
| 2,0 | β | $4,73^{-15}$ | $4,98^{-14}$ | $1,53^{-13}$ | $1,86^{-13}$ |
| | α | $2,25^{-23}$ | $1,02^{-23}$ | $6,54^{-24}$ | $5,83^{-24}$ |
| 2,5 | β | $3,7^{-13}$ | $2,89^{-12}$ | $6,56^{-12}$ | $7,45^{-12}$ |
| | α | $1,1^{-23}$ | $4,05^{-24}$ | $2,12^{-24}$ | $1,81^{-24}$ |
| 3,0 | β | $6,7^{-12}$ | $3,95^{-11}$ | $7,01^{-11}$ | $7,7^{-11}$ |
| | α | $6,4^{-24}$ | $1,9^{-24}$ | $8,4^{-25}$ | $6,98^{-25}$ |

ностью оптически непрозрачна для резонансной линии и оптически прозрачна для всех остальных компонент радиационного спектра.

Определение коэффициентов ионизации и рекомбинации численными методами имеет определенные преимущества из-за наиболее полного и точного учета большой совокупности элементарных процессов. Но оно имеет и недостатки, связанные с резким усложнением задачи при включении дополнительных факторов неравновесности (например, нарушением максвелловского распределения свободных электронов), при учете реальной реабсорбции спектральных линий. Для многих прикладных задач представление результатов в виде таблиц и графиков неудобно, и предпочтительнее иметь аналитические формулы. Существует ряд аналитических методов определения α и β . Перейдем к их обсуждению.

6.3. Коэффициенты ударно-радиационной рекомбинации в диффузионном и модифицированном диффузионном приближениях

В этой главе рассматриваются приближенные аналитические методы определения коэффициентов ионизации и рекомбинации. Основное внимание уделяется диффузионному и модифицированному диффузионному приближениям. В первом случае энергетический спектр реального атома заменяется квазинепрерывным и процессы ионизации и рекомбинации рассматриваются как диффузия связанного электрона в пространстве энергии. Во втором случае рассматривается диффузия электрона в дискретном энергетическом пространстве реального атома. Помимо этих двух основных приближений, обсуждаются и другие приближенные методы расчета α и β . Проводится сопоставление с экспериментальными данными, численными результатами. Обсуждается влияние на процессы ионизации и рекомбинации столкновений с тяжелыми частицами.

6.3.1. Диффузионный подход в кинетике рекомбинации и ионизации

В разд. 6.2 была установлена связь между коэффициентами ионизации и рекомбинации и потоком частиц в энергетическом пространстве (6.20). Согласно представлениям диффузионного приближения (см. (5.29)) выражение для потока, обусловленного столкновениями, имеет вид

$$j = n^0(E) D(E) \frac{dy}{dE}, \quad (6.21)$$

где $n^0(E)$ — равновесная концентрация атомов, пересчитанная на единичный интервал энергии, а $D(E)$ — коэффициент диффузии связанного электрона в пространстве энергии, $y(E) = n(E)/n^0(E)$ — относительная населенность уровня. При постоянном потоке j уравнение (6.21) представляет собой дифференциальное уравнение первого порядка относительно неизвестной

функции $y(E)$. Граничные значения $y(E)|_{E \rightarrow 0} = y_e y^+$ и $y(E)|_{E \rightarrow E_1} = y_1$ заданы. Решая (6.21) при таких граничных условиях и затем подставляя найденное решение в (6.21), получим следующее выражение для потока

$$j = \frac{y_1 - y_e y^+}{R(0, E_1)}, \quad (6.22)$$

где

$$R(0, E_1) = \int_0^{E_1} \frac{dE}{n^0(E) D(E)}. \quad (6.23)$$

Подставляя в эту формулу $n^0(E)$ согласно (5.34), получим

$$R(0, E) = \frac{(2\pi m T_e)^{3/2}}{n_e^0 (n^+)^0 h^3} \int_0^{E_1} \frac{dE \exp(-E/T_e)}{g(E) D(E)}. \quad (6.24)$$

Перепишем (6.22), вводя в явном виде n_1 и $n_e n^+$:

$$j = n_1 n_e \frac{1}{n_1^0 n_e^0 R(0, E_1)} - n_e^2 n^+ \frac{1}{n_e^0 (n^+)^0 n_e R(0, E_1)}. \quad (6.25)$$

Сравнивая (6.25) с (6.20), видим, что коэффициент ионизации

$$\beta = [n_1^0 n_e R(0, E_1)]^{-1}, \quad (6.26)$$

а коэффициент рекомбинации

$$\alpha = [n_e^0 (n^+)^0 n_e R(0, E_1)]^{-1} \quad (6.27)$$

или, используя (6.24),

$$\alpha = \left[\frac{(2\pi m T_e)^{3/2} n_e}{h^3} \int_0^{E_1} \frac{dE \exp(-E/T_e)}{g(E) D(E)} \right]^{-1}. \quad (6.28)$$

Из (6.26) и (6.27) следует

$$\beta = K_1 \alpha,$$

где $K_1 = n_e^0 (n^+)^0 / n_1^0$ — константа ионизационного равновесия относительно основного состояния.

Расчет α и β связан с использованием конкретного вида коэффициента диффузии в энергетическом пространстве. Рассмотрим ионизацию и рекомбинацию, вызванные столкновениями с электронами.

Вычисления дают следующее значение коэффициента диффузии (см. (2.114)):

$$D(E) = \frac{4 \sqrt{2\pi} e^4 \Lambda n_e E}{3 \sqrt{m T_e}}.$$

Подставим это значение в (6.28), а для $g(E)$ воспользуемся

(5.23), тогда

$$\int_0^E \frac{dE' \exp(-E'/T_e)}{g(E') D(E')} = \frac{9T_e^3 h^3}{2(2\pi)^3 m e^{10} \bar{\Lambda} n_e} \chi\left(\frac{E}{T_e}\right), \quad (6.29)$$

где функция χ определяется формулой (5.36), а $\bar{\Lambda}$ — среднее значение кулоновского логарифма Λ . Если (6.29) подставить в (6.28), то

$$\alpha = \frac{4\sqrt{2\pi}\pi}{9} \frac{e^{10}\bar{\Lambda}}{\sqrt{m} T_e^{9/2}}. \quad (6.30)$$

При этом полагаем $\chi(E_1/T_e) \simeq 1$ для $E_1 \gg T_e$. Этот результат получен в [16]. Если в (6.30) выразить T_e в эВ и принять $\bar{\Lambda} = 0,2$ (см. рис. 4.4), то приходим к (6.5).

Можно аналогичным образом рассмотреть рекомбинацию электрона и иона, когда третьей частицей является атом. В этом случае коэффициент диффузии (см. (2.111)) имеет вид

$$D_a(E) = \frac{32\sqrt{2m} q T E^{3/2} n_a}{3\pi M}.$$

Подставляя это выражение в (6.29), а затем результат интегрирования в (6.28), находим

$$\alpha = \frac{16\sqrt{2\pi}}{3} \frac{e^6 \sqrt{m} q n_a}{M T_e^{5/2} n_e}. \quad (6.31)$$

Буквенно (6.31) совпадает с формулой (6.6), полученной на основе формулы Томсона, но в (6.31) найден также и численный множитель. Коэффициент рекомбинации (6.31) получен в работе Пятаевского [17]. Легко решить задачу, когда рекомбинация происходит при наличии столкновений с электронами и атомами. Поскольку передача энергии при столкновениях этих частиц со слабосвязанным атомным электроном осуществляется независимо, то эффективный коэффициент диффузии определяется суммой

$$D(E) + D_a(E).$$

Оценки, выполненные в гл. 5, показали, что неравенство $D_a(E) > D(E)$ может выполняться лишь в довольно узком диапазоне условий. Поэтому не будем проводить вычисление коэффициента рекомбинации для совместного влияния столкновений с атомами и электронами. Отметим, что при наличии нескольких механизмов рекомбинации на возбужденные состояния результирующая скорость рекомбинации не определяется суммой коэффициентов рекомбинации, обусловленных отдельными механизмами, а при рассмотрении же элементарного акта рекомбинации на отдельный уровень определяется. Это обстоятельство еще раз подчеркивает, что рекомбинация, как и ионизация, сложный кинетический процесс, связанный с многократным изменением состояния участвующих в нем частиц.

Многие соотношения, справедливые для элементарного акта рекомбинации, оказываются неверными для величин, характеризующих кинетику рекомбинации в целом.

При расчете коэффициентов ионизации и рекомбинации на основе дифференциального уравнения (6.21) не учитывается дискретность уровней атома. Потому такой подход справедлив, когда электрон основное время в процессе рекомбинации проводит в области высоковозбужденных состояний, где можно использовать представления о непрерывном изменении энергии. Кроме этого, необходимо, чтобы средняя энергия, передаваемая связанному электрону при столкновениях, превосходила бы расстояние между уровнями. В противном случае необходим учет дискретности.

6.3.2. Коэффициенты ударно-радиационной ионизации и рекомбинации в модифицированном диффузионном приближении

Прежде чем переходить к выражениям для α и β в МДП, обсудим ряд приближенных методов вычисления, в которых учитывается дискретность уровней.

Приближенные методы для определения α и β основаны на закономерностях движения связанного электрона в процессе ионизации и рекомбинации по энергетическому спектру (см. разд. 5.4 и 5.5). Существенное значение имеет положение узкого места, в зависимости от которого возможен тот или иной приближенный способ расчета α и β .

Пусть узкое место попадает в энергетический интервал между основным и первым возбужденными состояниями. Тогда электрону при движении по энергетическому спектру наиболее трудно преодолеть именно этот интервал. На нем, возвращаясь к электротехнической аналогии, происходит основное падение потенциала. Сопротивления вышележащих участков спектра малы, поэтому соответствующие уровни близки к равновесию с континуумом. Из этих представлений возникает простая модель, называемая приближением мгновенной ионизации, в которой скорость ионизации определяется суммарной скоростью возбуждения и ионизации из основного состояния [18]

$$\beta = \frac{1}{n_e} \left(\sum_k w_{1k} + w_{1e} \right). \quad (6.32)$$

Здесь не учтены обратные процессы, что легко сделать, используя метод «блока возбужденных состояний» [19], согласно которому возбужденные состояния находятся в относительном равновесии между собой и с континуумом при температуре электронов T_e . Такая ситуация возможна, если ударные переходы между возбужденными состояниями достаточно часты, чтобы поддерживать относительное равновесие. При таком подходе легко учесть радиационные переходы в основное состояние. Выражения для α и β

$$n_e \alpha = w_{e1} + A_{e1} + \sum_{k \geq 2} \left(\frac{n_k^0 w_{k1}}{n_1^0 K_1} + \frac{n_k^0 A_{k1}}{n_1^0 K_1} \right),$$

$$\beta = \left(\sum_{k \geq 2} w_{1k} + w_{1e} \right) \frac{1}{n_e}.$$
(6.33)

Пусть теперь узкое место находится в области возбужденных состояний. Тогда наибольшие отклонения от равновесия возникнут именно в этой области. Нижележащая группа уровней будет близка к равновесию с основным состоянием, а вышележащая — к равновесию с континуумом. Скорость прохождения электроном узкого места и определяет скорость рекомбинации (ионизации). Положение узкого места в одноквантовом приближении определяется минимумом функции $n_k^0 w_{k, k+1}$ (см. гл. 5). В работе [20] оно находилось по минимальной скорости дезактивации уровня k за счет переходов на нижележащие уровни. Иными словами, определялся минимум выражения

$$D_k = n_k^0 \sum_{n < k} (w_{kn} + A_{kn}^*).$$

Значение $k = m$, при котором D_k минимально, определяет положение узкого места. Коэффициент рекомбинации

$$\alpha = \frac{1}{n_e^2 n^+} D_m + \frac{1}{n_e} \sum_{n < m} A_{en} + w_{e1} \frac{1}{n_e}.$$
(6.34)

В это выражение добавлена тройная рекомбинация в основное состояние w_{e1} и радиационная рекомбинация на состояния $n < m$. Метод узкого места, как будет показано далее, имеет ограниченную область применимости, поскольку часто не существует резкой границы между группами уровней. Напротив, может существовать целая область состояний, которые не находятся в каком-либо частичном равновесии.

Некоторые другие приближенные выражения для коэффициентов ионизации и рекомбинации можно найти в [21, 22].

Отметим, что приближенные формулы (6.32)–(6.34) основаны на радикальных упрощениях. Границы их применимости будут выяснены далее.

Перейдем к обсуждению α и β в МДП.

Для нахождения явного вида α и β воспользуемся выражением (5.52) для потока j , учитывающим ударные и радиационные процессы:

$$j = \frac{y_1 / \Pi_1 - y_e y^+}{R_{1e}},$$
(6.35)

где радиационный фактор Π_1 определяется (5.54), а сопротивление R_{1e} — (5.53). Сопоставляя (6.35) с формулой (6.20)

находим

$$\beta = (n_e n_1^0 \Pi_1 R_{1e})^{-1}, \quad \alpha = [n_e n_e^0 (n^+)^0 R_{1e}]^{-1}. \quad (6.36)$$

Если для сопротивления R_{1e} использовать выражение (5.53), а отношение $n_e^0(n^+)^0/n_k^0$ выразить по формуле Саха, то

$$\alpha^{-1} = 2 \sum_i n_e (2\pi m T_e)^{3/2} \sum_{k \geq 1} \frac{\exp(-E_k/T_e)}{g_k z_{k, k+1} \Pi_k}. \quad (6.37)$$

Отсюда видно, какой вклад дают различные уровни в коэффициент рекомбинации.

Выражения (6.36) легко позволяют установить связь между α и β :

$$\beta = \alpha K_1 / \Pi_1. \quad (6.38)$$

Радиационные процессы определяют фактор Π_1 и влияют на величины α и β посредством R_{1e} , которая также зависит от соотношения эффективностей ударных и радиационных процессов (см. (5.53)). Если рекомбинация и ионизация обусловлены столкновительными процессами ($\Pi_1 = 1$), то α и β связаны константой равновесия K_1 , зависящей от температуры электронов. При наличии радиационных процессов в (6.38) входит фактор Π_1 , зависящий от отношения эффективностей радиационных и ударных процессов. Величины α и β , определяемые формулами (6.36), дают скорости ступенчатых ионизации и рекомбинации. Их надо сложить с коэффициентами прямой ионизации и рекомбинации, тогда

$$\beta = \frac{1}{n_e} w_{1e} + (n_e n_1^0 \Pi_1 R_{1e})^{-1}, \quad (6.39)$$

$$\alpha = \frac{1}{n_e} (w_{e1} + A_{e1}) + (n_e n_e^0 (n^+)^0 R_{1e})^{-1}.$$

В дальнейшем процессы прямой ионизации и рекомбинации будем опускать, поскольку они тривиальным образом учитываются в окончательных выражениях. Так что речь пойдет о коэффициентах ступенчатой ионизации и рекомбинации, определяемых формулами (6.36).

Обсудим чисто столкновительную кинетику, когда радиационными процессами можно пренебречь. В этом случае величиной, определяющей α и β , является R_{1e} , или, переходя к электротехнической аналогии (см. гл. 5), полное сопротивление участка $0 - E_1$ энергетической оси. Оно складывается из сопротивлений отдельных участков, т. е. $R_{1e} = R_{12} + R_{23} + R_{34} + \dots$. Область спектра, сопротивление которой вносит наибольший вклад в R_{1e} , определяет положение узкого места. В гл. 5 было показано, что наибольшие сопротивления в области $E_m \simeq 3/2 T_e$. Поэтому, если $3/2 T_e \geq E_2$, то узкое место попадает в интервал 1—2 и приближенно $R_{1e} \simeq R_{12}$. Основное падение потенциала приходится на этот интервал. Сопротивления вышележащего участка спек-

тра относительно малы, и состояния этого участка близки к равновесию с континуумом. Поэтому электрон, преодолевший интервал 1—2, практически оказывается в континууме. Такой ситуации соответствует приближение мгновенной ионизации. Скорость ионизации определяется скоростью возбуждения из основного состояния, поскольку $R_{1e} = R_{12} = (n_1^0 z_{12})^{-1}$, где z_{12} определяется формулой (5.64). Поэтому

$$\beta = \beta_1 = \Gamma \Lambda_1 \frac{Ry^{3/2}}{\sqrt{T_e} (E_1 - E_2)} \exp\left(-\frac{E_1 - E_2}{T_e}\right), \quad (6.40)$$

где численный коэффициент Γ в см³/с имеет значение

$$\Gamma = 4\sqrt{2\pi e^4 / m} Ry^{3/2} = 1,73 \cdot 10^{-7}.$$

Используя связь между α и β (6.38), при $P_1 = 1$ получим

$$\alpha = \alpha_1 = \Gamma_1 (\Lambda_1 g_1 / \Sigma_i) \frac{Ry^3}{T_e^2 (E_1 - E_2)} \exp(E_2 / T_e), \quad (6.41)$$

где численный коэффициент Γ_1 в см⁶/с имеет значение

$$\Gamma_1 = \frac{h^3 e^4}{\pi m^2 Ry^3} = 5,77 \cdot 10^{-31}.$$

В случае низких T_e наибольший вклад в R_{1e} вносят сопротивления между высоковозбужденными состояниями. Это позволяет воспользоваться результатами диффузионного приближения для расчета α и β . Значение α определяется формулой (6.30) с $\bar{\Lambda} \simeq 0,2$, что приводит к формуле (6.5). Коэффициент ионизации в этом случае рассчитывается так:

$$\beta = \beta_2 = \frac{2\Gamma\bar{\Lambda}}{3\sqrt{\pi}} \frac{\Sigma_i}{g_1} \left(\frac{Ry}{T_e}\right)^3 \exp(-E_1/T_e). \quad (6.42)$$

Для произвольных температур можно записать интерполяционную формулу, переходящую в пределе высоких и низких температур в выражения (6.40) и (6.42):

$$\begin{aligned} \beta^{-1} &= \beta_1^{-1} + \beta_2^{-1} \chi(E_2/T_e), \\ \alpha^{-1} &= \alpha_1^{-1} + \alpha_2^{-1} \chi(E_2/T_e), \end{aligned} \quad (6.43)$$

где β_1 определяется формулой (6.40), а β_2 — (6.42), α_1 — (6.41) и α_2 — (6.30). Формулу (6.43) можно получить и из общего выражения (6.36), если выделить первый член R_{12} , а на энергетическом промежутке от E_2 до непрерывного спектра перейти к диффузионному описанию. В частности, $\chi(E_2/T_e)$ в (6.43) возникает при вычислении сопротивления R_{2e} по приближенной формуле (5.35) из-за интегрирования в конечных пределах $0-E_2$.

Перейдем к обсуждению ударно-радиационной кинетики.

Формальное отличие ударно-радиационной кинетики от чисто столкновительной сводится к появлению радиационных факторов Π , которые входят как в общее выражение для потока (6.35), так и в выражение (5.53) для сопротивления $R_{k,k+1}$. Представим R_{1e} в виде $R_{1e} = R_{12} + R_{2e}$. Значение R_{12} будем вычислять по (5.53), а R_{2e} — в предположении, что энергия уровней меняется непрерывно (см. (5.68)). Величина R_{2e} существенно зависит от положения уровня E_R (см. подразд. 5.5.3), делящего энергетический спектр на две части. Для уровней $E > E_R$ радиационные переходы существенны, для $E < E_R$ кинетика обусловлена только столкновительными переходами. В соответствии с этим, если $E_R > E_2$, то связанный электрон на участке $0 - E_2$ движется лишь под влиянием столкновений. Если же $E_R < E_2$, то радиационные переходы сильно уменьшают сопротивление участка с $E_2 > E > E_R$. Поэтому имеет место приближенное равенство $R_{2e} \simeq R(0, E_R)$. Величина $R(0, E_R)$ пропорциональна фактору $\chi(E_R/T_e)$ в соответствии с формулой (5.35). Запишем приближенные формулы для коэффициентов ударно-радиационной ионизации и рекомбинации, выделив переход $1 \rightleftharpoons 2$ и вычисляя сопротивление R_{2e} в предположении непрерывного изменения энергии. Это дает

$$\beta^{-1} = \beta_1^{-1} + \beta_2^{-1} \Pi_1 \chi(E/T_e), \quad \alpha^{-1} = (\alpha_1 \Pi_1)^{-1} + \alpha_2^{-1} \chi(E/T_e), \quad (6.44)$$

где $E = \min(E_2, E_R)$. Эти формулы отличаются от (6.43) появлением Π_1 и иным аргументом у функции χ . Фактор Π_1 показывает, как радиационные переходы влияют на граничные значения y_1 и $y_e y^+(n_1, n_e n^+)$. Если Π_1 очень велико, то $\beta = \beta_2 / \Pi_1 \chi$, а $\alpha \simeq \alpha_2 / \chi$. Видно, что по сравнению с чисто столкновительной кинетикой β стало существенно меньше — сильное высвечивание затрудняет протекание ионизации.

Этот результат качественно можно пояснить так. Электрон, прежде чем достигнуть континуума, должен пройти энергетический интервал $E_1 - E_R$. На этом пути велика вероятность возврата в основное состояние из-за радиационных переходов. Доля электронов, достигающих уровня E_R , пропорциональна $[\chi(E_R/T_e) \Pi_1]^{-1}$. Коэффициент рекомбинации, напротив, может увеличиться, если фактор $\chi(E_R/T_e)$ станет заметно меньше единицы. Фактор $\chi(E_R/T_e)$ отражает влияние радиационных переходов на величину сопротивления R_{2e} . Его появление можно пояснить следующими соображениями. Излучение начинает заметным образом влиять на величину сопротивления R_{2e} , если $E_R < E_m = 3T_e/2$. В этом случае рекомбинирующий электрон проводит большую часть времени на уровнях с $E > E_R$, а затем быстро путем каскада радиационных переходов достигает уровня E_2 (вклад переходов $2 \rightleftharpoons 1$ учитывается отдельно). В такой ситуации число уровней, дающих существенный вклад в R_{2e} , как бы уменьшается.

6.3.3. Сравнение с экспериментальными данными и численными результатами

Сравним значения коэффициентов ударно-радиационной ионизации и рекомбинации, получаемые в МДП, с численными результатами и экспериментальными данными. Рассмотрим сначала чисто столкновительную кинетику без радиационных переходов. Такой случай реализуется при достаточно большой концентрации электронов, когда все факторы Π можно считать равными единице.

На рис. 6.3 значения коэффициента рекомбинации для водородной плазмы, вычисленные по (6.43), сравниваются с численными результатами Бейтса и др. [7]. Напомним, что в [7] сечения неупругих столкновительных переходов взяты по Гржизинскому (см. разд. 5.3). В основе расчетов в МДП лежат сечения, взятые в приближении Бете—Борна с использованием полуэмпирических значений кулоновского логарифма для связанных состояний. Тем не менее совпадение в целом хорошее, что свидетельствует о малой чувствительности α к сечениям индивидуальных переходов. Наибольшее различие возникает в диапазоне $T_e = (8 \div 16)10^3$ К. В этой области температур узкое место попадает в интервал энергий $E_1 - E_2$, и преобладающий вклад в α вносит переход $1 \rightleftharpoons 2$. При этом справедливо приближение мгновенной ионизации. Естественно, что в этих условиях α наиболее чувствительно к виду сечения перехода $1 \rightleftharpoons 2$ и, в частности, к поведению сечения вблизи порога. В области $T_e > 16 \cdot 10^3$ К влияние припорогового поведения сечения перехода $1 \rightleftharpoons 2$ нивелируется и расхождение несколько уменьшается. На рисунке (см. рис. 6.3) нанесены также экспериментальные данные коэффициентов рекомбинации водородной плазмы. В работах [23, 24] исследовался распад водородной плазмы на установках типа стелларатор. Коэффициент рекомбинации определялся по спаду зависимости dn_e/dt , T_e измерялась по относительной населенности высоковозбужденных уровней, а n_e — методом фазового сдвига пучка микроволнового излучения. Некоторые из экспериментальных точек, полученных в этих работах, показаны на рис. 6.3. Все они попадают в область где $\alpha \sim T^{-1/2}$. Значения α при высоких T_e были получены Крегсом и др. [25, 26]. Исследовался распад плазмы, создаваемой сильноточным искровым разрядом. Результаты этих работ приведены на рис. 6.3. Между ними и результатами вычислений α в МДП имеется удовлетворительное согласие. На рис. 6.3 и в табл. 6.5 приведены также α для элементов К, N, Ag и H. Остановимся на зависимости α от специфики расположения уровней атома. Линия 1 (см. рис. 6.3) соответствует зависимости $\alpha \sim T_e^{-1/2}$. При $T_e < 3 \cdot 10^3$ К коэффициенты рекомбинации различных элементов ложатся на эту зависимость. Это объясняется тем, что при низких T_e узкое место лежит в области высоковозбужденных водородоподобных состояний. Рекомбинирующий электрон, прошедший эту область спектра, быстро достигает основного уровня,

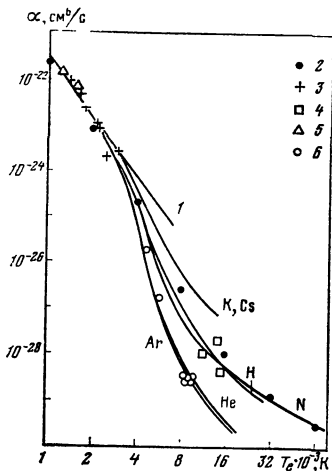


Рис. 6.3. Коэффициент тройной рекомбинации (по схеме электрон—ион—электрон) в зависимости от T_e для различных элементов

1 — зависимость (6.5), 2 — численные результаты Бейтса и др. [7], 3, 4 — экспериментальные данные для водорода [23, 24], [25, 26] соответственно, 5 — экспериментальные данные для гелия [23, 24], 6 — для ксенона [27] и аргона [31—33]

не воспринимая индивидуальных особенностей расположения уровней в нижней части энергетического спектра. С ростом T_e узкое место смещается в нижнюю часть энергетического спектра, расположение уровней в которой специфично для каждого атома. Поэтому α начинает зависеть от сорта атома. Для атомов со сравнительно равномерной плотностью уровней в спектре (K, Cs) закон $\alpha \sim T_e^{-9/2}$ имеет большую применимость. Для He, имеющего максимальный зазор $E_1 - E_2$, отклонения от закона $T_e^{-9/2}$ начинаются при меньших T_e . Водород и азот занимают промежуточное положение. При больших T_e приблизительно $\alpha \simeq \alpha_1$ и зависит от отношения $g_1/\Sigma_i (E_1 - E_2)$ (см. (6.41)). Формула (6.41) позволяет объяснить близкие значения α у атомов H и N, Ar и He. Эти атомы имеют близкие величины $g_1/\Sigma_i (E_1 - E_2)$ и E_2 . Например, у аргона $g_1 = 2$, $\Sigma_i = 6$, $E_1 - E_2 = 12$ эВ. Для гелия $g_1 = 1$, $\Sigma_i = 2$, $E_1 - E_2 \simeq 20$ эВ. В первом случае $g_1/\Sigma_i (E_1 - E_2) \sim 0,03$, во втором — $g_1/\Sigma_i (E_1 - E_2) \sim 0,025$. Не проводя вычисления, можно указать на ход $\alpha (T_e)$ и для некоторых других элементов.

Таблица 6.5. Значения коэффициента тройной (ступенчатой) рекомбинации α (см³/с) для ряда элементов согласно МДП

| $T \cdot 10^{-3}$, К | К | N | Ar | H | $T \cdot 10^{-3}$, К | К | N | Ar | H |
|--------------------------|-------------|-------------|-------------|-------------|--------------------------|---|-------------|-------------|-------------|
| 2 | $1,2^{-23}$ | $1,2^{-23}$ | $1,2^{-23}$ | $1,2^{-23}$ | 16 | — | $5,9^{-29}$ | $3,2^{-30}$ | $9,1^{-29}$ |
| 4 | $4,9^{-25}$ | $1,9^{-25}$ | $8,0^{-26}$ | $1,9^{-25}$ | 18 | — | $3,9^{-29}$ | $2,3^{-30}$ | $5,0^{-29}$ |
| 6 | $4,3^{-26}$ | $0,8^{-27}$ | $9,8^{-28}$ | $6,0^{-27}$ | 20 | — | $3,7^{-29}$ | $1,7^{-30}$ | $2,7^{-29}$ |
| 8 | $9,8^{-27}$ | $1,1^{-27}$ | $7,2^{-29}$ | $8,0^{-28}$ | 24 | — | $1,5^{-29}$ | $1,4^{-30}$ | $1,7^{-29}$ |
| 10 | $3,4^{-27}$ | $3,3^{-28}$ | $2,0^{-29}$ | $2,6^{-28}$ | 28 | — | $1,0^{-29}$ | $1,1^{-30}$ | $1,3^{-29}$ |
| 12 | $1,7^{-27}$ | $1,6^{-28}$ | $8,3^{-30}$ | $1,2^{-28}$ | 32 | — | $8,0^{-30}$ | $1,0^{-30}$ | $1,1^{-29}$ |
| 14 | — | $8,0^{-29}$ | $4,5^{-30}$ | $6,8^{-29}$ | | | | | |

Таблица 6.6. Значения коэффициента тройной рекомбинации α (см⁶/с) для атома гелия

| $T_e \cdot 10^{-4}, \text{K}$ | | | | Расчет |
|-------------------------------|------------------|--------------------|--------------------|--------|
| 2 | 4 | 8 | 16 | |
| 1,5 ⁻²³ | 8 ⁻²⁶ | 1,3 ⁻²⁸ | 3,5 ⁻³⁰ | (6.43) |
| 0,2 ⁻²³ | 6 ⁻²³ | 2 ⁻²⁸ | 5,0 ⁻³⁰ | [11] |

Например, для Хе α должно быть близко к значению для Аг. Для ртути, имеющей сравнительно равномерную плотность уровней, $\alpha(T_e)$ должна напоминать ход α для щелочных металлов, хотя отклонения от закона $T_e^{-1/2}$ должны появиться при несколько меньших температурах.

На рис. 6.3 показаны экспериментальные данные для гелия и аргона. Первые получены в [23, 24] на установках стелларатор. Вторые — в [27], где измерялась скорость нарастания лавинной ионизации в ксеноне за сильно ударной волной. Измерения поглощения и пропускания микроволнового излучения давали значения n_e и T_e ($n_e \sim 10^{16} \div 10^{17}$ см⁻³); n_1 было известно по условиям за скачком ударной волны. Полученные экспериментальные значения β использовались для вычисления α . Коэффициент рекомбинации азотной плазмы, рассчитанный в МДП, имеет хорошее согласие с численными результатами [12] (см. рис. 6.2, б).

В табл. 6.6 приведены значения коэффициента тройной рекомбинации гелиевой плазмы, полученного в МДП (6.43), и численные результаты Дравина [11]. Из таблицы видно, что при $T_e \gtrsim 4 \cdot 10^3$ К данные хорошо согласуются. Причины заметного расхождения при низких температурах неясны. Отметим, что зависимость $\alpha(T_e)$ в МДП (см. табл. 6.6, (6.43)), выходит на асимптотику $T_e^{-1/2}$ и, как будет показано далее, согласуется с экспериментальными данными.

Обсудим особенности поведения коэффициента ударной ионизации β . На рис. 6.4 приводятся коэффициенты ионизации β в зависимости от T_e/E_1 для аргона (линия 1) и калия (2—4). Линия 1, построенная по (6.43), во всем диапазоне T_e/E_1 практически совпадает с кривой, построенной по (6.40), отвечающей приближению мгновенной ионизации. Это означает, что такое приближение справедливо во всем диапазоне рассмотренных T_e/E_1 . Иная ситуация в калии. Линия 2 построена по интерполяционной формуле (6.43). Приближению мгновенной ионизации отвечает линия 3, а диффузионному приближению (когда $\alpha \sim T_e^{-1/2}$) — 4. Как видно, диффузионное приближение для калия дает правильные результаты почти для всего рассмотренного диапазона T_e/E_1 . Приближение мгновенной ионизации становится справедливым лишь при больших значениях T_e/E_1 . Эти выводы находятся в соответствии с обсуждавшимися выше особенностями поведения α для различных элементов. У аргона узкое место попадает

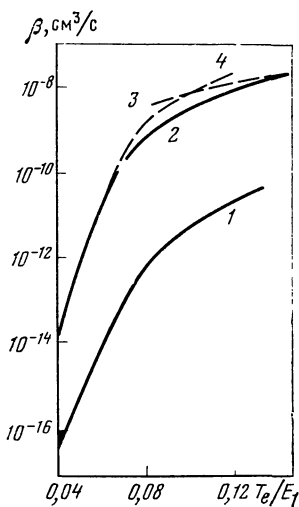


Рис. 6.4. Зависимость коэффициента ударной ионизации от T_e/E_1

1, 2 — расчет в МДП для Ag и K соответственно, 3 — расчет для калия в приближении мгновенной ионизации, 4 — расчет по формуле (6.5) в диффузионном приближении

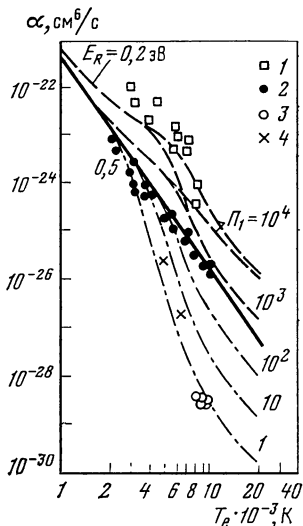


Рис. 6.5. Зависимость коэффициента ударно-радиационной рекомбинации для аргона от T_e при разной степени влияния радиационных процессов

1—4 — эксперимент (1 — [28], 2 — [29, 30], 3 — [27], 4 — данные, полученные в работе [31] при обработке экспериментальных результатов [32, 33]).

Линия — зависимость (6.5), штрихпунктир — по (6.44) при равных Π_1 для $\chi(E_R/T_e) = 1$, штрихи — по (6.44) при равных Π_1 и $\chi(E_R/T_e) \neq 1$

в интервал 1—2 и справедливо приближение мгновенной ионизации. Для калия, имеющего более равномерную плотность уровней, узкое место находится в области возбужденных состояний. Поэтому диффузионный подход остается применимым вплоть до достаточно больших T_e/E_1 .

Перейдем к обсуждению ударно-радиационной кинетики. В этом случае коэффициенты ударно-радиационной рекомбинации и ионизации начинают зависеть, помимо T_e , от n_e , а также от факторов, определяющих реабсорбцию излучения. Зависимость эта, как следует из формул (6.44), проявляется через факторы Π_1 и $\chi(E_R/T_e)$. Отметим, что Π_1 в основном зависит от n_e и оптической толщины $k_0 R$ (k_0 — коэффициент поглощения в центре линии, R — характерный размер плазмы), $\chi(E_R/T_e)$ в большей степени зависит от T_e и начинает отличаться от единицы при малых n_e , когда Π_1 может быть уже большим.

На рис. 6.5 для аргоновой плазмы построена зависимость коэффициента рекомбинации α от T_e при разной степени влияния на него радиационных процессов (варьировались факторы Π_1 и $\chi(E_R/T_e)$). Для штрихпунктирных линий значение Π_1 указано на рисунке, а $\chi(E_R/T_e) = 1$. Для штриховых линий указаны как

значения Π_1 , так и величины E_R (в эВ). Сплошная линия соответствует зависимости $\alpha \sim T_e^{-9/2}$.

Линия с $\Pi_1 = 1$ на рис. 6.5 соответствует предельному случаю чисто столкновительной рекомбинации ($\Pi_1 = 1$, $\chi(E_R/T_e) = 1$). Экспериментальные данные [27] для этого случая представлены группой точек 3. Под номером 4 показаны также значения α , полученные в [31] путем обработки экспериментальных данных работ [32, 33].

Когда уменьшается n_e , фактор Π_1 начинает увеличиваться и возникает любопытная ситуация. Первый член (6.44) становится малым, и поэтому $\alpha \approx \alpha_2/\chi(E_R/T_e)$. Если $\chi(E_R/T_e) = 1$, то $\alpha \sim T_e^{-9/2}$, т. е. закон $\alpha \sim T_e^{-9/2}$ становится справедливым при высоких температурах. Специфика атома перестает сказываться на поведении α . Теперь это происходит вследствие сильного высвечивания низколежащих возбужденных состояний. Сопротивление R_{12} резко уменьшается, и неравенство $R_{12} \gg R_{2e}$, которое бы имело место при этих значениях T_e в отсутствие радиационных процессов, становится несправедливым. Узкое место смещается в область высоковозбужденных состояний. При дальнейшем уменьшении n_e сказывается влияние фактора $\chi(E_R/T_e)$, в первую очередь в области низких температур. Коэффициент рекомбинации начинает превышать значения, даваемые зависимостью $\alpha \sim T_e^{-9/2}$, а результат также не зависит от специфики атома. В случае очень интенсивного высвечивания $\Pi_1 \gg 1$ и $\chi(E_R/T_e) \ll 1$ при больших температурах специфика атома вновь начинает проявляться. При этом α по-прежнему превышает значения $T_e^{-9/2}$. Такого рода особенности поведения коэффициента ударно-радиационной рекомбинации от параметров Π_1 и $\chi(E_R/T_e)$ можно обнаружить и в экспериментальных работах.

Сильное влияние радиационных переходов на коэффициент рекомбинации аргоновой плазмы было обнаружено в работах Фухаши и Такеда [29, 30]. Исследовалась рекомбинация плазмы, получаемой в ударной T -трубе при исходном давлении газа $p \sim 10$ мм рт. ст. Рекомбинация наблюдалась после выключения иницирующего разряда и отражения ударной волны. Была получена плазма с $n_e = 10^{13} \div 10^{15}$ см $^{-3}$ и $T_e = (2 \div 10) 10^3$ К. Точки 2 на рис. 6.5 — значения коэффициента ударно-радиационной рекомбинации, полученные авторами. Несмотря на высокие температуры, эти значения близки к зависимости $\alpha \sim T_e^{-9/2}$ (линия). Этот факт можно объяснить тем, что в условиях эксперимента [29, 30], давление мало и спектральные линии, соответствующие переходам в основное состояние, реабсорбированы слабо, поэтому $\Pi_1 \gg 1$. Однако концентрация электронов достаточно велика, чтобы радиационные переходы между возбужденными состояниями не играли роли (фактор $\chi(E_R/T_e) \simeq 1$). Поэтому узкое место перемещается в область высоковозбужденных состояний. Оценки показали, что в условиях [29, 30] $\Pi_1 \simeq 10 \div 10^2$, а $\chi(E_R/T_e) = 1$.

В работе Чена [28] аргоновая плазма создавалась разрядом

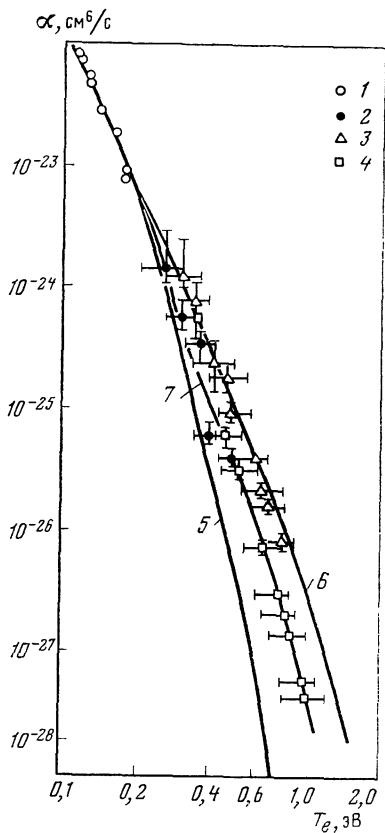


Рис. 6.6. Зависимость коэффициента ударно-радиационной рекомбинации гелиевой плазмы от температуры электронов

Эксперимент: 1 — по [23 и 24], 2—4 — [34] (давление соответственно 100, 250 и 600 мм рт. ст.).

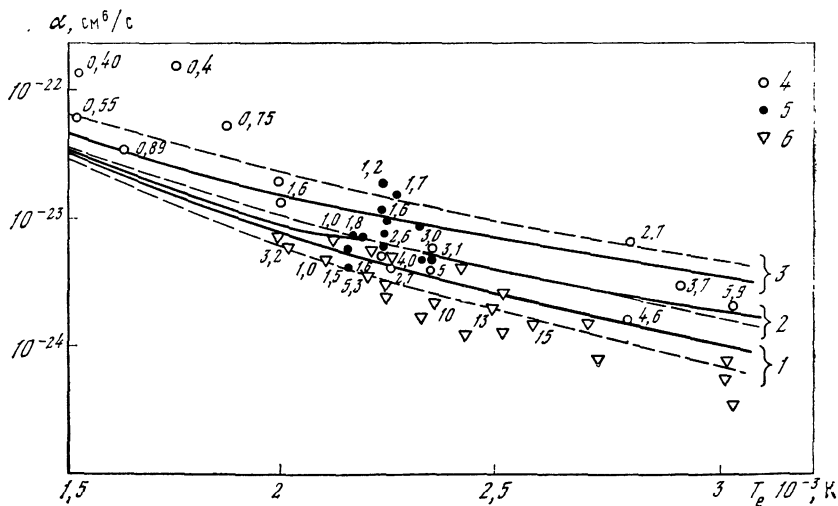
Теория по (6.44): 5 — чисто столкновительный режим, 6 — оптически тонкий слой, 7 — полностью реабсорбированы линии резонансной серии, для остальных радиационных переходов газ оптически прозрачен

Рис. 6.7. Коэффициенты ударно-радиационной рекомбинации в плазме калия и цезия

Теория: линии — расчет по формуле (6.44) для $n_e = 10^{14}$ (1), 10^{15} (2), 10^{12} см $^{-3}$ (3) соответственно, штрихи — численные результаты [15] для тех же значений n_e .

Эксперимент: 4—6 — по [36—38] соответственно.

Цифры у точек соответствуют измеренным в этих условиях значениям n_e , умноженным на 10^{-13} см $^{-3}$



батареи конденсаторов через камеру низкого давления. Была получена рекомбинирующая плазма с $n_e = 10^{11} \div 10^{13} \text{ см}^{-3}$ и $T_e = (2 \div 8)10^3 \text{ К}$. Точки 1 (см. рис. 6.5) соответствуют значениям α , измеренным автором. Как видно, эти значения лежат выше зависимости $\alpha \sim T_e^{-9/2}$. Это связано с тем, что, помимо $\Pi_1 \gg 1$, фактор $\chi (E_R/T_e)$ в этих условиях меньше единицы. Теоретические кривые с $\Pi_1 = 10^3 \div 10^4$ и $E_R = 0,2$ и $0,5 \text{ эВ}$ примерно соответствуют условиям опыта. Грешение α над значением $\alpha \sim T_e^{-9/2}$ связано с высвечиванием возбужденных состояний. Подобная зависимость коэффициента ударно-радиационной рекомбинации от факторов, описывающих радиационные процессы, характерна для плазмы многих элементов.

На рис. 6.6 приведены значения коэффициента ударно-радиационной рекомбинации для плазмы гелия в зависимости от T_e . Расчет был выполнен по (6.44).

Приведем формулу для расчета фактора Π_1 оптически тонкой гелиевой плазмы

$$\Pi_1 = (1 + 1,6 \cdot 10^3 T_e^{1/18} n_e^{-1})(1 + 2,6 T_e^{-1/2} n_e^{-1}), \quad (6.45)$$

где T_e выражено в эВ, n_e в 10^{15} см^{-3} . Зависимость получена на основе общего выражения Π_1 (5.54) подстановкой A_2^R и A_3^R , вычисленных по (5.48) с помощью таблиц вероятностей радиационных переходов [35]. Для вероятностей ударных процессов использованы (5.63) и (5.64). По (6.45) легко оценить Π_1 , например, при $T_e = 1 \text{ эВ}$ и $n_e = 10^{14} \text{ см}^{-3}$ имеем $\Pi_1 = 4,3 \cdot 10^5$. Первая скобка в (6.45) дает вклад радиационных переходов между основным и нижним возбужденными уровнями. Вторая — между нижним и следующим возбужденными уровнями (см. огрубленную схему термов атома гелия, приведенную в Приложении 3, рис. 1, а). Радиационные переходы между более высокими уровнями в условиях $n_e > 10^{14} \text{ см}^{-3}$ несущественны.

На рис. 6.6 нанесены экспериментальные данные [23, 24] при низких температурах $T_e < 0,2 \text{ эВ}$. Они хорошо согласуются с зависимостью $\alpha \sim T_e^{-9/2}$ (6.5). Расчет Дравина и Эмард [11] в этих условиях дает заметно меньшие значения α (см. табл. 6.5), которые явно не согласуются с измерениями [23, 24]. При больших T_e коэффициент рекомбинации гелиевой плазмы измерялся в [34]. В условиях этого эксперимента n_e менялось от 10^{14} до $5 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-3}$, а T_e — от $0,2$ до 1 эВ . Легко показать, что при этом $\chi (E_R/T_e) \simeq 1$, но $\Pi_1 \gg 1$.

Обсудим соответствие измеренных и рассчитанных значений α . Как видно из рис. 6.6, линия 5, соответствующая чисто столкновительному режиму, идет значительно ниже экспериментальных точек, измеренных в [34]. Иная ситуация оказывается при учете радиационных процессов (линия 6, 7). Линии 6 и 7, соответствующие предельным случаям учета излучения, дают ясное представление о роли радиационных процессов. В условиях эксперимента

Холленштайна и др. [34] имеет место частичная реабсорбция линий резонансной серии, и экспериментальные точки в основном лежат между линиями 6 и 7.

Радиационные переходы различно влияют на α и β . Как следует из (6.44), они увеличивают α и уменьшают β . Смещение узкого места, вызванное радиационными процессами, сказывается как на рекомбинации, так и на ионизации. При развитии ионизации приближение немедленной ионизации может стать неприменимым при весьма высоких температурах из-за сильного высвечивания возбужденных состояний.

Как уже отмечалось, для щелочных металлов зависимость $\alpha \sim T_e^{-1/2}$ имеет большую область применимости, чем для атома водорода и тем более гелия. Существуют многочисленные экспериментальные данные, полученные при больших n_e , подтверждающие этот факт. С уменьшением n_e на поведении α начинают сказываться радиационные процессы (фактор $\chi (E_R/T_e) < 1$).

На рис. 6.7 представлены расчетные и экспериментальные значения α плазмы калия и цезия. Из рисунка следует, что результаты, полученные в МДП, неплохо согласуются с расчетами [15] и с экспериментальными данными.

Проведенное сопоставление коэффициентов ударной и ударно-радиационной рекомбинации и ионизации, вычисленных в МДП, с численными результатами и экспериментальными данными показывает, что теория описывает основные закономерности кинетики. При этом учитываются специфические особенности энергетической структуры различных атомов.

Найдем с помощью (6.44) условия, когда прямая ионизация и рекомбинация в основное состояние более существенны, чем ступенчатые процессы. Рассмотрим случай, когда узкое место находится в энергетическом интервале 1—2. Прямая ионизация и рекомбинация преобладают, если выполняются неравенства $(1/n_e)w_{1e} > \beta_1$, $(1/n_e)(w_{e1} + A_{e1}) > (\alpha_1/\Pi_1)$. Когда узкое место попадает в интервал $0 - E_2$, то прямая ионизация и рекомбинация преобладают при условиях $(1/n_e)w_{1e} > (\beta_2/\Pi_1\chi)$, $(1/n_e)(w_{e1} + A_{e1}) > (\alpha_2/\chi)$. Для оценок скорости прямой ионизации удобно записать $(1/n_e)w_{1e}$ в виде $w_{1e}/n_e = \bar{q}_{1e} \bar{v} \exp(-E_1/T_e)$, где \bar{q}_{1e} — среднее значение сечения ионизации атома из основного состояния. Используя эту формулу и (6.40), неравенство $(w_{1e}/n_e) > \beta_1$ представим в виде

$$\bar{v}\bar{q}_{1e} > 1,73 \cdot 10^{-7} \frac{\Lambda_1 R y^{3/2}}{\sqrt{T_e (E_1 - E_2)}} \exp(E_2/T_e).$$

Отсюда следует, что прямая ионизация может преобладать при высоких температурах, когда $T_e \gg E_2$. Используя конкретный вид β_1 , β_2 , α_1 , α_2 (см. (6.40) — (6.42)), можно оценить соотношение прямых и ступенчатых процессов и в других случаях. При этом вероятность прямой тройной рекомбинации можно оценить по

формуле, вытекающей из принципа детального равновесия:

$$\frac{1}{n_e} w_{e1} = \frac{g_1}{2\Sigma_i} \frac{\bar{q}_1 \bar{v} h^3}{(2\pi m T_e)^{3/2}},$$

а вероятность радиационной рекомбинации в основное состояние A_{e1} по формуле Крамерса (см. (2.80)).

6.3.4. Влияние столкновений с тяжелыми бесструктурными частицами на коэффициенты ионизации и рекомбинации

Коэффициент трехчастичной рекомбинации по схеме электрон—ион—тяжелая частица был вычислен в подразд. 6.3.1 в диффузионном приближении. При этом взаимодействие слабосвязанного электрона с третьей частицей (атомом) рассматривалось как упругое столкновение. Такое приближение оправдано, если время взаимодействия слабосвязанного электрона с атомом мало по сравнению с периодом его обращения вокруг иона. По порядку величины время взаимодействия \sqrt{q}/v_a , или, если $q \sim a_0^2$, а $v_a \sim \sqrt{T/M}$, его можно выразить так $\sqrt{M}a_0/\sqrt{T}$. Период обращения электрона с энергией $E \sim T$ вокруг иона имеет порядок $e^2 \sqrt{m}/T^{3/2}$. Поэтому отношение времени взаимодействия к периоду мало, если $T \ll Ry \sqrt{m/M}$. Это ограничение не единственно. Весьма существенным оказывается пренебрежение дискретностью уровней. При каждом упругом соударении электрон энергии E отдает тяжелому атому энергию порядка mE/M . Дискретностью уровней при движении электрона в пространстве энергии можно пренебречь, если характерная величина передаваемой энергии $E_k - E_{k+1} \simeq E^{3/2}/\sqrt{Ry}$ больше расстояния между уровнями. Это требование выполняется лишь для $E < (m/M)^2 Ry$. Более детальный анализ динамики тройного столкновения, проведенный в [39] на основе результатов работы [40], приводит к менее жесткому критерию $E \ll (4m/M)Ry$. Поскольку наиболее существенны E , лежащие вблизи узкого места, т. е. $E \sim T$, то фактически имеет место ограничение на температуру $T < 4m Ry/M$. Для гелия, например, $T \lesssim 180$ К. Это означает, что при рассмотрении трехчастичной рекомбинации электрон—ион—атом из-за малой величины передаваемой энергии дискретность уровней атома весьма существенна. Бейтс и Хар исследовали рекомбинацию по этой схеме на основе развитого ими дискретного аналога диффузионного приближения, отличного от МДП [40]. Коэффициенты ионизации и рекомбинации выражались через эффективные вероятности одноквантовых переходов, инициируемых столкновениями с атомами, имеющие вид

$$z_{k, k-1}^a = \sum_{s=0}^{\infty} \sum_{t=0}^{k-2} (1+s+t) \frac{g_{k+s}}{g_k} \exp\left(\frac{E_{k+s} - E_k}{T}\right) w_{k+s, k-t-1}^a, \quad (6.46)$$

где k, s, t — квантовые числа, w_{kn}^a — вероятность перехода $k \rightarrow n$ при столкновении с тяжелой частицей. Нетрудно убедиться, что если в сумме по s и t оставить одно слагаемое с $s = 0$ и $t = 0$, то $z_{k, k-1}^a \equiv w_{k, k-1}^a$. Это значит, что одноквантовый переход $k \rightarrow k-1$ между ближайшими уровнями учтен в (6.46) точно. Переходы между более далекими уровнями учитываются (6.46) приближенно. Эффективные вероятности одноквантовых переходов в [40] вычислялись суммированием по формуле (6.46). Для величин w_{kn}^a использовалось так называемое полуквантовое приближение (см. разд. 2.3, (2.46)).

Коэффициент рекомбинации, вычисленный в этой работе, оказался существенно меньше, чем по (6.31). Это расхождение можно пояснить, следуя [39], следующим образом. В условиях $T \gg \gg 4mRy/M$ с хорошей точностью можно считать переходы между уровнями одноквантовыми. В этом случае при вычислении коэффициента диффузии ограничимся учетом перехода на ближайший уровень. Поэтому

$$D_a(E_k) \simeq 1/2 (E_k - E_{k-1})^2 w_{k, k-1}^a. \quad (6.47)$$

Подставляя в эту формулу $w_{k, k-1}^a$ согласно (2.46) и полагая, $E_k - E_{k-1} \simeq 2E_k^{3/2}/\sqrt{Ry}$, находим [39]

$$D_a(E) \simeq \frac{256 \sqrt{2} q n_a m^{3/2} T^2 Ry}{\pi M^2 \sqrt{E}}. \quad (6.48)$$

Подставляя (6.48) в (6.28) и проводя вычисления, имеем

$$\alpha = 4mRy \alpha_a / (MT), \quad (6.49)$$

где α_a определяется формулой Питаевского (6.31). Таким образом, коэффициент рекомбинации при столкновении с атомами для $T \gg \gg 4mRy/M$ оказывается значительно меньше значения, полученного в диффузионном приближении.

Отметим, что учет одноквантовых переходов, вызываемых столкновениями с атомами, выполняется в МДП. Для этого можно воспользоваться общими выражениями (6.36), но переопределить в них Π_1 и R_{1e} . Эти величины будут вычисляться по (5.74) и (5.75). В предельном случае, когда столкновения атом—атом преобладают над другими процессами,

$$\beta = [(n_1^0)_a n_e R_{1e}]^{-1}, \quad \alpha = [(n_e^0)_a (n^+)_a n_e R_{1e}]^{-1},$$

где $(n_1^0)_a$, $(n_e^0)_a$, $(n^+)_a^0$ — равновесные концентрации атомов, электронов и ионов при атомарной температуре, $R_{1e} = R_{12} + R_{23} + \dots$, а $R_{k, k+1}^{-1} = (n_k^0)_a w_{k, k+1}^a$.

Отметим, что при наличии столкновений атом—атом формула (6.38), связывающая α и β , остается справедливой. Только фактор Π_1 начинает зависеть от отношения вероятностей соударений атом—атом к вероятностям столкновений электрон—атом.

При анализе рекомбинации в условиях, когда одновременно существенны переходы при соударении с несколькими сортами частиц (атомами и электронами), возникает вопрос о возможности представления α в виде суммы членов, каждый из которых соответствует рекомбинации с частицей одного из сортов. Аддитивными являются коэффициенты диффузии, но коэффициент рекомбинации, как видно из (6.28), не является аддитивной величиной. В изотермической плазме ($T_e = T$) влияние неаддитивности невелико [39]. Однако в неизотермической плазме неаддитивность может оказаться значительной. Допустим для простоты, что D и D_a при $T_e \neq T$ одинаково зависят от E , т. е. $D \sim E^\lambda$, $D_a \sim E^\lambda$, где λ — некоторая произвольная степень. Подставим $(D + D_a) \sim E^\lambda$ в (6.28). Можно показать, что отношение α к $\alpha_e + \alpha_a$ имеет вид [39]

$$\frac{\alpha}{\alpha_e + \alpha_a} = \frac{(1 + \xi\mu)^{7/2-\lambda}}{(1 + \xi\mu^{7/2-\lambda})(1 + \xi)^{5/2-\lambda}}, \quad (6.50)$$

где α_e — коэффициент рекомбинации по схеме электрон—ион—электрон, вычисленный по (6.28) с $D(E)$, обусловленным столкновениями с электронами; α_a — коэффициент рекомбинации по схеме электрон—ион—атом, вычисленный по (6.28) с $D_a(E)$, $\xi = D_a/D$, $\mu = T_e/T$. Из (6.50) вытекает, что отношение $\alpha/(\alpha_e + \alpha_a)$ стремится к единице, когда $(D_a/D) \rightarrow 0$ и $(D_a/D) \rightarrow \infty$. В промежуточной области при $5/2 < \lambda < 7/2$ величина $\alpha/(\alpha_e + \alpha_a)$ как функция ξ имеет максимум. При значениях λ , лежащих вне этого интервала, $\alpha/(\alpha_e + \alpha_a)$ имеет минимум. Если, например, $\lambda = 1/2$, а $(T_e/T) = 5$, то минимальное отношение $\alpha/(\alpha_e + \alpha_a) = 0,25$. Для конкретных случаев, рассмотренных выше, $D \sim E$, а $D_a \sim E^{3/2}$, поэтому $\lambda < 5/2$ и отношение $\alpha/(\alpha_e + \alpha_a)$ может иметь минимум.

Столкновения атом—атом могут вызывать переходы между низколежащими дискретными состояниями и тем самым влиять на кинетику ионизации. Это имеет место, например, на первом этапе развития ионизации при высоких атомарных температурах. Действительно, если $T_e = T$, то, поскольку сечения ионизации и возбуждения при столкновениях атом—атом порядка 10^{-19} — 10^{-20} см² при степенях ионизации менее 10^{-5} — 10^{-7} , эти процессы существенны. Если же $T > T_e$, то столкновения атом—атом могут играть роль и при больших значениях степеней ионизации. Ниже приводится выражение для β , в котором, кроме столкновений с электронами, учтены также атом—атомные и радиационные переходы между основным и нижним возбужденными состояниями ($1 \rightleftharpoons 2$). Эта формула получается из (6.44), если $\chi(E_R/T_e) = 1$, $\Pi_1 = (1 + A_2^R/z_{21} + w_{21}^a/z_{21})/(1 + w_{12}^a/z_{12})$, а $R_{12}^{-1} = n_1^0 z_{12}/p_1$, где $p_1 = 1 + w_{12}^a/z_{12}$. В этом случае

$$\beta^{-1} = (\beta_1 p_1)^{-1} + \beta_2^{-1} \Pi_1. \quad (6.51)$$

Здесь слагаемое $(\beta_1 p_1)^{-1}$ описывает ионизацию за счет переходов

$1 \rightleftharpoons 2$, фактор p_1 отражает рост числа актов возбуждения за счет соударений атом—атом. Слагаемое $\beta_2^{-1}\Pi_1$ характеризует вклад в коэффициент ионизации возбужденных состояний.

6.3.5. Ударно-диссоциативная рекомбинация и ударно-ассоциативная ионизация

При наличии в плазме молекулярных ионов важное значение приобретает диссоциативная рекомбинация. В результате актов диссоциативной рекомбинации электрон попадает в одно из возбужденных состояний. Затем после ряда столкновительных и радиационных процессов он может достигнуть основного состояния или может вновь перейти в континуум. В такой ситуации необходимо совместное рассмотрение диссоциативной и ударно-радиационной рекомбинации. Если радиационные процессы несущественны, то такую совместную рекомбинацию называют ударно-диссоциативной [41]. То же самое относится и к ассоциативной ионизации, поскольку в этом процессе ионизируются возбужденные атомы. Часто реализуются условия, когда равновесие в реакции $A_k + B \rightleftharpoons AB^+ + e$ сильно нарушено и существенно преобладает либо рекомбинация, либо ионизация. Поэтому можно исследовать эти случаи отдельно.

Рассмотрим диссоциативную рекомбинацию совместно с ударно-радиационной. Формально наличие диссоциативной рекомбинации эквивалентно появлению в кинетических уравнениях баланса источников возбужденных атомов (см. подразд. 5.8.1). Поэтому из-за актов диссоциативной рекомбинации меняется населенность возбужденных состояний и меняется поток j в энергетическом пространстве атома, обусловленный ударно-радиационными процессами. Результирующий поток, который определяет dn_e/dt , имеет вид

$$\frac{dn_e}{dt} = \frac{y_1/\Pi_1 - y_e y^+}{R_{1e}} - \left(F_1 + F_2 \frac{R_{2e}}{R_{1e}} + F_3 \frac{R_{3e}}{R_{1e}} + \dots \right), \quad (6.52)$$

где $F_k = n_e n_2^+ d_k$, d_k — коэффициент диссоциативной рекомбинации с образованием возбужденного атома в k -состоянии. Этот поток зависит от номера уровня k . Из (6.52) видно, что произошло «разделение» процессов. Поток состоит из

$$\frac{y_1/\Pi_1 - y_e y^+}{R_{1e}} = n_1 n_e \beta - n_2^+ n^+ \alpha$$

— части, обусловленной ударно-радиационными процессами, и второй части $\left(\sum_k F_k (R_{ke}/R_{1e}) \right)$, обусловленной диссоциативной рекомбинацией. Последнюю обозначим так:

$$F_1 + F_2 \frac{R_{2e}}{R_{1e}} + F_3 \frac{R_{3e}}{R_{1e}} + \dots = n_2^+ n_e d_{\text{эф}},$$

где

$$d_{\text{эф}} = d_1 + d_2 \frac{R_{2e}}{R_{1e}} + d_3 \frac{R_{3e}}{R_{1e}} + \dots \quad (6.53)$$

— эффективный коэффициент диссоциативной рекомбинации. Выражение (6.52) перепишем в виде

$$\frac{dn_e}{dt} = n_1 n_e \beta - n_2^+ n^+ \alpha - n_2^+ n_e d_{\text{эф}}.$$

Эффективный коэффициент диссоциативной рекомбинации, как видно из формулы (6.53), не равен $\sum d_k$, а имеет иную структуру. Член d_1 — прямая рекомбинация в основное состояние, член с d_2 умножен на отношение R_{2e}/R_{1e} . Это отношение можно записать в виде $(1 + R_{12}/R_{2e})^{-1}$. Последняя величина представляет собой вероятность электрону, попавшему на второй уровень, достичь основного состояния. Аналогичный смысл имеет множитель R_{3e}/R_{1e} при d_3 и т. д.

Отметим, что (6.52) справедливо для любого вида рекомбинации. В частности, для радиационной рекомбинации также можно ввести эффективный коэффициент рекомбинации

$$A_{\text{эф}} = A_{e1} + A_{e2} \frac{R_{2e}}{R_{1e}} + A_{e3} \frac{R_{3e}}{R_{1e}} + \dots$$

Отношение R_{ke}/R_{1e} существенно зависит от положения узкого места. Если уровень $k < m$ (квантовое число m характеризует E_m — положение узкого места), то имеет место приближенное равенство $R_{ke}/R_{1e} \simeq 1$. Для уровней с $k > m$ отношение $R_{ke}/R_{1e} \ll \ll 1$. Поэтому приближенно можно записать

$$d_{\text{эф}} \simeq \sum_{k=1}^m d_k. \quad (6.54)$$

Рекомбинация на уровни $k > m$ существенного вклада в $d_{\text{эф}}$ не дает, поскольку электроны, попавшие в результате рекомбинации на эти состояния, с большой вероятностью за счет ударных процессов возвращаются в континуум.

В качестве примера рассмотрим ситуацию в плазме, являющейся рабочей средой эксимерных лазеров (см. гл. 5). В такой плазме за счет конверсии атомарных ионов в тройных соударениях образуются молекулярные ионы. Последние рекомбинируют с электронами, образуя возбужденные атомы аргона с энергиями связи $E = 2,4 \div 2,6$ эВ. Этим энергиям соответствует третий уровень упрощенной схемы термов атома аргона (см. Приложение 3, рис. 1, в).

Для условий в плазме с $n_e = 5 \cdot 10^{17} \text{ см}^{-3}$, $T_e = 1$ эВ, $n_a = 5 \cdot 10^{19} \text{ см}^{-3}$ радиационные переходы несущественны. Расчет распределения потоков, сопротивлений и населенностей, выполненный в подразд. 5.8.2, дал значения $F_3 = 2,57 \cdot 10^{25} \text{ см}^{-3}/\text{с}$, полного потока $j = 1,79 \cdot 10^{23} \text{ см}^{-3}/\text{с}$. Видим, что поток частиц за

счет диссоциативной рекомбинации велик, но только около 0,5% от него достигает основного состояния. Диссоциативная рекомбинация в этих условиях не эффективна, поскольку она идет на третий уровень, лежащий выше узкого места. Узкое место расположено в интервале $E_1 - E_2$ (см. подразд. 5.8.2). Этот пример показывает, что захват электрона на возбужденный уровень еще не означает его рекомбинацию, которая в конечном счете определяется совокупностью большого числа элементарных процессов.

Рассмотрим случай ударно-ассоциативной ионизации. Ассоциативная ионизация осуществляется с какого-либо возбужденного состояния k (ассоциативная ионизация из основного состояния атома является прямой ионизацией и суммируется со ступенчатой). Общее решение этой задачи проведено в разд. 5.8.2. Суммарная скорость ионизации определяется выражением

$$j = \frac{y_1/\Pi_1}{R_{1e}R_{1k}} \left(R_{1e} - \frac{R_{ke}}{1 + \xi_k} \right) - \frac{y_e y^+}{R_{1e}(1 + \xi_k)}, \quad (6.55)$$

где $\xi_k = R_{1k}R_{ke}/(R_{1e}R_k)$, $R_k^{-1} = n_k^0 \beta_k^a \Pi_k n_a$, $\beta_k^a n_a$ — скорость ассоциативной ионизации k -уровня.

Рассмотрим случай, когда роль ассоциативной ионизации существенна. Это возможно, если $\xi_k = 1/[R_k(1/R_{1k} + 1/R_{ke})] \gg 1$. Из (6.55) при $\xi_k \gg 1$ вытекает

$$j = \frac{y_1}{\Pi_1 R_{1k}} = n_1 n_e \beta \frac{R_{1e}}{R_{1k}}.$$

Видно, что возник коэффициент $\beta_{эф} = \beta (R_{1e}/R_{1k})$, учитывающий сокращение длины канала ионизации. Поскольку ассоциативная ионизация идет очень интенсивно, электрон, достигший уровня k в процессе ступенчатой ионизации, далее мгновенно ионизируется ассоциативным путем. Если для R воспользоваться приближенными формулами (5.35), то

$$\beta_{эф} = \beta \frac{\chi_1}{\chi_1 - \chi_k},$$

где $\chi_1 = \chi(E_1/T_e)$, $\chi_k = \chi(E_k/T_e)$. Отсюда следует, что уровень k лежит ниже узкого места, отношение $\chi_1/(\chi_1 - \chi_k)$ намного превышает единицу и скорость ионизации сильно возрастает. Если же в ассоциативной ионизации участвует состояние k с энергией $E_k < E_m$, то ассоциативная ионизация слабо влияет на суммарную скорость ионизации. Согласно данным [42], сечение ассоциативной ионизации атома Cs в 6D-состоянии составляет $4 \cdot 10^{-16}$ см². При $T_e = 0,2$ эВ фактор $\chi_k/(\chi_1 - \chi_k)$ для этого уровня равен 1,8. Это означает, что суммарная скорость ударно-ассоциативной ионизации может возрасти по сравнению со скоростью ударной ионизации не более чем в 1,8 раза.

6.4. Концентрация электронов в неравновесных стационарных условиях

В неравновесных стационарных условиях генерация электронов в объеме компенсируется их уходом из данного объема за счет, например, пространственного переноса. Или, напротив, электроны, исчезающие в объеме в процессе рекомбинации, появляются в этом же объеме благодаря наличию источников внешней ионизации. В результате устанавливается некоторая неравновесная концентрация электронов. Задача состоит в нахождении этой неравновесной концентрации.

Баланс числа электронов можно записать для стационарных условий в следующем виде:

$$n_1 n_e \beta - n_e^2 n^+ \alpha + F_e - n_e G_e = 0, \quad (6.56)$$

где F_e — источник электронов в данной точке объема, G_e — рассчитанная на один электрон скорость ухода электронов из данного объема.

Появление электронов в данном элементе объема может быть вызвано, например, внешним ионизирующим облучением или электронным пучком. В последнем случае $F_e = n_1 S q_1$, где S — плотность потока электронов пучка, q_1 — сечение ионизации атома из основного состояния. Уход электронов из данной точки объема связан прежде всего с их диффузией в координатном пространстве. Учет в (6.56) этого процесса требует, вообще говоря, решения задачи о пространственном распределении параметров плазмы с конкретными условиями на границах. Чтобы избежать этого, воспользуемся приближенным описанием пространственного переноса с помощью характерного времени диффузии τ_D . В этом случае приближенно $G_e \simeq 1/\tau_D$. Уменьшение числа электронов может быть связано также и с другими процессами, например с образованием отрицательных ионов.

Решение уравнения (6.56) позволяет определить концентрацию электронов в неравновесных стационарных условиях. В литературе иногда уравнение, подобное (6.56), называют «обобщенным уравнением Саха». Действительно, если в (6.56) устранить все факторы неравновесности и рассматривать чисто столкновительную кинетику, то из условия $\beta = K_1 \alpha$ получаем, что n_1 и n_e связаны формулой Саха с электронной температурой. Ниже рассматриваются различные случаи неравновесных стационарных условий в плазме.

6.4.1. Уравнение для неравновесной концентрации электронов

Преобразуем уравнение (6.56) к более удобному виду. Воспользуемся тем, что суммарная концентрация тяжелых частиц ($n_e + n_1 \simeq n$) часто не зависит от условий в плазме. Исключим n_1 и воспользуемся связью (6.38) между α и β , справедливой для удар-

но-радиационной кинетики. Тогда, полагая $n^+ = n_e$, из (6.56) получим

$$n_e^3 + n_e^2 \frac{K_1}{\Pi_1} - n_e \frac{K_1}{\Pi_1} n \left(1 - \frac{G_e}{n\beta}\right) - \frac{F_e K_1}{\beta \Pi_1} = 0. \quad (6.57)$$

Для решения этого уравнения нужны конкретные выражения для β , G_e , F_e . Рассмотрим некоторые предельные случаи.

Пусть поток j обусловлен пространственным перемещением электронов $G_e = 1/\tau_D$, а кинетика ионизации и рекомбинации является чисто столкновительной ($\Pi_1 = 1$). Примем в (6.57) $F_e = 0$. Тогда оно приобретает вид

$$n_e^2 + K_1 n_e - K_1 n [1 - (\beta \tau_D n)^{-1}] = 0. \quad (6.58)$$

В этом предельном случае β не зависит от концентрации электронов. Уравнение допускает физически разумное решение, если $\beta \tau_D n > 1$. В противном случае задача не имеет стационарного решения. Отметим, что при $\tau_D \rightarrow \infty$ $n_e = n_e^0$.

Рассмотрим случай, когда неравновесность обусловлена только выходом излучения. Пусть концентрация электронов такова, что радиационные переходы играют роль для трех нижних состояний атома. В этом случае

$$\Pi_1 = (1 + A_2^R/z_{21})(1 + A_3^R/z_{32}). \quad (6.59)$$

Как было показано в подразд. 6.3.3, для атома гелия эта формула справедлива при $n_e > 10^{14}$ см⁻³ (сравним с (6.45)). Уравнение (6.57) приобретает вид

$$n_e^2 + n_e \frac{K_1}{\Pi_1} - \frac{K_1}{\Pi_1} n = 0. \quad (6.60)$$

Подставляя (6.59) в (6.60), получим

$$n_e^2 + n_e (A_2^R/z'_{21} + A_3^R/z'_{32}) - n_1 K_1 + A_2^R A_3^R / (z'_{21} z'_{32}) = 0. \quad (6.61)$$

Величины z'_{21} и z'_{32} рассчитаны на один электрон ($z_{21} = n_e z'_{21}$).

Если на концентрацию электронов оказывают влияние и выход излучения, и диффузия, то уравнение для ее определения приобретает вид

$$n_e^2 + n_e \frac{K_1}{\Pi_1} - \frac{K_1}{\Pi_1} n \left(1 - \frac{1}{n \tau_D \beta}\right) = 0. \quad (6.62)$$

Здесь Π_1 и β зависят от n_e . Воспользуемся приближенным выражением (6.44) для β и подставим его в (6.62), тогда

$$n_e^2 + n_e \frac{K_1}{\Pi_1} - \frac{K_1}{\Pi_1} n \left(1 - \frac{1}{n \tau_D \beta_1}\right) + \frac{K_1}{\tau_D \beta_2} \chi(E/T_e) = 0. \quad (6.63)$$

Напомним, что $\bar{E} = \min(E_2, E_R)$. Последнее слагаемое в (6.63) слабо зависит от n_e . Основная зависимость от n_e содержится в радиационных факторах Π_1 .

6.4.2. Обсуждение экспериментальных данных и сопоставление их с результатами теории

Примером плазмы с неравновесной степенью ионизации может служить плазма стационарного разряда в смеси аргона с цезием, исследованная в работе [43]. На рис. 6.8 представлены температура электронов, температура ионизации T_i и концентрация электронов в зависимости от давления паров цезия. Под температурой ионизации понимается такая температура, которая связывает условием ионизационного равновесия реализующиеся в плазме концентрации атомов, электронов и ионов

$$n_1 K_1(T_i) = n_e n^+,$$

где $K_1(T_i)$ — константа ионизационного равновесия, заданная формулой Саха.

В условиях работы [43] плазма недоионизована, что было связано с диффузией заряженных частиц к стенкам и отсутствием

Рис. 6.8. Значения T_e , T_i , n_e в зависимости от давления паров цезия [43] (давление аргона 240 мм рт.ст., $I = 10,5A$)

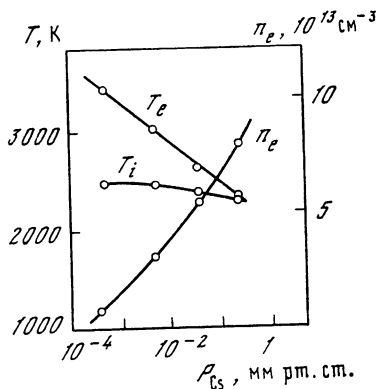


Рис. 6.9. Зависимость концентрации электронов от температуры в центре разрядной трубки [44]

Расчет: 1 — равновесные значения, 2 — учтен выход излучения, 3 — учтен выход излучения и амбиполярная диффузия.

Эксперимент: 4 — значения n_e , измеренные по рекомбинационному континууму, 5 — n_e , измеренные зондовым методом, 6 — разброс расчетной кривой [при варьировании коэффициента диффузии вдвое]

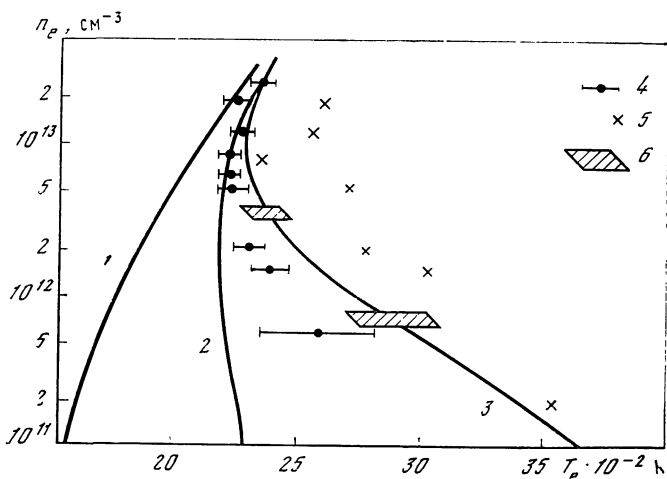


Таблица 6.7. Экспериментальные и расчетные значения степени ионизации x стационарной неравновесной плазмы

| Состав | n , см ⁻³ | n_e , см ⁻³ | $T_e \cdot 10^{-3}$, К | R , см | x | | | Литература |
|---------|------------------------|--------------------------|-------------------------|----------|-------------------|-------------------|-------------------|------------|
| | | | | | эксперимент | расчет | | |
| | | | | | | по (6.62) | по Саха | |
| H + Ar | 2,2 ¹⁸ | 2 ¹⁵ | 9,3 | 0,15 | 0,9 ⁻³ | 1,3 ⁻³ | 8,0 ⁻³ | [45] |
| Cs + Ar | 1,6 ¹³ | 5 ¹² | 3,1 | 0,8 | 0,31 | 0,45 | 0,9 | [46] |
| Cs + Ar | 4,3 ¹² | 2 ¹² | 3,9 | 1,0 | 0,46 | 0,58 | 1,0 | [46] |

равновесной населенности возбужденных состояний, вызванным выходом излучения. Ионизационное равновесие достигалось с ростом n_e при $n_e \gtrsim 10^{14}$ см⁻³.

В работе Сайе и др. [44] исследовался разряд в парах цезия. Концентрация электронов определялась по интенсивности ионизационного континуума и зондовыми методами.

На рис. 6.9 представлена зависимость n_e от T_e при $n_{Cs} = 10^{15}$ см⁻³, а также три расчетные кривые, полученные авторами работы [44]. Из рисунка видно, что линия 3 ближе всего соответствует экспериментальным условиям. Учет только выхода излучения недостаточен. Видно, что отклонение от формулы Саха весьма значительно. Расчет n_e в этой работе был выполнен путем численного определения коэффициента ионизации с учетом выхода излучения и амбиполярной диффузии.

Рассмотрим несколько примеров использования уравнения (6.62) в конкретных экспериментальных условиях. В табл. 6.7 приводятся экспериментальные и расчетные значения степени ионизации $x = n_e / (n_e + n_1)$ для стационарных неравновесных условий. В работе [45] исследовалась дуга, горящая в аргоне с добавкой водорода. Основной причиной неравновесности была диффузия зарядов из центральных областей дуги к ее границам. В работе [46] причиной неравновесности были диффузия зарядов и радиационные переходы в атоме цезия. Расчетные и экспериментальные значения степеней ионизации удовлетворительно соответствуют друг другу и заметно отличаются от равновесных значений.

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ЭЛЕКТРОНОВ ПО ЭНЕРГИЯМ И БАЛАНС ЭНЕРГИИ ЭЛЕКТРОНОВ

Важная информация о каждой из компонент плазмы — электронах, атомах и ионах — содержится в функциях распределения по скоростям $f(\mathbf{v})$. Функция распределения определяется таким образом, что величина $nf(\mathbf{v})$ (n — локальная плотность частиц) дает плотность частиц, скорость которых лежит в интервале от \mathbf{v} до $\mathbf{v} + d\mathbf{v}$. По определению $f(\mathbf{v})$ нормирована на единицу

$$\int f(\mathbf{v}) d\mathbf{v} = 1.$$

Зная функцию распределения, можно определить различные усредненные параметры газа. Например, средняя энергия поступательного движения частицы

$$\bar{\varepsilon} = \int (mv^2/2) f(\mathbf{v}) d\mathbf{v}.$$

В случае термодинамического равновесия функция распределения по скоростям является максвелловской

$$f(\mathbf{v}) = (m/2\pi T)^{3/2} \exp(-mv^2/2T), \quad (7.1)$$

где T — температура газа, m — масса частицы. Максвелловская функция распределения зависит лишь от модуля скорости, т. е. от энергии $\varepsilon = mv^2/2$:

$$f(\varepsilon) = (2/\sqrt{\pi}) T^{-3/2} \exp(-\varepsilon/T). \quad (7.2)$$

Нормировка функции распределения по энергиям принимает вид $\int_0^\infty f(\varepsilon) \sqrt{\varepsilon} d\varepsilon = 1$. Функция распределения может зависеть также от времени и координат $f(\mathbf{v}, t, \mathbf{r})$, характеризуя распределение частиц по скоростям в нестационарной и неоднородной плазме.

Обладая малой массой частиц, электронный газ наиболее восприимчив к внешним воздействиям. Если функции распределения атомов и ионов по скоростям почти всегда близки к максвелловским, то функция распределения электронов в неравновесной плазме может существенно отличаться от равновесной. Даже в сравнительно слабом электрическом поле возможен «отрыв» температуры электронов T_e от температуры газа T и резкое отличие функции распределения по энергиям от максвелловской. В гл. 4 приведены соответствующие критериальные соотношения. Отличие функции распределения от максвелловской, т. е. неравновесность функции распределения, может приводить к весьма существенным вторичным эффектам.

Ниже записывается кинетическое уравнение для функции распределения электронов, обсуждаются методы его решения и границы применимости. Рассматривается влияние неупругих процессов и сильных электрических полей на функцию распределения по энергиям. Получены выражения для коэффициентов ионизации в условиях, когда это распределение является неравновесным. Обсуждается баланс энергии электронов.

7.1. Кинетическое уравнение и баланс энергии электронов

Кинетическое уравнение Больцмана описывает движение электронов как классических частиц, испытывающих время от времени столкновения с другими частицами плазмы. Это уравнение представляет собой уравнение баланса частиц в фазовом пространстве

$$f(\mathbf{v} + d\mathbf{v}, \mathbf{r} + d\mathbf{r}, t + dt) - f(\mathbf{v}, \mathbf{r}, t) = I dt. \quad (7.3)$$

Интеграл столкновений I учитывает появление или исчезновение электронов со скоростью \mathbf{v} в окрестности точки \mathbf{r} , происходящих в единицу времени в результате различных столкновений. Поскольку $d\mathbf{r} = \mathbf{v}dt$, $d\mathbf{v} = (\mathbf{F}/m)dt$, где \mathbf{F} — внешняя сила, действующая на электрон, то (7.3) преобразуется к виду

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{v} \frac{\partial f}{\partial \mathbf{r}} + \frac{\mathbf{F}}{m} \frac{\partial f}{\partial \mathbf{v}} = I. \quad (7.4)$$

В пространственно-однородной стационарной плазме уравнение Больцмана для электронов во внешнем электрическом поле \mathcal{E} принимает вид

$$(e\mathcal{E}/m) df(\mathbf{v})/d\mathbf{v} = I. \quad (7.5)$$

Вопросы, связанные с выводом и решением уравнения Больцмана в газах, наиболее полно рассмотрены в монографии Чепмена и Каулинга [1]. Уравнение Больцмана для электронов рассмотрено во многих монографиях, например [2—6]. Не будем приводить последовательный вывод выражений интегралов упругих столкновений электронов с различными частицами плазмы, а напомним основные этапы этого вывода и подчеркнем сделанные допущения. Больше внимание уделим влиянию неупругих столкновений и сильных электрических полей на функцию распределения, а также балансу энергии электронов.

7.1.1. Слабоионизованная плазма

На функцию распределения воздействуют столкновения электронов с различными частицами плазмы. Если степень ионизации x мала, то преобладают столкновения электронов с атомами, а столкновениями между заряженными частицами можно пренебречь. С этой точки зрения плазма может считаться слабоионизованной, если $x \lesssim 10^{-6} - 10^{-7}$ (см. начало подразд. 7.1.2). Функция распре-

деления электронов в слабоионизованной плазме в наибольшей степени чувствительна к воздействию внешних полей, поскольку обмен энергией между электронами и атомами затруднен большой разницей масс.

Если пренебречь неупругими столкновениями, то интеграл столкновений электронов с атомами имеет вид

$$I = n_a \iint [f(\mathbf{v}')F(\mathbf{v}'_1) - f(\mathbf{v})F(\mathbf{v}_1)] |\mathbf{v} - \mathbf{v}_1| q(\Omega, |\mathbf{v} - \mathbf{v}_1|) d\Omega d\mathbf{v}_1, \quad (7.6)$$

где \mathbf{v} и \mathbf{v}' — скорости электронов до и после соударения, \mathbf{v}_1 и \mathbf{v}'_1 — скорости атомов до и после соударения, $F(\mathbf{v}_1)$ — функция распределения атомов, $q(\Omega, |\mathbf{v} - \mathbf{v}_1|)$ — дифференциальное сечение рассеяния электрона на атоме, Ω — угол между направлениями $(\mathbf{v} - \mathbf{v}_1)$ и $(\mathbf{v}' - \mathbf{v}'_1)$. Сечение рассеяния q содержит в себе специфику взаимодействия электрона с атомами различных газов, n_a — концентрация атомов.

Поскольку масса электрона m много меньше массы атома M , то при каждом столкновении с атомом абсолютное значение скорости электрона и тем самым его энергия меняются мало. Поэтому функция распределения $f(\mathbf{v})$ близка к сферически-симметричной. Это позволяет ограничиться приближенным описанием угловой зависимости функции распределения по скоростям. Следовательно, в разложении $f(\mathbf{v})$ по полиномам Лежандра

$$f(\mathbf{v}) = \sum_{k=0}^{\infty} f_k(v) P_k(\cos \theta), \quad (7.7)$$

где θ — угол между \mathbf{v} и полем \mathcal{E} , можно удержать лишь два первых члена

$$f(\mathbf{v}) = f_0(v) + \cos \theta f_1(v). \quad (7.8)$$

Интеграл столкновений представляется в виде

$$I(f) = I(f_0) + I(f_1 \cos \theta). \quad (7.9)$$

Далее увидим, что разложение (7.8) фактически является разложением по малому параметру $(m/M)^{1/2}$. Функция $f_1(v)$ — симметричная часть $f(\mathbf{v})$ — определяет распределение электронов по энергиям, $f_1(v)$ — асимметричная часть — позволяет вычислить скорость дрейфа и другие кинетические характеристики электронного газа.

Интеграл столкновений (7.6) можно упростить, если учесть, что скорость атома много меньше скорости электрона ($v_1 \ll v$) и мало меняется при столкновении, а также то, что скорость электрона \mathbf{v} мало меняется по абсолютной величине. Тогда для $I(f_0)$ и $I(f_1 \cos \theta)$ можно получить (см., например, [3])

$$I(f_0) = \frac{m}{M} \frac{1}{v^2} \frac{\partial}{\partial v} \left[v^3 \mathbf{v}(v) \left(f_0 + \frac{T}{mv} \frac{\partial f_0}{\partial v} \right) \right], \quad (7.10)$$

$$I(f_1 \cos \theta) = -v(v) f_1 \cos \theta, \quad (7.11)$$

где $\nu(v) = n_a q(v)v$ — частота столкновений, $q(v)$ — транспортное сечение рассеяния электрона на атоме. Выражение (7.10) имеет вид дивергенции потока электронов в пространстве энергии. Диффузионный характер потока явно отражает то, что энергия электрона может изменяться лишь в результате большого числа последовательных столкновений. Интеграл столкновений $I(f_1 \cos \theta)$ (7.11) имеет вид, характерный для τ -приближения. В самом деле, из (7.8), (7.9), (7.11) следует, что кинетическое уравнение для асимметричной части f_1 в отсутствие внешнего поля имеет вид

$$\frac{\partial f_1}{\partial t} = -\frac{f_1}{\tau}, \quad \tau = \frac{1}{\nu(v)}. \quad (7.12)$$

При снятии поля \mathcal{E} функция f_1 затухает экспоненциально с характерным временем, равным времени свободного пробега электрона τ . Это соответствует тому, что вследствие малости отношения масс m/M направление скорости электрона сильно меняется при каждом столкновении.

Подставив (7.10) и (7.11) в (7.5) и умножив уравнение Больцмана на полиномы Лежандра P_0 и P_1 , проинтегрируем его по углам. Получаем систему уравнений относительно f_0 и f_1

$$\frac{e\mathcal{E}}{3m} \frac{1}{v^2} \frac{\partial}{\partial v} (f_1 v^2) = \frac{1}{v^2} \frac{\partial}{\partial v} \left[\frac{m}{M} v^3 \nu(v) \left(f_0 + \frac{T}{mv} \frac{\partial f_0}{\partial v} \right) \right], \quad (7.13)$$

$$-\frac{e\mathcal{E}}{m} \frac{\partial f_0}{\partial v} = \nu(v) f_1. \quad (7.14)$$

Подставляя (7.14) в (7.13) и делая замену переменных $\varepsilon = mv^2/2$, получаем уравнение для симметричной части f_0

$$-\frac{2e^2 \mathcal{E}^2}{3m} \frac{1}{\sqrt{\varepsilon}} \frac{\partial}{\partial \varepsilon} \left[\frac{\varepsilon^{3/2}}{\nu(\varepsilon)} \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} \right] = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon}} \frac{\partial}{\partial \varepsilon} \left[\varepsilon^{3/2} \delta \nu(\varepsilon) \left(f_0 + T \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} \right) \right], \quad (7.15)$$

где $\delta = 2m/M$. Решая (7.15), (7.14), получаем выражения f_0 и f_1 , впервые найденные Давыдовым [7]:

$$f_0 = c \exp \left[-\int_0^\varepsilon \frac{d\varepsilon'}{T + (e^2 \mathcal{E}^2 M / 3m^2 \nu^2(\varepsilon'))} \right], \quad (7.16)$$

$$f_1 = \frac{e\mathcal{E}}{\nu(\varepsilon)} \frac{f_0 \sqrt{\varepsilon 2/m}}{T + (e^2 \mathcal{E}^2 M / 3m^2 \nu^2(\varepsilon))}. \quad (7.17)$$

Поскольку асимметричная функция f_1 вкладывает в нормировку не дает, то константа c определяется условием $\int f_0(\varepsilon) \sqrt{\varepsilon} d\varepsilon = 1$.

Сопоставляя (7.16) и (7.17), убедимся в справедливости разложения (7.8):

$$\frac{f_1}{f_0} = \frac{e\mathcal{E} \sqrt{\varepsilon 2/m}}{\nu(\varepsilon) [T + e^2 \mathcal{E}^2 M / 3m^2 \nu^2(\varepsilon)]}. \quad (7.18)$$

При некотором значении поля \mathcal{E} отношение f_1/f_0 становится максимальным, причем в максимуме $f_1/f_0 \sim \sqrt{m/M} \ll 1$. Это подтверждает допущение, сделанное при разложении $f(v)$ (7.8).

Обсудим (7.16) и (7.17), дающие функцию распределения электронов по скоростям в постоянном электрическом поле. Поскольку частота $\nu(\epsilon) \sim n$, то f_0 и f_1 для данного газа являются универсальными функциями параметра \mathcal{E}/n . В слабых электрических полях или при больших плотностях газа, когда параметр \mathcal{E}/n мал, выполняется неравенство

$$T \gg e^2 \mathcal{E}^2 M / 3m^2 \nu^2(\epsilon). \quad (7.19)$$

Это означает, что f_0 близка к максвелловской. Более сильные поля нагревают электроны, видоизменяя их функцию распределения. Но если частота столкновений $\nu(\epsilon)$ не зависит от энергии (т. е. сечение $q(\epsilon) \sim \epsilon^{-1/2}$), то f_0 остается максвелловской. Температура, характеризующая это распределение, называется температурой электронов

$$T_e = T + (e^2 \mathcal{E}^2 M / 3m^2 \nu^2). \quad (7.20)$$

Зависимость (7.20) также следует из простых оценок. Изменение скорости электрона Δv на длине свободного пробега в поле \mathcal{E} равно $\Delta v = e\mathcal{E}/m\nu$. Соответствующее среднее изменение энергии $\Delta \epsilon = m\Delta v^2 = e^2 \mathcal{E}^2 / m\nu^2$. В результате последующего столкновения электрон отдает атому энергию $(m/M)T_e$. Баланс потерь и приобретений дает $T_e \simeq e^2 \mathcal{E}^2 M / m^2 \nu^2$, что соответствует (7.20), если $T_e \gg T$.

В некоторых газах при малых энергиях сечение q не зависит от энергии. Тогда при сильном нагреве f_0 принимает вид

$$f_0 = c \exp \left[- \frac{3mn^2 q^2}{Me^2 \mathcal{E}^2} \epsilon^2 \right]. \quad (7.21)$$

Распределение (7.21) называется дрюйвестейновским. При больших ϵ оно очень сильно отличается от максвелловского (7.2), что весьма важно для неупругих столкновений, которые будут рассмотрены ниже. Поскольку сечение рассеяния обычно довольно сложно зависит от ϵ , то в реальной экспериментальной ситуации (7.21) и (7.2) часто непригодны для описания $f_0(\epsilon)$. Например, в гелии $q(\epsilon) \approx q$ до энергии $\epsilon^* \approx 3,5$ эВ, где q — константа, а при больших энергиях $q(\epsilon) \approx q\sqrt{\epsilon^*/\epsilon}$. Тогда, проводя интегрирование в (7.16), получаем

$$\begin{aligned} f_0(\epsilon) &= c \exp(-\epsilon^2/\bar{\epsilon}^2), & \epsilon \leq \epsilon^*, \\ f_0(\epsilon) &= c \exp[-(\epsilon^*/\bar{\epsilon})^2(2\epsilon/\epsilon^* - 1)], & \epsilon \geq \epsilon^*, \end{aligned} \quad (7.22)$$

¹ Отметим, что универсальность зависимостей от параметра \mathcal{E}/n носит более общий характер и имеет место, пока в интеграле столкновений существенны только парные столкновения.

Поскольку в слабоионизованной плазме n_a очень близко к n , то индекс a далее опускается.

где величина средней энергии $\bar{\varepsilon} = e\mathcal{E}/(nq\sqrt{3\delta/2})$. Если $\bar{\varepsilon} \ll \varepsilon^*$, то нормировочная константа $c = 2\bar{\varepsilon}^{-3/2}/\Gamma(3/4)$. В гелии, таким образом, при $\varepsilon \leq \varepsilon^*$ реализуется дрюйвестейновское распределение, имеющее в показателе экспоненты квадрат энергии. При $\varepsilon > \varepsilon^*$ оно сменяется максвелловским распределением с «температурой» $\bar{\varepsilon}^2/2\varepsilon^*$.

Специфические особенности функции распределения электронов в переменном электрическом поле рассматриваться не будут. Подробное обсуждение этих вопросов можно найти, например, в [2—4]. Нетрудно записать выражение для $f_0(\varepsilon)$ в высокочастотном поле $\mathcal{E}(t) = \mathcal{E}_0 \cos(\omega t)$, если $\omega \gg \delta\nu(\varepsilon)$. Поскольку в этом случае период изменения поля много меньше времени релаксации функции f_0 , то эта функция практически не успевает следовать за изменением поля. Поэтому выражение для симметричной части совпадает с (7.16), если заменить в нем \mathcal{E}^2 на $\mathcal{E}_{\text{эф}}^2$. Эффективное поле вводится следующим выражением:

$$\mathcal{E}_{\text{эф}}^2 = 1/2 \mathcal{E}_0^2 \nu^2 / (\nu^2 + \omega^2), \quad (7.23)$$

в котором множитель $1/2$ возникает при усреднении $\mathcal{E}^2(t)$ по периоду поля ($\overline{\mathcal{E}^2(t)} = \mathcal{E}_0^2/2$). Легко видеть, что при очень высоких частотах $\omega \gg \nu(\varepsilon)$ распределение будет максвелловским при любой зависимости $\nu(\varepsilon)$. При этом температура электронов

$$T_e = T + e^2 \mathcal{E}_0^2 M / 6m^2 \omega^2. \quad (7.24)$$

Рассмотрим баланс энергии электронов в электрическом поле. Электроны нагреваются полем, а теряют энергию при упругих столкновениях с атомами (роль неупругих столкновений будет обсуждаться ниже). Баланс энергии электронов получим, умножая (7.15) на $n_e \varepsilon$ и усредняя по функции распределения f_0 . Тогда приходим к следующим выражениям:

$$\sigma \mathcal{E}^2 = Q_{el}, \quad (7.25)$$

$$Q_{el} = \delta n_e \left[\int_0^\infty f_0 \nu(\varepsilon) \varepsilon^{3/2} d\varepsilon + T \int_0^\infty \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} \nu(\varepsilon) \varepsilon^{3/2} d\varepsilon \right], \quad (7.26)$$

$$\sigma = en_e \mu, \quad \mu = -\frac{2e}{3m} \int_0^\infty \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} \frac{\varepsilon^{3/2} d\varepsilon}{\nu(\varepsilon)}. \quad (7.27)$$

Здесь Q_{el} — скорость потерь энергии при упругих столкновениях, $\sigma \mathcal{E}^2$ — мощность, поглощаемая электронами («джоулев нагрев»), σ — коэффициент электронной электропроводности, μ — подвижность электронов. Формула (7.27) соответствует лоренцевскому приближению в кинетической теории газов. Оно применимо, поскольку электрон является легкой частицей, движущейся в среде хаотично расположенных атомов, которые можно считать неподвижными ($M/m \gg 1$). Скорость $w = \mu \mathcal{E}$ называется скоростью дрейфа электронов в поле \mathcal{E} .

Подвижность пропорциональна усредненному времени свободного пробега $\tau(\varepsilon) = v(\varepsilon)^{-1}$. Если частота $\nu(\varepsilon)$ не зависит от ε , то

$$\mu = e/m\nu. \quad (7.28)$$

Выражение для упругих потерь энергии (7.26), если f_0 близко к максвелловскому распределению с температурой T_e , приобретает простой вид

$$Q_{el} = \delta n_e (1 - T/T_e) \int_0^{\infty} f_0 \nu(\varepsilon) \varepsilon^{3/2} d\varepsilon. \quad (7.29)$$

При $\nu = \text{const}$

$$Q_{el} = \delta n_e \nu \frac{3}{2} (T_e - T). \quad (7.30)$$

Зависимость $\nu(\varepsilon)$ может быть приближенно учтена, если в (7.28), (7.30) подставлять средние значения $\nu(\bar{\varepsilon})$ или $\nu(\bar{\varepsilon})$. Однако при сильных зависимостях $\nu(\varepsilon)$, когда имеет место эффект Рамзауэра, такие оценки становятся весьма приближенными.

Условия, характерные для слабоионизованной плазмы, хорошо реализуются в экспериментах, в которых изучается дрейф электронного облака во внешнем поле. Электроны инжектируются в холодный газ, степени ионизации малы. Среди измеряемых в этих экспериментах величин — скорость дрейфа и отношение коэффициента диффузии электронов D к их подвижности μ . Выражение для коэффициента диффузии, полученное в рамках тех же допущений, что и выражение для подвижности (7.27), имеет следующий вид:

$$D = \frac{2}{3m} \int_0^{\infty} f_0 \frac{\varepsilon^{3/2}}{\nu(\varepsilon)} d\varepsilon. \quad (7.31)$$

Если f_0 можно считать максвелловской, то $eD/\mu = T_e$. Если нет, то $eD/\mu = F\bar{\varepsilon}$, где $\bar{\varepsilon}$ — средняя энергия электронов в поле \mathcal{E} и F — численный коэффициент, практически всегда находящийся между 1 и $1/2$. Таким образом, величина eD/μ дает оценку средней энергии и иногда называется характеристической энергией.

Исчерпывающий обзор результатов дрейфовых исследований можно найти в [8]. Измеряемые величины представляются в зависимости от параметра \mathcal{E}/n . Как следует из полученных выше формул, при данной температуре газа T величины скорости дрейфа, средней энергии и т. п. зависят лишь от этого параметра. На рис. 7.1, а, б представлены результаты измерений скорости дрейфа и характеристической энергии eD/μ в аргоне при двух значениях температуры газа [9].

При малых \mathcal{E}/n скорость дрейфа линейно зависит от этого параметра и чувствительна к значению температуры газа. При $\mathcal{E}/n \gtrsim 3 \cdot 10^{-20}$ В·см² зависимость от \mathcal{E}/n в аргоне перестает быть

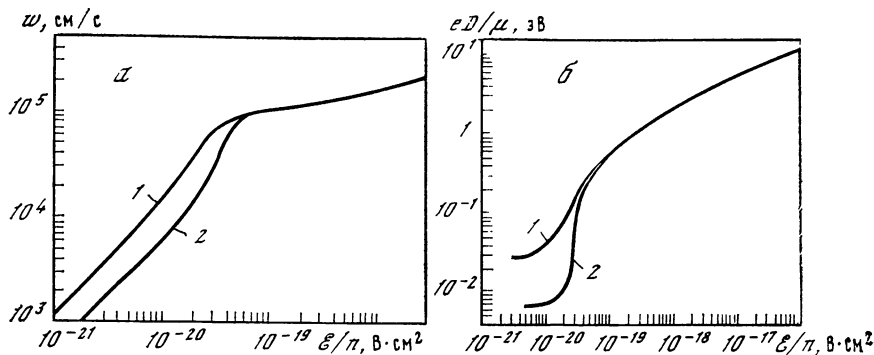


Рис. 7.1. Зависимости скорости дрейфа (а) и характеристической энергии (б) электронов в аргоне от параметра \mathcal{E}/n при $T = 300$ К (1) и 77 К (2) [9]

линейной, а зависимость от температуры газа далее исчезает совсем. Эти важные эффекты связаны с тем, что для малых \mathcal{E}/n электроны термализованы, т. е. их средняя энергия равна T . При больших \mathcal{E}/n энергия, получаемая электронами в интервалах времени между последовательными столкновениями, становится сравнимой с T , и средняя энергия $\bar{\epsilon}$ возрастает. Когда $\bar{\epsilon}$ оказывается много большей T , то, естественно, зависимость от T исчезает.

7.1.2. Сильноионизованная плазма

В соответствии с определением, данным в начале предыдущего подраздела, в сильноионизованной плазме функция распределения формируется главным образом столкновениями между заряженными частицами. Большая разница в массах электронов и ионов препятствует интенсивному обмену энергией между ними. Поэтому межэлектронные столкновения устанавливают максвелловское распределение электронов по энергиям с температурой T_e (дадим ему верхний индекс нуль), определяемой суммарным запасом энергии электронного газа

$$f^0(\epsilon) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} T_e^{-3/2} \exp(-\epsilon/T_e). \quad (7.32)$$

Межэлектронные столкновения не могут, естественно, изменить этот запас энергии. Он изменяется в результате столкновений с тяжелыми частицами и движения электронов во внешнем поле. Одновременно эти же процессы вызывают отклонения от максвелловского распределения.

Используя выражение для сечения кулоновского рассеяния, приведенное в гл. 2, частоту межэлектронных столкновений запишем в виде

$$\nu_e(\epsilon) = \pi e^4 n_e \lambda / (\sqrt{2m} \epsilon^{3/2}), \quad (7.33)$$

где λ — «кулоновский логарифм» $\lambda = \ln [9T_e^3 / (4\pi e^6 n_e)]$. Дальню-

действующий характер кулоновского взаимодействия приводит к известным трудностям при введении представлений о парных столкновениях заряженных частиц (например, [10]). Рассеяние кулоновски взаимодействующих частиц характеризуется преобладанием роли взаимодействий на больших прицельных расстояниях. При этом, если не вводить обрезания взаимодействия, результатом чего является логарифм λ в (7.33), то сечения рассеяния расходятся. Взаимодействие обрезается на большом прицельном расстоянии, близком к радиусу дебаевского экранирования.

Благодаря преобладанию взаимодействий на больших прицельных расстояниях, можно считать, что энергия электрона при каждом отдельном столкновении меняется мало. Это позволяет записать интеграл столкновений в диффузионном, фоккер-планковском виде. Впервые это было сделано Ландау. В ряде работ можно найти детальное обсуждение структуры интеграла столкновений (например, [11, 12]). Поскольку вывод является довольно громоздким, то, следуя [13], воспользуемся некоторыми дополнительными упрощениями, чтобы сделать ударение на основных идеях.

В диффузионном приближении влияние частых последовательных столкновений приводит, во-первых, к появлению силы динамического трения $F_T = -mvv_e(v)$, во-вторых, к диффузионному блужданию скорости частицы. Поэтому поток частиц в пространстве скоростей j имеет две составляющие. Первая — направленная, равная $[-v_e(v)vf]$, а вторая — диффузионная, равная $D_e \partial f / \partial v$:

$$j = -v_e(v)vf + D_e(v)\partial f/\partial v.$$

Коэффициент диффузии $D_e(v)$ можно было бы выразить с помощью соотношения Эйнштейна через ту же частоту столкновений $\nu_e(v)$, вводя эффективный шаг блуждания скорости $D_e(v) = v_e \overline{\Delta v^2}$. Однако ответ получить гораздо легче, если учесть, что при наличии максвелловского распределения поток j равен нулю. Это сразу дает $D_e(v) = (-T_e/m)v_e(v)$. Поэтому

$$j = -v_e(v)[vf + (T_e/m)\partial f/\partial v]. \quad (7.34)$$

Интеграл столкновений $I = -\text{div } j$. Поэтому для симметричной части функции распределения

$$I = \frac{1}{v^2} \frac{\partial}{\partial v} \left[v^3 v_e(v) \left(f_0 + \frac{T_e}{mv} \frac{\partial f_0}{\partial v} \right) \right]. \quad (7.35)$$

Переходя к переменной ε , (7.35) перепишем в виде

$$I = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon}} \frac{\partial}{\partial \varepsilon} \left[2\varepsilon^{3/2} v_e(\varepsilon) \left(f_0 + T_e \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} \right) \right]. \quad (7.36)$$

При этом выводе предполагалось, что электроны сталкиваются с частицами, имеющими максвелловское распределение по скорости и температуру T_e . На самом деле речь идет о межэлектронных столкновениях, и это приближение допустимо лишь при описании малых отклонений $f_0(\varepsilon)$ от (7.32). Иначе говоря, интеграл

столкновения (7.36) линеаризован по функции $f_0(\epsilon)$. Нелинеаризованное выражение имеет следующий вид (см., например, [3]):

$$I = \frac{1}{\sqrt{\epsilon}} \frac{d}{d\epsilon} \left\{ 2\epsilon^{3/2} \nu_e(\epsilon) \left[f_0 \int_0^\epsilon f_0 \sqrt{\epsilon'} d\epsilon' + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{2}{3} \frac{\partial f_0}{\partial \epsilon} \left(\int_0^\epsilon f_0 \epsilon'^{3/2} d\epsilon' + \epsilon^{3/2} \int_\epsilon^\infty f_0 d\epsilon' \right) \right] \right\}. \quad (7.37)$$

Эта зависимость переходит в (7.36), если в подынтегральные выражения подставить $f^0(\epsilon)$ и полагать, что $\epsilon \gg T_e$. В довольно значительном диапазоне условий функцию распределения f_0 можно считать максвелловской в «ядре» распределения при энергиях порядка T_e , но «хвост» $f_0(\epsilon)$ — область больших энергий — возмущается теми или иными процессами (полем, неупругими столкновениями и др.). Для решения возникающих задач можно использовать (7.36).

Сопоставление (7.36) и (7.15) дает условие, которое должно выполняться, чтобы плазму можно было считать сильноионизованной. Для этого требуется выполнение неравенства

$$p = \nu_e(\epsilon) / \delta\nu(\epsilon) \gg 1. \quad (7.38)$$

Подставляя в (7.38) выражение $\nu_e(\epsilon)$ (7.33), получим формулу (4.56), удобную для проведения численных оценок. Параметр p является произведением трех величин — степени ионизации $x = n_e/n$, отношения масс M/m и отношения кулоновского сечения к электрон-атомному. Поскольку два последних сомножителя велики, то даже при весьма малых степенях ионизации ($x \gtrsim 10^{-7}$) выполняются $p > 1$, т. е. влияние межэлектронных столкновений на симметричную часть функции распределения оказывается решающим. По классификации авторов [3] такая плазма может считаться сильноионизованной.

Обсудим характер асимметричной части функции распределения f_1 . Межэлектронные столкновения в первом приближении не влияют, естественно, на f_1 . Поэтому влияние электрического поля по-прежнему описывается левой частью (7.15), где следует лишь заменить $\nu(\epsilon)$ на $(\nu(\epsilon) + \nu_i(\epsilon))$ с тем, чтобы учесть столкновения электронов с ионами. Тогда кинетическое уравнение приобретает вид

$$- \frac{2e^2 g^2}{3m} \frac{\partial}{\partial \epsilon} \left(\frac{\epsilon^{3/2}}{\nu(\epsilon) + \nu_i(\epsilon)} \frac{\partial f_0}{\partial \epsilon} \right) = \\ = \frac{1}{\sqrt{\epsilon}} \frac{\partial}{\partial \epsilon} \left[2\nu_e(\epsilon) \epsilon^{3/2} \left(f_0 + T_e \frac{\partial f_0}{\partial \epsilon} \right) \right]. \quad (7.39)$$

Остановимся несколько подробнее на обсуждении влияния на $f(\epsilon)$ столкновений электронов с ионами. Для его описания применимы формулы предыдущего раздела, поскольку при их выводе было использовано лишь неравенство $m/M \ll 1$. Частота элект-

рон-ионных столкновений

$$v_i(\varepsilon) = \pi e^4 n_i \lambda / (\sqrt{2m\varepsilon^{3/2}})$$

складывается с частотой электрон-атомных столкновений $\nu(\varepsilon)$. Сравнивая $v_i(\varepsilon)$ и $\nu(\varepsilon)$, легко получить значение степени ионизации, начиная с которой столкновениями с ионами можно пренебречь, т. е.

$$v_i(\varepsilon)/\nu(\varepsilon) = x(e^2/\varepsilon)^2 \lambda / q(\varepsilon) \ll 1. \quad (7.40)$$

Столкновения с ионами становятся существенными при степенях ионизации 10^{-4} — 10^{-3} , что заметно превосходит степень ионизации, начиная с которой следует считаться с влиянием электрон-электронных столкновений.

Рассмотрим влияние на f_0 внешнего поля. При этом воспользуемся (7.39), полагая, что ядро распределения не возмущается полем. Интенсивность максвеллизирующих межэлектронных взаимодействий падает по мере роста ε , $\nu_e(\varepsilon) \sim \varepsilon^{-3/2}$. Поэтому всегда найдутся такие большие ε , при которых воздействие поля окажется существенным. Решение (7.39) имеет вид

$$f_0 = c \exp \left\{ - \int_0^\varepsilon \frac{d\varepsilon'}{T_e + e^2 \mathcal{G}^2 / [3m\nu_e(\varepsilon') (\nu(\varepsilon') + \nu_i(\varepsilon'))]} \right\}. \quad (7.41)$$

Отсюда легко получить нужные критерии. Если

$$e^2 \mathcal{G}^2 \{3m\nu_e(\varepsilon) [\nu(\varepsilon) + \nu_i(\varepsilon)]\}^{-1} \ll T_e, \quad (7.42)$$

то при этих энергиях f_0 является максвелловской. С другой стороны, при очень больших ε неравенство (7.42) всегда нарушается и число быстрых электронов начинает возрастать — $\partial f_0 / \partial \varepsilon > 0$. Этот эффект, связанный с явлением «убегания электронов», подробно обсуждается в [4, 12].

Переходим к рассмотрению баланса энергии электронов в сильноионизованной плазме. Поскольку межэлектронные взаимодействия в баланс энергии не дают, то, как уже отмечалось, на первый план выходят столкновения с атомами и ионами. Эти столкновения описываются формулами предыдущего подраздела. Поэтому уравнение баланса энергии имеет вид, аналогичный (7.25), но потери энергии Q_{el} обусловлены как столкновениями с атомами Q_a , так и с ионами Q_i

$$\sigma \mathcal{E}^2 = Q_{el}, \quad Q_{el} = Q_a + Q_i. \quad (7.43)$$

Для вычисления Q_i применимы формулы (7.26), (7.29). Подставляя в (7.29) частоту столкновений $\nu_i(\varepsilon)$ и проводя интегрирование, получаем

$$Q_i = n_e n_i (T_e - T) \delta \frac{2\sqrt{2\pi} e^4 \lambda}{\sqrt{m} T_e^{3/2}}.$$

Отношение Q_i/Q_a дается выражением

$$\frac{Q_i}{Q_a} = \frac{n_i}{n_a} \pi \left(\frac{e^2}{T_e} \right)^2 \frac{\lambda}{q} \simeq x \frac{6,5 \cdot 10^{-11}}{T_e^2 q}, \quad (7.44)$$

где T_e выражено в градусах К, а q — 10^{-16} см². Равенство в (7.44) достигается при степенях ионизации $x \simeq 10^{-3} \div 10^{-4}$.

Несколько более сложно обстоит дело с электропроводностью. Аддитивность частот $\nu(\varepsilon)$ и $\nu_i(\varepsilon)$ в (7.39) имеет место лишь в пренебрежении межэлектронными столкновениями при расчете f_1 . Точный учет этого эффекта представляет собой сложную задачу, корректно решенную лишь в пределе полной ионизации. В этом случае электропроводность определяется формулой Спитцера [14]:

$$\sigma_{Sp} = \Gamma_E \frac{4(2T_e)^{3/2}}{\pi^{3/2} e^2 \sqrt{m} \lambda}. \quad (7.45)$$

Множитель $\Gamma_E = 0,582$ учитывает роль межэлектронных взаимодействий. Если T_e выражать в градусах Кельвина, то численно (в Ом⁻¹·см⁻¹)

$$\sigma_{Sp} = 3,06 \cdot 10^{-4} T_e^{3/2} \lambda^{-1}. \quad (7.46)$$

Итак, проводимость слабоионизованной плазмы определяется формулами (7.27), (7.28), а проводимость сильноионизованной плазмы — формулой Спитцера (7.45). Граница, разделяющая эти две области, дается той же формулой (7.44) — на этой границе $x = q (e^4 T_e^{-2} \lambda)^{-1}$.

Корректный расчет электропроводности в промежуточной области x представляет собой сложную задачу. Поэтому в литературе были предложены некоторые интерполяционные формулы. Наиболее удачной среди них, по-видимому, является формула, которую обычно называют формулой Фроста:

$$\sigma = \frac{2}{3} \frac{e^2 n_e}{m} \int_0^{\infty} f_0 \varepsilon^{3/2} [\nu(\varepsilon) + \nu_i(\varepsilon)/\Gamma_E]^{-1} d\varepsilon. \quad (7.47)$$

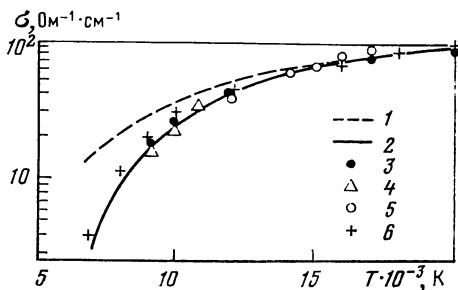
Численный множитель $\Gamma_E^{-1} = 1,72$ обеспечивает предельный переход от (7.47) к (7.45). В ряде работ было показано, что в промежуточной области формулы типа (7.47) обладают весьма высокой точностью (например, [15])².

Обсудим зависимость электропроводности σ от температуры и степени ионизации. При малых значениях x электропроводность в основном «следит» за ходом x и возрастает с ростом концентрации электронов. При высоких T_e , когда плазма сильно ионизована, σ нарастает медленно, примерно как $T_e^{3/2}$, в соответствии с (7.45).

² Более подробное обсуждение электропроводности плазмы, а также других электронных явлений переноса в электрическом и магнитном полях можно найти в [5, 12, 15].

Рис. 7.2. Электропроводность равновесной аргонной плазмы при $p = 1$ атм

Расчет: 1 — по формуле Спитцера, 2 — [17]. Точки — результаты измерений [18] (3), [19] (4), [20] (5)



Такая зависимость реализуется на опыте. Электропроводность в широком диапазоне температур измерялась во многих работах, начиная с работы Лина, Реслера и Кантровица [16]. Для примера на рис. 7.2 показана электропроводность равновесной плазмы аргона при давлении 1 атм. Эксперимент и теория хорошо согласуются.

В работах [21—23] исследовалась неравновесная плазма инертных газов с малой добавкой легкоионизирующегося цезия. На рис. 7.3 представлена электропроводность криптон-цезиевой плазмы квазистационарного импульсного разряда в зависимости от T_e . Концентрация электронов в условиях эксперимента менялась в пределах $10^{14}—10^{15} \text{ см}^{-3}$, напряженность поля \mathcal{E} — от 1 до 10 В/см. Поэтому ядро распределения $f_0(\epsilon)$ формировалось межэлектронными взаимодействиями и было близко к максвелловскому. При расчете σ в [22] применялись формулы Фроста и «аддитивная» формула, использованная в [16]. Как видно, расчет по интерполяционной формуле Фроста хорошо описывает результаты измерений. При высоком давлении цезия (см. рис. 7.3, случай Л) крутое нарастание σ , как и на рис. 7.2, сменяется зависимостью $T_e^{r/2}$. При малом давлении цезий оказывается полностью ионизованным. Поэтому с ростом T_e величина n_e не растет, а частота электрон-атомных столкновений несколько увеличивается. В результате σ выходит на плато, которое при еще больших T_e сменяется подъемом, обусловленным ионизацией инертного газа.

Структуру баланса энергии электронов обсудим на примере неравновесной плазмы положительного столба разряда среднего давления [23]. На рис. 7.4 представлены измеренные значения T_e , T , \mathcal{E} , n_e в аргон-цезиевой плазме при различном уровне добавок цезия. Джоулев нагрев полем \mathcal{E} приводит к большому отрыву температуры электронов. При малых давлениях цезия в Q_{ei} преобладают электрон-атомные столкновения, при высоких давлениях с их вкладом в Q_{ei} становится соизмерим вклад электрон-ионных столкновений. Упругие столкновения несколько нагревают газ, так как теплопроводность не успевает отводить тепло к стенкам.

Используя результаты измерений, авторы работы [23] могли независимо вычислить $\sigma \mathcal{E}^2$ и Q_{ei} и сопоставить их. При $p_{\text{Cs}} \approx$

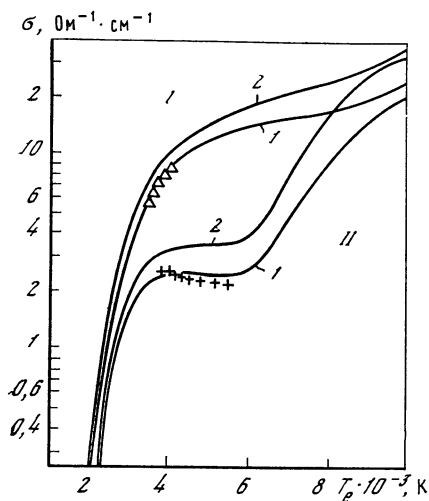


Рис. 7.3. Электропроводность неравновесной плазмы криптона ($p = 80$ мм рт. ст.) с добавками цезия 1,0 мм рт. ст. (I) и 10^{-2} мм рт.ст. (II) [22]

Расчет: 1 — по формуле Фроста, 2 — по аддитивной формуле. Точки — результаты измерений

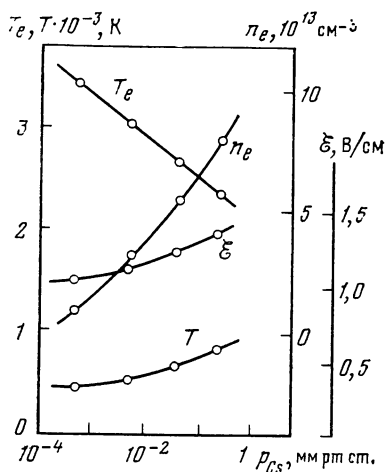


Рис. 7.4. Измеренные в неравновесной аргон-цезиевой плазме значения T_e , T , S , n_e при различном уровне добавок цезия [23] (давление аргона ≈ 40 мм рт. ст., сила тока 0,5 А)

$\approx 10^{-3}$ мм рт. ст. эти величины оказались равны, что свидетельствовало о малой роли потерь энергии при неупругих столкновениях. Однако с ростом доли цезия отношение $\sigma S^2/Q_{el}$ возрастало, достигая примерно трех в условиях, соответствующих рис. 7.4. Абсолютные измерения интенсивностей резонансных линий цезия показали, что в балансе энергии с ростом давления цезия большую роль начинают играть радиационные потери энергии. С учетом вклада резонансного излучения в потери энергии баланс энергии электронов сходится. Потери энергии при неупругих столкновениях обсуждаются в следующем разделе.

7.2. Неупругие столкновения.

Их влияние на баланс энергии электронов, частоту возбуждения и ионизации

7.2.1. Интеграл неупругих столкновений.

Потери энергии при неупругих столкновениях

Интеграл неупругих столкновений определяет собой скорость изменения функции распределения в результате участия электронов в актах возбуждения и ионизации, а также в столкновениях второго рода и рекомбинации. Переходы между k -м и n -м возбуж-

денными состояниями атома вносят следующий вклад в интеграл неупругих столкновений:

$$\begin{aligned} \Delta I(\varepsilon) \sqrt{\varepsilon} = & n_k [-f(\varepsilon) w_{kn}(\varepsilon) \sqrt{\varepsilon} + \\ & + f(\varepsilon + \Delta E_{kn}) w_{kn}(\varepsilon + \Delta E_{kn}) \sqrt{\varepsilon + \Delta E_{kn}}] + \\ & + n_n [f(\varepsilon - \Delta E_{kn}) w_{nk}(\varepsilon - \Delta E_{kn}) \sqrt{\varepsilon - \Delta E_{kn}} - \\ & - f(\varepsilon) w_{nk}(\varepsilon) \sqrt{\varepsilon}]. \end{aligned} \quad (7.48)$$

Рис. 7.5 поясняет структуру выражения (7.48). Здесь n_k и n_n — населенности k -го и n -го уровней атома, $f(\varepsilon)$ — симметричная часть функции распределения (здесь и далее индекс нуль у функции $f_0(\varepsilon)$, введенной в предыдущем разделе, опускается),

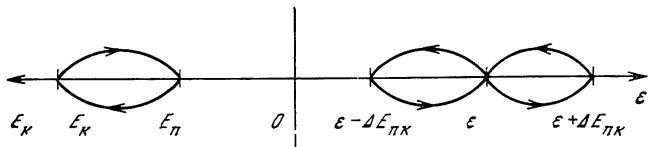


Рис. 7.5. Иллюстрация записи $\Delta I(\varepsilon) \sqrt{\varepsilon}$ по (7.48)

$w_{kn}(\varepsilon)$ — вероятность неупругого процесса, сопровождающегося переходом атома из k -го состояния в n -е, $\Delta E_{kn} = E_k - E_n$. Полный интеграл неупругих столкновений представляет собой источник электронов энергии ε , обусловленный неупругими столкновениями с атомами во всех состояниях. Проводя суммирование (7.48) по n и по k , получаем

$$\begin{aligned} I(\varepsilon) \sqrt{\varepsilon} = & \sum_n \sum_k [n_n f(\varepsilon - \Delta E_{kn}) w_{nk}(\varepsilon - \Delta E_{kn}) \sqrt{\varepsilon - \Delta E_{kn}} - \\ & - n_k f(\varepsilon) w_{kn}(\varepsilon) \sqrt{\varepsilon}]. \end{aligned} \quad (7.49)$$

Суммы по n и k включают в себя и интегрирование по континууму состояний, тем самым учитывается ионизация атома электронным ударом и встречный процесс рекомбинации. В этом случае дискретный индекс n (или k , но не оба сразу) заменим на индекс ε' , энергию E_n на $(-\varepsilon')$, суммирование по n — интегрированием по $d\varepsilon'$. Возникающие при этом вероятности связанно-свободных переходов определены следующим образом. Величина $w_{k\varepsilon'}(\varepsilon)$ — вероятность ионизации атома в k -м состоянии электроном энергии ε , при которой хотя бы один из образовавшихся после ионизации электронов (первичный или вторичный) обладает энергией ε' . Соответственно $w_{\varepsilon'k}(\varepsilon - \varepsilon' - E_k)$ — вероятность рекомбинации на уровень k .

Добавляя в правую часть кинетического уравнения (7.39) интеграл столкновения (7.49), сопоставим интенсивность неупругих столкновений $n_k w_{kn}(\varepsilon) f^0(\varepsilon)$ с эффективностью максвеллизированных межэлектронных столкновений $n_e \varepsilon^{-1/2} \partial [2\varepsilon^{3/2} \nu_e(\varepsilon) f^0(\varepsilon)] / \partial \varepsilon$. Для $w_{kn}(\varepsilon)$ используем формулу, полученную в Приложении

2, для вероятности наиболее интенсивного перехода $w_{k, k+1}(\varepsilon)$.
Тогда

$$\frac{n_k \omega_{k, k+1}(\varepsilon) T_e}{2n_e \nu_e(\varepsilon) \varepsilon} \approx \frac{n_k}{n_e} \frac{2\Lambda_k T_e}{\lambda(E_k - E_{k+1})}. \quad (7.50)$$

Этот параметр уже обсуждался в гл. 4. Было отмечено, что неупругие столкновения с атомами в основном состоянии ($k = 1$) сильно воздействуют на $f_0(\varepsilon)$ при степенях ионизации $x \lesssim 10^{-4} \div 10^{-5}$. При таких значениях выполняется неравенство

$$C = \frac{2n_1}{n_e} \frac{T_e}{E_1 - E_2} \frac{\Lambda_1}{\lambda} \gg 1. \quad (7.51)$$

Таким образом, неупругие столкновения при малых степенях ионизации могут оказывать сильное воздействие на $f(\varepsilon)$ и в первую очередь на «хвост» $f(\varepsilon)$, соответствующий запороговым энергиям $\varepsilon > E_1 - E_2$. В равновесных условиях убыль быстрых электронов в результате возбуждения и ионизации в соответствии с детальным равновесием компенсируется встречными процессами. Если равновесия нет, то в хвосте $f(\varepsilon)$ может наблюдаться недостаток или избыток электронов в зависимости от того, является ли плазма недоионизованной или, наоборот, населенность возбужденных состояний и степень ионизации избыточны.

Неупругие столкновения с возбужденными атомами даже при отсутствии встречных процессов часто не оказывают заметного воздействия на $f(\varepsilon)$. Это обусловлено малостью отношения n_k/n_e при $k \geq 2$, $n_k/n_e \ll 1$. Следует иметь в виду, что в слабоионизованном газе последнее неравенство может и нарушаться. В подразд. 7.2.4 будут рассмотрены условия, когда столкновения электронов с метастабильными возбужденными атомами оказывают существенное влияние на $f(\varepsilon)$ и на основные процессы в плазме.

Функция распределения с учетом неупругих столкновений будет рассмотрена в следующем разделе. Обсудим пока более грубую (усредненную по функции распределения) характеристику электронного газа — потери энергии при неупругих столкновениях. Легко записать общее выражение для Q_{in} , помножив (7.48) на ε , просуммировав по k и n и проинтегрировав затем по энергии. Тогда

$$Q_{in} = - \sum_n \sum_k \Delta E_{kn} \int d\varepsilon [n_n f(\varepsilon - \Delta E_{kn}) \sqrt{\varepsilon - \Delta E_{kn}} \times \\ \times w_{nk}(\varepsilon - \Delta E_{kn}) - n_k f(\varepsilon) \sqrt{\varepsilon} w_{kn}(\varepsilon)], \quad n > k, \quad (7.52)$$

где интегрирование проводится от нуля до бесконечности, если $\Delta E_{kn} < 0$, и от ΔE_{kn} до бесконечности, если $\Delta E_{kn} > 0$. Однако ввиду сложности (7.52) им пользуются редко, предпочитая иные формы записи Q_{in} .

Оценки Q_{in} можно сделать для двух предельных случаев — очень малых и очень больших значений n_e . Первый случай со-

ответствует условиям, когда вся энергия, затрачиваемая на возбуждение и на ионизацию, теряется, например, на излучение или в результате ухода возбужденных атомов и ионов за пределы плазмы. Для этого эффективное время высвечивания и время диффузии должны быть много меньше времени дезактивации электронным ударом и времени рекомбинации. Соответствующие критерии обсуждались в предыдущих главах. В этих условиях можно пренебречь всеми столкновениями с возбужденными состояниями. Тогда (7.52) сведется к виду

$$Q_{in} = n_1 \int_{E_1 - E_2}^{\infty} \varepsilon^{1/2} f(\varepsilon) d\varepsilon \sum_k w_{1k}(\varepsilon), \quad (7.53)$$

$$\sum_k w_{1k}(\varepsilon) = \sqrt{2\varepsilon/m} q_{1\Sigma}(\varepsilon) n_e, \quad q_{1\Sigma}(\varepsilon) = \sum_k q_{1k}(\varepsilon),$$

где сумма по возбуждаемым состояниям включает в себя и интегрирование по континууму. Суммарные сечения возбуждения $q_{1\Sigma}(\varepsilon)$ для многих атомов известны. Для оценок возможна аппроксимация

$$q_{1\Sigma}(\varepsilon) = \text{const} (\varepsilon - E_1 + E_2), \quad \varepsilon \geq E_1 - E_2. \quad (7.54)$$

Тогда, предполагая распределение максвелловским и интегрируя в (7.53), получаем

$$Q_{in} = n_e \Delta E_{12} q_{1\Sigma} (\Delta E_{12} + T_e) \left[\frac{8\Delta E_{12}}{\pi m} \frac{\Delta E_{12}}{T_e} \right]^{1/2} n_1 \exp\left(-\frac{\Delta E_{12}}{T_e}\right),$$

$$\Delta E_{12} = E_1 - E_2 \gg T_e, \quad (7.55)$$

т. е. сечение $q_{1\Sigma}$ берется при энергии $\varepsilon = \Delta E_{12} + T_e$. Сопоставляя Q_{in} с упругими потерями (7.30), видим, что неупругие потери существенны лишь при достаточно высоких T_e , что обусловлено высокими значениями пороговых энергий. Они преобладают, если

$$\frac{\Delta E_{12}}{T_e} \leq \ln \frac{q_{1\Sigma}}{\delta q} + 2 \ln \frac{\Delta E_{12}}{T_e}. \quad (7.56)$$

В аргоне, например, это неравенство означает, что T_e должна превышать $(E_1 - E_2)/15 \approx 1$ эВ. Действительно, при таких значениях характеристической энергии eD/μ кривые eD/μ (\mathcal{E}/n) изменяют свой ход, нарастая при дальнейшем увеличении \mathcal{E}/n менее круто (см. рис. 7.1, б).

Обсудим теперь условия, когда n_e велико и неупругие столкновения заселяют возбужденные состояния до значений, определяемых формулой Больцмана $n_k^0(T_e)$, а число электронов $n_e^0(T_e)$ соответствует формуле Саха. При этом T_e не равна температуре газа T . В такой двухтемпературной плазме возбужденные и ионизованные состояния представляют собой взаимосвязанную подсистему. Ее потери энергии обусловлены факторами незамкнутости, а именно выходом излучения, явлениями переноса (например, диффузия зарядов к стенкам), неупругими столкнове-

ниями с частицами тяжелых компонент плазмы (атомами, молекулами) и упругими столкновениями с этими частицами, которые рассматривались в предыдущем разделе.

Рассмотрим радиационные потери энергии, которые в значительном диапазоне условий могут играть важную роль. Величина Q_R определяется радиационными переходами в непрерывном и дискретном спектрах. При этом уже в равновесной плазме в зависимости от условий на первый план выходит тот или иной радиационный процесс (см., например, структуру баланса энергии, излучаемой плазмой воздуха [24]). Условия в неравновесной плазме тем более очень разнообразны. Рассмотрим один из простейших примеров — радиационные потери энергии инертного газа с щелочной присадкой [25]. Пары щелочного металла излучают, как известно, главным образом в резонансном дублете. Поэтому, вычисляя Q_R , можно ограничиться в сумме по многочисленным радиационным переходам лишь одним слагаемым. В двухтемпературной плазме $Q_R \approx n_2^0(T_e) A_{21}^* \Delta E_{12}$. Обсудим зависимость Q_R/Q_{el} от температуры,

$$\Delta_R = \frac{Q_R}{Q_{el}} = \frac{n_2^0(T_e) \Delta E_{12} A_{21}^*}{n_e^0(T_e) \delta\nu(T_e - T)}, \quad (7.57)$$

при условии, что Q_{el} обусловлены столкновениями с атомами инертного газа. Если степень ионизации присадки мала, то основная зависимость от T_e дается выражением

$$\Delta_R \sim \frac{\Delta E_{12}}{T_e - T} \exp\left[\frac{2E_2 - E_1}{2T_e}\right]. \quad (7.58)$$

Поскольку для атомов щелочных металлов $2E_2 - E_1 > 0$, то отсюда следует, что при больших T_e радиационные потери несут существенны ($\Delta_R < 1$). При уменьшении температуры Δ_R возрастает.

На рис. 7.6 построены линии постоянного значения $\Delta_R = 1$ для смеси Ag + K при $T = 2000$ К. Для расчета A_{21}^* использовались формулы (3.3), (3.17). Учитывалось, что основным механизмом уширения спектральных линий являются столкновения возбужденных атомов с атомами инертного газа. Поэтому при большой оптической плотности слоя газа A_{21}^* (в с^{-1}) имеет вид

$$A_{21}^* = 10^{13} B(p^{1/2}/(Rn_1))^{1/2}, \quad (7.59)$$

где $B = 3,5$ для Ag—K-плазмы; $B = 8,5$ для He—Cs, p — давление инертного газа, атм; R — характерный размер объема плазмы, см; n_1 — концентрация атомов металла, см^{-3} .

Обсудим зависимость Δ_R от n_1 при заданном значении T_e . При малых n_1 излучение не существенно, так как мала концентрация излучающих атомов. С ростом n_1 последняя возрастает и Δ_R , увеличиваясь, достигает значений, больших единицы. При дальнейшем росте n_1 сказывается реабсорбция, и поэтому Δ_R , пройдя через максимум, уменьшается. В предыдущем разделе при обсуж-

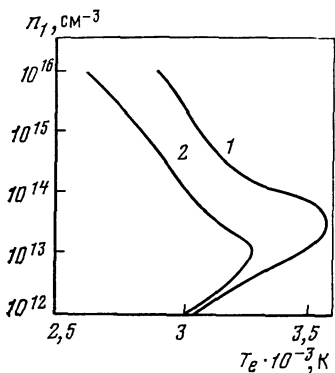


Рис. 7.6. Кривые постоянного значения $\Delta_R = 1$ для Ag—K-плазмы [25] при давлении 1 атм и $T = 2000$ К

1, 2 — $R = 1$ и 10 см соответственно

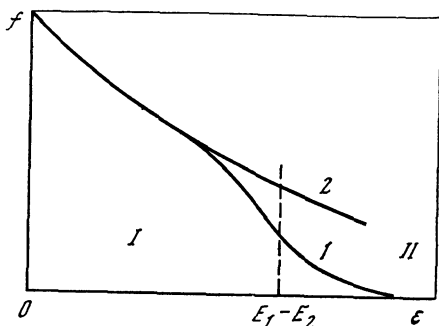


Рис. 7.7. Влияние неупругих столкновений на функцию распределения $f(\epsilon)$ (1) и максвелловская функция распределения $f^0(\epsilon)$ (2)

I, II — области решения уравнений (7.60)

дении экспериментов [23] отмечалось, что величина Δ_R превышала единицу в условиях, соответствующих большим значениям p_{Cs} (см. рис. 7.4). Оценки, которые легко выполнить, используя (7.57), показывают, что это действительно так — величина Q_R достигает нескольких Вт/см³.

Условия сильной неравновесности, в которых распределение возбужденных атомов по уровням нельзя считать больцмановским, а функцию распределения — максвелловской, являются наиболее сложными. Они будут рассмотрены в следующих разделах данной главы.

7.2.2. Функция распределения и частота возбуждения и ионизации в сильноионизованной плазме

Рассмотрим неравновесную плазму, в которой концентрации возбужденных и ионизованных состояний много меньше равновесных значений, соответствующих электронной температуре (или средней энергии электронов). Таковы условия начального периода развития ионизации во внешнем поле или за ударной волной, когда возбужденные уровни интенсивно опустошаются при столкновениях, приводящих к ступенчатой ионизации (приближение «немедленной» ионизации, см. гл. 6). Это может быть и стационарная плазма столба электрического разряда в условиях интенсивной гибели возбужденных и ионизованных состояний путем диффузии или высвечивания. Параметр S (7.51) будем считать большим, чтобы возбуждение и ионизация атомов электронным ударом могли сильно воздействовать на $f(\epsilon)$. Соответственно меняется результи-

рующая скорость возбуждения и ионизации. В то же самое время концентрацию электронов будем считать достаточно большой, чтобы полагать, что межэлектронные столкновения преобладают среди остальных процессов, формирующих ядро $f(\varepsilon)$.

В этих условиях ядро $f(\varepsilon)$ остается максвелловским, поскольку при $E_1 \gg T_e$ неупругие столкновения возмущают лишь хвост функции распределения. Таким образом, неравновесность $f(\varepsilon)$ имеет место в запороговой области ($\varepsilon > E_1 - E_2$), а при $\varepsilon < E_1 - E_2$ лишь в области, примыкающей к порогу. Возмущение хвоста $f(\varepsilon)$ может при этом оказывать сильное воздействие на результирующую скорость ионизации. Сделанные допущения охватывают весьма широкий диапазон экспериментальных условий. В следующих разделах будут рассмотрены такие условия, в которых указанные ограничения в той или иной мере снимаются.

При сделанных предположениях интеграл упругих столкновений можно записать в линеаризованном виде (7.36), а в интеграле неупругих столкновений (7.49) удерживать лишь переходы с основного состояния, характеризуемые эффективным сечением $q_{1\Sigma}(\varepsilon)$ (7.53)³. Тогда кинетическое уравнение приобретает вид

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sqrt{\varepsilon}} \frac{\partial}{\partial \varepsilon} \left\{ 2\varepsilon^{1/2} v_e(\varepsilon) \left[f(\varepsilon) + T_e \frac{\partial f(\varepsilon)}{\partial \varepsilon} \right] \right\} = \\ = n_1 f(\varepsilon) \sqrt{\frac{2\varepsilon}{m}} q_{1\Sigma}(\varepsilon) = f(\varepsilon) v_{1\Sigma}(\varepsilon), \end{aligned} \quad (7.60)$$

где $q_{1\Sigma}(\varepsilon) = 0$ при $\varepsilon \leq E_1 - E_2$; $q_{1\Sigma}(\varepsilon) = \sum_k q_{1k}(\varepsilon)$ — суммарное эффективное сечение неупругих столкновений. Таким образом, имеются две области значений ε , разграниченных энергией $\varepsilon = E_1 - E_2$ (см. рис. 7.7).

При энергии $\varepsilon = E_1 - E_2$ решения уравнения (7.60), полученные в областях I и II, должны быть сшиты. Вид решения зависит от вида зависимости $q_{1\Sigma}(\varepsilon)$. Но, как мы увидим ниже, все качественные выводы (и при определенных ограничениях количественные результаты) малочувствительны к виду зависимости $q_{1\Sigma}(\varepsilon)$. Наиболее удобно начать рассмотрение, приняв $q_{1\Sigma}(\varepsilon) \sim \varepsilon^{-1}$. В этом случае с учетом того, что $v_e(\varepsilon) \sim \varepsilon^{-1/2}$, уравнение (7.60) приводится к наиболее простому виду

$$\frac{d}{dx} \left[2\bar{v}_e \left(f + \frac{df}{dx} \right) \right] = f \bar{v}_{1\Sigma}. \quad (7.61)$$

Здесь приняты следующие обозначения: $x = \varepsilon/T_e$, $\bar{v}_e = v_e(T_e)$, $\bar{v}_{1\Sigma} = n_1 \sqrt{T_e 2/m} q_{1\Sigma}(T_e) = v_{1\Sigma}(T_e)$. Удобно ввести приведенную функцию распределения $y(x) = f(x)/f^0(x)$, характеризующую отличие $f(x)$ от максвелловской. Для $y(x)$ имеем

$$\frac{d^2 y}{dx^2} - \frac{dy}{dx} - Cy = 0, \quad (7.62)$$

³ Поскольку $E_1 - E_2 \gg T_e$, то можно пренебречь возбуждением электронами очень больших энергий (второй член правой части (7.48), пропорциональный $f(\varepsilon + E_1 - E_2)$).

где $C = \bar{v}_{1\Sigma}/2\bar{v}_e$ при $x \geq x^* = (E_1 - E_2)/T_e$ и $C = 0$ при $x \leq x^*$. В области II на рис. 7.7 решение $y(x)$ представляет собой суперпозицию двух экспонент

$$y(x) = c_1 \exp\left(\frac{\lambda+1}{2}x\right) + c_2 \exp\left(-\frac{\lambda-1}{2}x\right), \quad x \geq x^*, \quad (7.63)$$

где $\lambda = \sqrt{1+4C}$. Поскольку $y(x)$ должна уменьшаться по мере увеличения энергии, то константа $c_1 = 0$. Константа c_2 определяется в результате сшивки решений $y(x)$, полученных в областях I и II. Решение в области I имеет вид

$$y = c_3 + c_4 \exp(x), \quad x \leq x^*. \quad (7.64)$$

Очевидно, что $c_3 + c_4 = 1$, поскольку ядро распределения считается максвелловским. Сшивая функции $f(x)$ и $df(x)/dx$ при $x = x^*$, в итоге получаем

$$y(x) = \frac{2}{\lambda+1} \exp\left[-\frac{\lambda-1}{2}(x-x^*)\right], \quad x \geq x^*, \quad (7.65)$$

$$y(x) = 1 - \frac{\lambda-1}{\lambda+1} \exp(x-x^*), \quad x \leq x^*. \quad (7.66)$$

Решения $f(\epsilon) = y(\epsilon)f^0(\epsilon)$ ведут себя так, как это изображено на рис. 7.7. Функция распределения за порогом убывает при больших значениях параметра C значительно быстрее максвелловской. Существенно не только это. Неупругие столкновения возмущают $f(\epsilon)$ в припороговой области. При энергии, равной пороговой,

$$f(E_1 - E_2) = \frac{2}{\lambda+1} f^0(E_1 - E_2), \quad \lambda = \sqrt{1+4C}. \quad (7.67)$$

Если $C \gg 1$, то $f(E_1 - E_2)/f^0(E_1 - E_2) \ll 1$, что имеет большое значение для определения числа актов возбуждения и ионизации.

С помощью (7.65) определяем скорость возбуждения и ионизации атомов электронами ⁴

$$\begin{aligned} w_{1\Sigma} &= \frac{n_e}{n_1} v_{1\Sigma} = \frac{n_e}{n_1} \int_{E_1-E_2}^{\infty} v_{1\Sigma}(\epsilon) f^0(\epsilon) y(\epsilon) V \sqrt{\epsilon} d\epsilon = \\ &= \frac{2n_e}{\sqrt{\pi} n_1} \bar{v}_{1\Sigma} \left(\frac{2}{\lambda+1}\right)^2 \exp[-(E_1 + E_2)/T_e]. \end{aligned} \quad (7.68)$$

Иначе это выражение можно переписать в следующем виде:

$$w_{1\Sigma} = w_{1\Sigma}^0 F_1, \quad (7.69)$$

$$F_1 = \left(\frac{2}{\lambda+1}\right)^2 = \frac{1}{C} \frac{\sqrt{1+4C} - 1}{\sqrt{1+4C} + 1}. \quad (7.70)$$

⁴ При исследовании распределения атомов по уровням нужны скорости возбуждения атомов w_{kn} , например $w_{1\Sigma}(\epsilon) = n_e \sqrt{2\epsilon/m} q_{1\Sigma}(\epsilon)$. При исследовании же распределения электронов по уровням удобнее работать с частотами столкновений электронов, например $v_{1\Sigma}(\epsilon) = n_1 \sqrt{2\epsilon/m} q_{1\Sigma}(\epsilon)$.

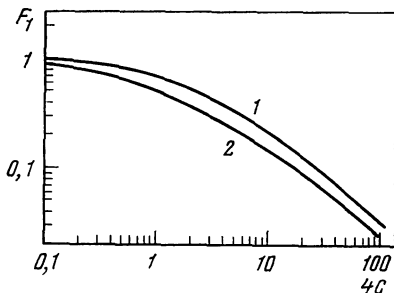
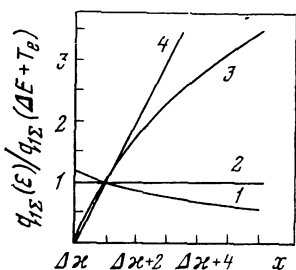


Рис. 7.8. Зависимости сечения возбуждения и ионизации $q_{1\Sigma}^i(\epsilon)$ от относительной энергии $x = \epsilon/T_e$, принятые для расчетов скорости возбуждения с учетом немаксвелловости [29]

1—4 — $q_{1\Sigma}^{(1)}$, $q_{1\Sigma}^{(2)}$, $q_{1\Sigma}^{(3)}$ и $q_{1\Sigma}^{(4)}$ соответственно ($\Delta x = (E_1 - E_2)/T_e$)

Рис. 7.9. Функции F_1 , учитывающие неравновесность $f(\epsilon)$, в зависимости от параметра $4C$ [29]

1, 2 — $F_1^{(1)}$ и $F_1^{(3)}$ соответственно

Здесь $w_{1\Sigma}^0$ представляет собой скорость возбуждения и ионизации, вычисленную в предположении наличия максвелловского распределения. Функция F_1 учитывает возможное влияние немаксвелловости. Параметр C является мерой интенсивности неупругих столкновений. Если $C \rightarrow 0$, то $F_1 \rightarrow 1$ — неупругие процессы не нарушают максвелловского распределения (это непосредственно следует и из выражения (7.65)). Наоборот, если $C \rightarrow \infty$, то $F_1 \approx \approx C^{-1} \ll 1$ — неупругие столкновения, уменьшая число быстрых электронов, резко понижают результирующую скорость возбуждения и ионизации.

Обсудим влияние зависимости сечения возбуждения $q_{1\Sigma}$ от энергии на функцию F_1 , учитывающую возможную неравновесность функции распределения. В предыдущих выкладках была использована зависимость $q_{1\Sigma}(\epsilon) \sim \epsilon^{-1}$, главным образом исходя из соображений максимальной простоты вычислений. Более реалистичной является нарастающая зависимость, например, использованная в подразд. 7.2.1, $q_{1\Sigma}(\epsilon) \sim (\epsilon - E_1 + E_2)$. При такой зависимости выкладки становятся несколько более сложными. В результате функция F_1 в (7.69) выражается через специальные табулированные функции (например, [26—29]). При этом, как показали вычисления, проведенные в [29], численные значения F_1 практически не меняются. Остановимся на результатах этих вычислений.

Они были проведены для четырех функций $q_{1\Sigma}(\epsilon)$, представленных на рис. 7.8 и определяемых следующими выражениями:

$$q_{1\Sigma}^{(1)} \sim \frac{1}{\epsilon}, \quad q_{1\Sigma}^{(2)} \sim \text{const}, \quad q_{1\Sigma}^{(3)} \sim \frac{\epsilon - E_1 + E_2}{\epsilon},$$

$$q_{1\Sigma}^{(4)} \sim (\epsilon - E_1 + E_2).$$

Результирующая скорость возбуждения и ионизации представлялась в виде $w_{1\Sigma} = w_{1\Sigma}^0 F_1$. Функции F_1 имели различный вид, но зависели от одного и того же параметра C . Выражение для C удобно переписать в виде отношения частот неупругих и упругих столкновений, взятых при запороговой энергии $\varepsilon = \Delta E_{12} + T_e$, умноженного на отношение $T_e/\Delta E_{12}$:

$$C = \frac{n_1 (2\Delta E_{12}/T_e)^{1/2} q_{1\Sigma}}{\pi \sqrt{2} e^4 \lambda n_e m^{-1/2} \Delta E_{12}^{3/2}} \frac{T_e}{\Delta E_{12}}, \quad (7.71)$$

где сечение $q_{1\Sigma}(\varepsilon)$ берется при $\varepsilon = \Delta E_{12} + T_e$. Этот параметр уже обсуждался ранее и совпадает с (7.51) при конкретном задании сечения $q_{1\Sigma}(\varepsilon)$. На рис. 7.9 представлены зависимости от величины $4C$ функций $F_1^{(1)}$ и $F_1^{(3)}$, соответствующих различным $q_{1\Sigma}^{(i)}(\varepsilon)$. Функции $F_1^{(2)}$ и $F_1^{(4)}$ на этом рисунке не показаны, так как они близки к $F_1^{(1)}$ и $F_1^{(3)}$ соответственно. Скорость возбуждения $w_{1\Sigma}$, определенная с учетом немаксвелловости, слабо зависит от вида функции $q_{1\Sigma}(\varepsilon)$. Величина $w_{1\Sigma}$ (7.69) приближенно определяется выражением для C (7.71), в котором сечение возбуждения $q_{1\Sigma}(\varepsilon)$ берется при энергии $\varepsilon = \Delta E_{12} + T_e$.

7.2.3. Частота возбуждения и ионизации

и функция распределения в слабоионизованной плазме

Рассмотрим слабоионизованную плазму во внешнем поле \mathcal{E} , в условиях, когда неупругие столкновения электронов с атомами в основном состоянии приводят к сильной неравновесности $f(\varepsilon)$. Для этого должно быть велико отношение частот неупругих и упругих столкновений, взятых при энергии, близкой к пороговой, т. е. при $\varepsilon \approx \Delta E$ (параметр, аналогичный (7.71) в сильноионизованной плазме). Кроме того, населенности возбужденных состояний будем считать малыми, чтобы можно было пренебречь обратными процессами. Такие условия часто реализуются в плазме газового разряда.

Кинетическое уравнение запишем, дополняя (7.15) интегралом неупругих столкновений, взятый в том же виде, что и (7.60):

$$\frac{1}{\sqrt{\varepsilon}} \frac{\partial}{\partial \varepsilon} \left\{ \varepsilon^{3/2} \delta v(\varepsilon) \left[f + \left(T + \frac{2e^2 \mathcal{E}^2}{3m\delta v^2(\varepsilon)} \right) \frac{\partial f}{\partial \varepsilon} \right] \right\} = f \nu_{1\Sigma}(\varepsilon). \quad (7.72)$$

Это уравнение можно проинтегрировать от $\varepsilon = \Delta E$ до бесконечности так, чтобы в правой части получить частоту неупругих столкновений $\nu_{1\Sigma} = \int_{\Delta E}^{\infty} \nu_{1\Sigma}(\varepsilon) f(\varepsilon) \sqrt{\varepsilon} d\varepsilon$. В результате интегрирования получаем

$$\nu_{1\Sigma} = - \left\{ \delta v(\varepsilon) \varepsilon^{3/2} \left[f + \frac{\partial f}{\partial \varepsilon} \left(T + \frac{2e^2 \mathcal{E}^2}{3m\delta v^2(\varepsilon)} \right) \right] \right\}_{\varepsilon=\Delta E}. \quad (7.73)$$

Учтем то, что при очень интенсивных неупругих столкновениях

величина функции распределения в пороге $f(\varepsilon = \Delta E)$ оказывается очень малой. Например, в сильноионизованной плазме $f(\Delta E)/f^0(\Delta E) = 2(\lambda + 1)^{-1} \approx C^{-1/2}$ в соответствии с (7.67). Если $f(\Delta E)$ настолько мала, то говорят о том, что неупругий процесс можно описать «бесконечно мощным стоком» электронов, находящимся в пороговой энергии ΔE . Таким образом, электроны, диффундирующие под воздействием упругих столкновений и поля из области малых энергий к пороговой, немедленно исчезают там в результате актов возбуждения. Поэтому используемый далее метод решения кинетического уравнения называется методом бесконечного стока [30, 31].

Итак, пренебрегая величиной $f(\Delta E)$ в (7.73), запишем

$$v_{1\Sigma} = -\delta v(\varepsilon) \varepsilon^{3/2} \left(T + \frac{2e^2 \mathcal{G}^2}{3m\delta v^2(\varepsilon)} \right) \frac{\partial f}{\partial \varepsilon}, \quad \varepsilon = \Delta E. \quad (7.74)$$

Производную $\partial f/\partial \varepsilon$ ($\varepsilon = \Delta E$) легко найти, если известна $f(\varepsilon)$ в допороговой области. Для определения $f(\varepsilon)$ при $\varepsilon \ll \Delta E$ проинтегрируем уравнение (7.72) по энергии от текущего значения ε (меньшего, чем ΔE) до $\varepsilon = \infty$

$$-\varepsilon^{3/2} \delta v(\varepsilon) \left[f + \left(T + \frac{2e^2 \mathcal{G}^2}{3m\delta v^2(\varepsilon)} \right) \frac{\partial f}{\partial \varepsilon} \right] = v_{1\Sigma}. \quad (7.75)$$

Учитывая сказанное выше о малости $f(\varepsilon)$ за порогом ионизации, проинтегрируем (7.75), считая граничным условием $f(\Delta E) = 0$. Поскольку $\bar{\varepsilon} \ll \Delta E$, правой частью (7.75) можно пренебречь. Таким образом, пренебрегается влиянием неупругих столкновений на $f(\varepsilon)$ при малых энергиях. Как и в подразд. 7.2.1, неравенство $\bar{\varepsilon} \ll \Delta E$ будем считать выполненным. Функция распределения в сильных электрических полях, когда это неравенство нарушается, будет рассмотрена в разд. 7.4.

Итак, интегрируя указанным способом (7.75), получаем

$$f(\varepsilon) = c \left\{ \exp \left[- \int_0^\varepsilon \frac{ds'}{T + (e^2 \mathcal{G}^2 / 3m\delta v^2(\varepsilon'))} \right] - \exp \left[- \int_0^{\Delta E} \frac{ds'}{T + (e^2 \mathcal{G}^2 / 3m\delta v^2(\varepsilon'))} \right] \right\}, \quad \varepsilon \ll \Delta E. \quad (7.76)$$

Нормировочная константа c остается той же (см. подразд. 7.1.1), поскольку $\bar{\varepsilon} \ll \Delta E$. Если $v(\varepsilon)$ не зависит от энергии, то (7.76) приобретает простой вид

$$f(\varepsilon) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} T_e^{-3/2} [\exp(-\varepsilon/T_e) - \exp(-\Delta E/T_e)], \quad (7.77)$$

где $T_e = T + (2e^2 \mathcal{G}^2 / 3m\delta v^2)$. Как (7.76), так и (7.77) обращаются в нуль при $\varepsilon = \Delta E$, а при малых энергиях совпадают с (7.16).

Дифференцируя (7.76) и подставляя затем в (7.74), получаем искомую частоту столкновений, приводящих к возбуждению и

ионизации:

$$\nu_{1\Sigma} = \delta\nu(\Delta E) \Delta E^{3/2} \tilde{f}(\Delta E),$$

$$\tilde{f}(\Delta E) = c \exp \left[- \int_0^{\Delta E} \frac{d\varepsilon}{T + (e^2 \mathcal{E}^2 / 3 \delta m \nu^2(\varepsilon))} \right]. \quad (7.78)$$

Обсудим полученное выражение. Во-первых, отметим, что частота возбуждения определяется частотой упругих соударений в пороге. Сечения неупругих процессов не входят в (7.78), что соответствует представлению о бесконечном стоке, а входят лишь в критерий применимости (7.78). Во-вторых, в (7.78) вошла функция распределения в пороге, вычисленная без учета влияния неупругих столкновений, т. е. соответствующая (7.16). Поэтому она отмечена значком «тильда». Таким образом, в условиях применимости метода бесконечного стока для расчета $\nu_{1\Sigma}$ не требуется предварительно находить $f(\varepsilon)$ с учетом неупругих столкновений.

Для сильноионизованной плазмы, где преобладают межэлектронные столкновения, (7.78) применимо, но следует заменить $\delta\nu(\varepsilon)$ на $\nu_e(\varepsilon)$, а \tilde{f} на максвелловскую функцию f^0

$$\nu_{1\Sigma} = \nu_e(\Delta E) \Delta E^{3/2} f^0(\Delta E). \quad (7.79)$$

Обратим внимание на то, что $\nu_{1\Sigma}/\nu_{1\Sigma}^0$ совпадает с ранее полученным отношением $w_{1\Sigma}/w_{1\Sigma}^0$ (7.69) в пределе больших значений C . Отсюда следует, что для применимости (7.79) необходимо выполнение неравенства $C \gg 1$ и $\Delta E/T_e \gg 1$. Они могут быть записаны в следующем виде:

$$\frac{\nu_{1\Sigma}}{\nu_e} \Big|_{\varepsilon=\Delta E+T_e} \gg \frac{\Delta E}{T_e} \gg 1. \quad (7.80)$$

Это неравенство определяет границы применимости метода бесконечного стока [32, 33]. В слабоионизованной плазме во внешнем поле для применимости (7.78) должно выполняться

$$\frac{\nu_{1\Sigma}}{\delta\nu} \Big|_{\varepsilon=\Delta E+\bar{\varepsilon}} \gg \frac{\Delta E}{T_e} \gg 1, \quad (7.81)$$

где $\bar{\varepsilon}$ — средняя энергия.

В работе [33] значения $\nu_{1\Sigma}$ в аргоне, полученные по формуле (7.78), сопоставлены с результатами более точных расчетов [34] (рис. 7.10). В [34] функция $f(\varepsilon)$ была получена численным решением уравнения Больцмана за порогом с учетом неупругих столкновений. Сечение возбуждения задавалось в виде $q_{1\Sigma}(\varepsilon) = 1,15 \cdot 10^{-16} (\varepsilon/\Delta E - 1) \text{ см}^2$. Частота возбуждения $\nu_{1\Sigma}$ находилась интегрированием частоты столкновений $n_1 q_{1\Sigma}(\varepsilon) \sqrt{2\varepsilon/m}$ и найденной функции распределения. Из рассмотрения рис. 7.10 следует, что для напряженностей поля $\mathcal{E}/p \leq 3 \text{ В (см} \cdot \text{мм рт. ст.)}^{-1}$, что соответствует $\Delta E/\bar{\varepsilon} \geq 4$, результаты вычислений по (7.78) (1) и результаты более детальных вычислений [34] (2) совпадают.

В более сильных полях они расходятся. Плазма в сильных полях будет рассмотрена в разд. 7.4, что позволит построить кривую 2, близкую к 3 при больших значениях \mathcal{E}/p .

Для решения некоторых задач необходима не только частота возбуждений $\omega_{1\Sigma}$, но и сама функция $f(\epsilon)$ при больших энергиях. Для ее определения обычно применяется (например, [35—37]) квазиклассический метод решения кинетического уравнения, имеющий много общего с квазиклассическим методом решения уравнения Шредингера. Продемонстрируем возможности метода, рассмотрев электроны в слабоионизованном газе во внешнем электрическом поле. Некоторые из результатов, которые при этом будут получены, носят общий характер.

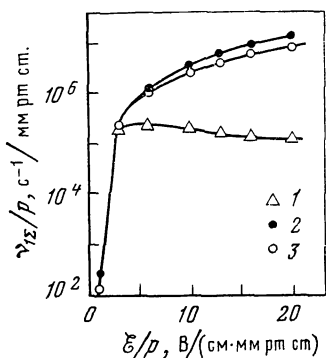


Рис. 7.10. Зависимость $\nu_{1\Sigma}/\rho$ в аргоне от параметра \mathcal{E}/p (p — давление аргона) [33]

1, 2 — расчет по (7.78) и (7.116) соответственно, 3 — расчет [34]

Кинетическое уравнение при $\epsilon > \Delta E$ может быть записано, если $\epsilon \gg T$, следующим образом:

$$\frac{2e^2\mathcal{E}^2}{3m} \frac{1}{\sqrt{\epsilon}} \frac{\partial}{\partial \epsilon} \left(\frac{\epsilon^{3/2}}{v(\epsilon)} \frac{\partial f}{\partial \epsilon} \right) = \nu_{1\Sigma}(\epsilon) f(\epsilon). \quad (7.82)$$

Квазиклассическое решение этого уравнения ищется в виде

$$f(\epsilon) \sim \exp[S(\epsilon)]. \quad (7.83)$$

Относительно функции $S(\epsilon)$ предполагается, что она такова, что резко убывает по мере удаления от порога ΔE . Для этого требуется

$$\epsilon \frac{dS}{d\epsilon} \gg 1, \quad \left| \frac{d^2S/d\epsilon^2}{(dS/d\epsilon)^2} \right| \ll 1. \quad (7.84)$$

Учитывая это, подставляем (7.83) в (7.82) и получаем

$$f(\epsilon) = c_2 \exp[S(\epsilon)], \quad S(\epsilon) = - \int_{\Delta E}^{\epsilon} \frac{d\epsilon'}{\sqrt{\epsilon'}} \sqrt{\frac{3m v(\epsilon') \nu_{1\Sigma}(\epsilon')}{2e^2 \mathcal{E}^2}}. \quad (7.85)$$

Константа c_2 представляет собой $f(\Delta E)$, определяемое при сшивке решений в областях I и II (см. рис. 7.7).

Подставляя (7.85) в (7.84), получаем неравенство

$$\Delta E \nu_{1\Sigma} \gg \bar{\epsilon} \delta \nu, \quad (7.86)$$

где $\nu_{1\Sigma}(\epsilon)$ и $v(\epsilon)$ берутся при $\epsilon = \Delta E + \bar{\epsilon}$, $\bar{\epsilon} = 2e^2\mathcal{E}^2/(3m\delta\nu^2)$. Оно означает, что за порогом неупругие столкновения должны играть во много раз большую роль, чем упругие.

Сшивку решений в пороге проведем стандартным образом (см. подразд. 7.2.1). Для простоты предположим, что v не зависит

от энергии, а $\nu_{1\Sigma}$ пропорциональна первой степени ε . Тогда в области I

$$f = (c_3 + c_4 e^{\varepsilon/\bar{\varepsilon}})e^{-\varepsilon/\bar{\varepsilon}}, \quad \varepsilon \leq \Delta E.$$

В области II (7.85) приводится к виду

$$f = c_2 \exp\left(-\frac{\varepsilon - \Delta E}{\bar{\varepsilon}} \sqrt{C}\right), \quad C = \nu_{1\Sigma}(\Delta E) \bar{\varepsilon}/(\delta\nu\Delta E).$$

В результате простых выкладок получаем

$$f(\varepsilon) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \bar{\varepsilon}^{-3/2} \frac{1}{\sqrt{C}} \exp\left[-\frac{\varepsilon - \Delta E}{\bar{\varepsilon}} \sqrt{C} - \frac{\Delta E}{\bar{\varepsilon}}\right], \quad \varepsilon \geq \Delta E. \quad (7.87)$$

Благодаря большой величине константы C (см. (7.81)) функция $f(\varepsilon)$ резко затухает с ростом $(\varepsilon - \Delta E)$. Из (7.87) следуют выражения более общего характера, не связанные с рядом сделанных непринципиальных допущений, таких, как постоянство частоты столкновений ν . А именно, при энергии, равной пороговой,

$$f(\Delta E) = \frac{\tilde{f}(\Delta E)}{\sqrt{C}}, \quad \left. \frac{\partial f}{\partial \varepsilon} \right|_{\Delta E} = \left. \frac{\partial \tilde{f}}{\partial \varepsilon} \right|_{\Delta E}, \quad (7.88)$$

где $\tilde{f}(\varepsilon)$ означает функцию распределения, вычисленную без учета неупругих столкновений. Формулы (7.88) хорошо согласуются с (7.67), (7.78) и другими выражениями этого раздела, полученными иным путем.

7.2.4. Функция распределения при наличии источника быстрых электронов

Появление в плазме быстрых электронов может заметно повлиять на функцию распределения в целом. Быстрые электроны могут быть инжектированы в плазму. Но и в самой плазме могут протекать процессы, которые приводят к появлению быстрых электронов. Рассмотрим, например, рекомбинирующую плазму гелия.

В подразд. 7.2.1 отмечалось, что если концентрация возбужденных атомов становится сравнимой с концентрацией электронов, то столкновения между ними могут влиять на $f(\varepsilon)$. Такие условия возникают в плазме послесвечения в гелии [38—41]. В распадающейся плазме на первой стадии происходит быстрое остывание электронов, а далее протекают более медленные процессы рекомбинации электронов и дезактивации долгоживущих метастабильных состояний (подробнее см. гл. 8). В плазме имеется на этом этапе близкое к максвелловскому распределение основного числа электронов и избыток быстрых электронов, появляющихся в процессах, протекающих при участии метастабилей. Типичный вид измеренной функции распределения представлен на рис. 7.11. Обращают на себя внимание максимумы $f(\varepsilon)$ в области энергии 15 и 20 эВ.

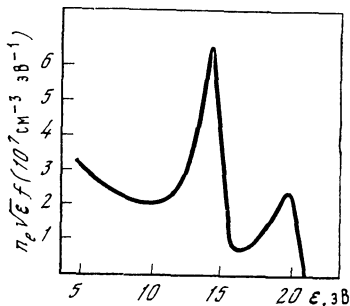


Рис. 7.11. Типичный вид функции распределения электронов по энергиям в условиях послесвечения в гелии [38] (давление 1,5 мм рт.ст., ток в импульсе 0,45 А, момент измерения 50 мкс после окончания разрядного импульса)

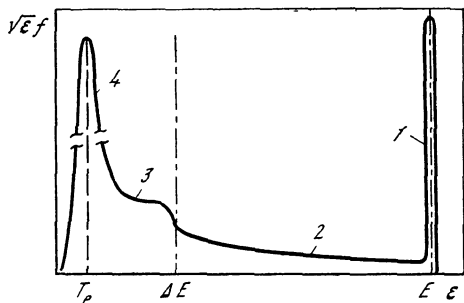
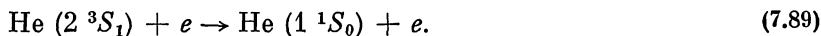


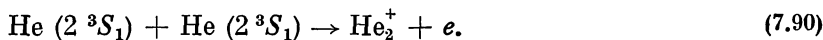
Рис. 7.12. Качественная картина энергетического спектра электронов в газе, ионизируемом пучком электронов [45]

1 — первичные электроны, 2 — электроны каскада, 3 — подпороговые электроны, 4 — электроны плазмы

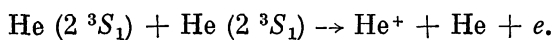
Наличие максимума при энергии около 20 эВ можно связать с ударами второго рода



В результате этой реакции рождаются электроны с энергиями около 19,8 эВ. Источником электронов с энергиями от 15 до 17,6 эВ могут служить ионизирующие столкновения метастабилей



Непрерывный спектр энергий в области 4—12 эВ возникает в реакции



Эти процессы оказываются очень важными в стационарной плазме криогенного ($T = 77 \text{ K}$) тлеющего разряда [42]. Измеренная концентрация метастабильных атомов гелия во много раз превышает концентрацию электронов. Поэтому происходящие при их участии процессы (7.89), (7.90) создают интенсивный источник быстрых электронов.

Функции распределения, имеющие второй максимум, измерены в [43] и других работах в плазме положительного столба при наличии сильной поперечной неоднородности, т. е. при наличии страт. Страты большой амплитуды можно рассматривать как ионизационные разрывы, в которых узкие зоны сильного поля разделяют области, различающиеся по концентрации электронов на порядок и более. В этой зоне эксперименты обнаруживают группы быстрых электронов. В [44] найдена структура ионизационного скачка на границе двух страт.

В последнее время большое внимание привлекает изучение плазмы, создаваемой внешним источником быстрых заряженных частиц, например пучком быстрых электронов. При воздействии электронного пучка на холодный газ возникают быстрые вторичные электроны, а затем и медленные. Обсудим характер распределения электронов по энергии [45, 46]. Различные области энергетического распределения иллюстрирует рис. 7.12. Для выбитых из атомов вторичных электронов существенны только неупругие столкновения с атомами газа — возбуждение и ионизация. Эти электроны можно назвать электронами «ионизационного каскада». Образующиеся в ходе ионизационного каскада электроны с энергией $\varepsilon < \Delta E$ («подпороговые» электроны) охлаждаются в результате упругих столкновений. Задача об определении $f(\varepsilon)$ в этой области может быть приближенно сведена к задаче с источником быстрых электронов в пороге $\varepsilon = \Delta E$ [45]. Охладившиеся медленные электроны формируют максвелловское распределение рекомбинирующих электронов плазмы.

Рассмотрим решение кинетического уравнения для электронов во внешнем поле при наличии источника быстрых электронов [47—50]

$$\frac{\partial}{\partial \varepsilon} \left[\varepsilon^{3/2} \delta v(\varepsilon) \left(f + \frac{2e^2 g^2}{3m \delta v^2(\varepsilon)} \frac{\partial f}{\partial \varepsilon} \right) \right] = -A \delta(\varepsilon - E). \quad (7.91)$$

Плазма считается слабоионизованной, а источник — сосредоточенным в узком интервале энергий в окрестности энергии E . Для реакции (7.90) $A = 1/2 n_m^2 \beta / n_e$, где n_m — концентрация метастабилей, β — константа разрушения метастабильных состояний в процессе ассоциативной ионизации.

Уравнение (7.91) решаем в двух областях энергии при $\varepsilon \leq E$ и при $\varepsilon \geq E$. Полученные решения сшиваем. Сначала, интегрируя (7.91) от значения ε , меньшего E , до $\varepsilon = \infty$, получаем следующее выражение:

$$\delta v(\varepsilon) \varepsilon^{3/2} \left(f + \bar{\varepsilon} \frac{\partial f}{\partial \varepsilon} \right) = A, \quad \varepsilon \leq E, \quad (7.92)$$

где $\bar{\varepsilon} = 2e^2 g^2 / (3m \delta v^2(\varepsilon))$, хотя эта величина равна средней энергии, если только $v(\varepsilon)$ не зависит от ε . На самом деле частота столкновений электрона с атомом гелия зависит от энергии $v(\varepsilon) \sim \sqrt{\varepsilon}$ при $\varepsilon \leq \varepsilon^* \simeq 3,5$ эВ. Но при больших энергиях эта зависимость исчезает, так как сечение $q(\varepsilon)$ начинает уменьшаться обратно пропорционально $\sqrt{\varepsilon}$. Поскольку все интересные события происходят при больших энергиях, то выкладки для простоты будут проделаны при $v = \text{const}$, а в конце укажем, как следует изменить результат для учета зависимости $v(\varepsilon)$ при $\varepsilon \leq \varepsilon^*$.

Интегрируем (7.92), полагая $\bar{\varepsilon} \ll E$. Если $A/\delta v \ll 1$, $f(\varepsilon)$ при малых ε не возмущается источником и представляет собой максвел-

ловскую функцию $f^0(\varepsilon)$ со средней энергией $\bar{\varepsilon}$

$$f(\varepsilon) = f^0(\varepsilon) \left[1 + \frac{\sqrt{\pi}}{2\delta v} A \left(\frac{\bar{\varepsilon}}{\varepsilon} \right)^{3/2} e^{\varepsilon/\bar{\varepsilon}} \right], \quad \varepsilon \leq E. \quad (7.93)$$

Решение в области $\varepsilon \geq E$ легко получить, интегрируя (7.91) от $\varepsilon \geq E$ до бесконечности, и затем использовать граничное условие при $\varepsilon = E$

$$f(\varepsilon) = f(E) \exp [-(\varepsilon - E)/\bar{\varepsilon}], \quad \varepsilon \geq E.$$

Величина $f(E)$ следует из (7.93):

$$f(E)/f^0(E) = 1 + \frac{\sqrt{\pi}}{2\delta v} A \left(\frac{\bar{\varepsilon}}{E} \right)^{3/2} e^{E/\bar{\varepsilon}}. \quad (7.94)$$

Если учесть изменение v от ε , то $\tilde{f}(\varepsilon)$ — функция распределения электронов в гелии в отсутствии источника — определяется

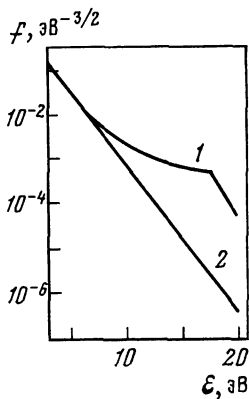


Рис. 7.13. Функция распределения электронов по энергиям в плазме криогенного гелиевого разряда [49] с учетом ионизирующих столкновений метастабилей (1) и без учета (2) (расчет проведен при условии эксперимента [42]; $\mathcal{E}/p = 1,65$ В/(см·мм рт. ст.), $I = 0,2$ мА)

выражением (7.22). Теперь решение уравнения (7.91) следует искать последовательно в трех областях ε (а именно, при $\varepsilon \leq \varepsilon^*$, $\varepsilon^* \leq \varepsilon \leq E$, $\varepsilon \geq E$) и сшивать. В итоге отношение $f(E)/\tilde{f}(E)$, которое и определяет величину воздействия источника быстрых электронов, можно приблизительно записать в виде

$$f(E)/\tilde{f}(E) \approx 1 + \frac{A}{\delta v} \left(\frac{\bar{\varepsilon}}{E} \right)^{3/2} \exp \left[\frac{2\varepsilon^*(E - \varepsilon^*)}{\bar{\varepsilon}^2} \right]. \quad (7.95)$$

На рис. 7.13 приведена функция распределения $f(\varepsilon)$, рассчитанная в [49] для условий эксперимента [42]. Измеренные концентрации метастабильных атомов во много раз превышают концентрации электронов. Поэтому столкновения метастабилей, порождающие быстрые электроны, могут сильно воздействовать на хвост распределения $f(\varepsilon)$, обогатив его за счет этих электронов. Отметим, что возникшее перераспределение электронов в свою очередь влияет на концентрацию метастабилей. Она повышается, поскольку возбуждение атомов электронным ударом, в результате которого возникают метастабилы, становится более эффективным.

Сопоставляя кривые 1 и 2 (см. рис. 7.13), видим, что ионизирующие столкновения метастабилей существенно увеличивают долю быстрых электронов. Оценку $f(E)/\bar{f}(E)$ можно выполнить по (7.95), учитывая, что в условиях, соответствующих рис. 7.13, концентрация атомов гелия $n = 2,6 \cdot 10^{17} \text{ см}^{-3}$, $n_m/n = 2,4 \cdot 10^{-6}$, $n_e/n = 1,46 \cdot 10^{-8}$, $\bar{\epsilon} = 3 \text{ эВ}$, $\beta = 4,6 \cdot 10^{-9} \text{ см}^3/\text{с}$. Тогда получаем $f(E)/\bar{f}(E) \approx 10^3$. Функция $f(\epsilon)$ в точке локализации источника ($\epsilon = E$) претерпевает излом, что характерно для процессов с δ -образным возмущением. Отметим, что при $\epsilon > E$ в [49] учитывался также процесс возбуждения атомов электронным ударом, влияние которого на $f(\epsilon)$ для простоты выше не обсуждалось.

7.3. Самосогласованные распределения электронов по энергиям и атомов по возбужденным состояниям

Неравновесное распределение атомов по состояниям должно возмущать функцию распределения электронов по энергиям. Если это возмущение оказывается существенным, то оно в свою очередь влияет на заселение уровней атома. Возникает задача об определении самосогласованных неравновесных распределений атомов по уровням и электронов по энергиям. В общем виде эта задача очень сложна. Ниже рассматривается частный, но весьма важный случай, когда в кинетическом уравнении доминирующую роль играют межэлектронные столкновения (в качестве максвеллизирующего фактора) и неупругие столкновения с атомами. Поскольку наибольшее влияние неупругие столкновения могут оказать в хвосте $f(\epsilon)$, то ограничимся учетом переходов между основным и возбужденным состояниями атома. Это позволяет получить решение в простом аналитическом виде [51]. В аналогичной постановке задача решалась в [52] (см. также [53]). Позже близкие результаты были получены в [54, 55]. В ряде работ получены численные решения, например [56—60].

Самосогласованные распределения атомов по уровням и электронов по энергиям могут быть использованы для получения коэффициентов ионизации и рекомбинации с учетом неравновесности распределения электронов по энергии. Коэффициенты ионизации и рекомбинации рассмотрим в подразд. 7.3.2.

7.3.1. Самосогласованные распределения атомов по уровням и электронов по энергиям

Кинетическое уравнение запишем в виде, близком к (7.60), но с учетом в правой части не только процессов, приводящих к возбуждению, но и ударов второго рода. Распределение атомов по уровням будет определяться в рамках модифицированного диффузионного приближения. Поэтому интеграл неупругих столкновений в кинетическом уравнении записывается следующим обра-

$$n_e I(\varepsilon) \sqrt{\varepsilon} = n_1 z_{12}(\varepsilon) f(\varepsilon) \sqrt{\varepsilon} - n_2 z_{21}(\varepsilon - \Delta E) f(\varepsilon - \Delta E) \sqrt{\varepsilon - \Delta E}, \quad (7.96)$$

где эффективная вероятность переходов $1 \rightarrow 2$ дается формулой, полученной в Приложении 2

$$z_{12}(\varepsilon) = 4\pi e^4 \Lambda_1 n_e / [(2m\varepsilon)^{1/2} \Delta E], \quad \Delta E = E_1 - E_2.$$

Вводя приведенные величины $y_k = n_k/n_k^0$, $y(\varepsilon) = f(\varepsilon)/f^0(\varepsilon)$ и воспользовавшись соотношением детального равновесия, $I(\varepsilon)$ перепишем в виде

$$n_e I(\varepsilon) = n_1^0 f^0(\varepsilon) z_{12}(\varepsilon) [y_1 y(\varepsilon) - y_2 y(\varepsilon - \Delta E)]. \quad (7.97)$$

Теперь кинетическое уравнение (7.60) с правой частью (7.97) можно записать в виде

$$n_e \frac{1}{\sqrt{\varepsilon}} \frac{\partial}{\partial \varepsilon} \left[2\nu_e(\varepsilon) \varepsilon^{3/2} f^0(\varepsilon) T_e \frac{dy(\varepsilon)}{dy} \right] = n_1^0 f^0(\varepsilon) z_{12}(\varepsilon) [y_1 y(\varepsilon) - y_2 y(\varepsilon - \Delta E)]. \quad (7.98)$$

Вспоминая характер зависимостей от энергии величин, входящих в (7.98) ($\nu_e \sim \varepsilon^{-1/2}$, $z_{12} \sim \varepsilon^{-1/2}$, $f_0 \sim \exp(-\varepsilon/T_e)$), можно видеть, что (7.98) оказывается линейным уравнением второго порядка с постоянными коэффициентами. Как и в подразд. 7.2.2, решение надо искать в виде суперпозиции экспонент в двух областях — $\varepsilon \leq \Delta E$ и $\varepsilon \geq \Delta E$. Величины коэффициентов при экспонентах определяются из условий непрерывности $y(\varepsilon)$ и $dy/d\varepsilon$ при $\varepsilon = \Delta E$ и условия нормировки. Последнее сводится к $y(0) \approx 1$, если $\Delta E \gg T_e$. Поскольку интенсивность упругих столкновений с ростом ε падает, то значение $y(\infty)$ следует из баланса неупругих столкновений при больших энергиях, что дает $y(\infty) = y_2/y_1$. Поскольку метод решения очень близок к приведенному в подразд. 7.2.2, то приведем результат

$$y(\varepsilon) = 1 + c_1 \exp\left(\frac{\varepsilon - \Delta E}{T_e}\right), \quad \varepsilon \leq \Delta E. \quad (7.99)$$

$$y(\varepsilon) = \frac{y_2}{y_1} + c_2 \exp\left[-\frac{1}{2}(\sqrt{1+4C} - 1) \frac{\varepsilon - \Delta E}{T_e}\right], \quad \varepsilon \geq \Delta E.$$

Здесь

$$c_1 = \frac{1}{y_1} (y_2 - y_1) \left(1 - \frac{2}{\sqrt{1+4C} + 1}\right), \quad (7.100)$$

$$c_2 = -\frac{1}{y_1} (y_2 - y_1) \frac{2}{\sqrt{1+4C} + 1}, \quad C = \frac{n_1}{n_e} \frac{2\Lambda_1}{\lambda} \frac{T_e}{\Delta E}.$$

График $y(\varepsilon)$ изображен на рис. 7.14. Если $y_2 < y_1$, то $f(\varepsilon)$ обедняется быстрыми электронами, $y(\varepsilon) < 1$. Если, наоборот, $y_2 > y_1$, то возникает избыток быстрых электронов.

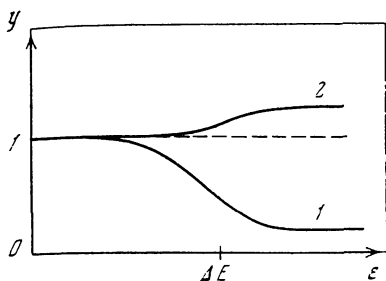


Рис. 7.14. Приведенная функция распределения $y(\epsilon) = f^0(\epsilon)/f(\epsilon)$ в зависимости от энергии для двух разных режимов неравновесности 1, 2 — $u_2 < u_1$ и $u_2 > u_1$ соответственно

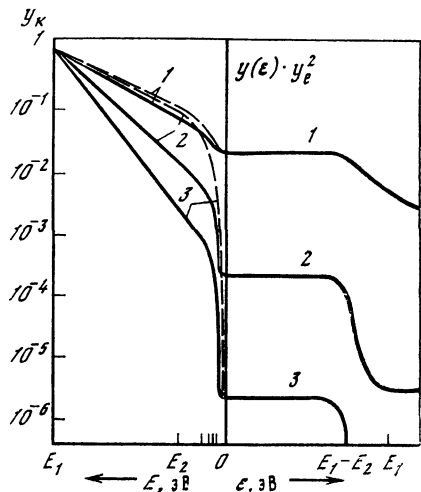


Рис. 7.15. Функции распределения y_k и $y(\epsilon) y_e^2$ в дискретном и сплошном спектрах при температуре $T_e = 8000$ К и концентрации атомов $n = 10^{16}$ см $^{-3}$ (E_k — энергия связи возбужденного атома, ϵ — энергия свободного электрона) [51]

1—3 — степень ионизации α равна 10^{-3} , 10^{-4} и 10^{-5} для значений параметра $C = 0,4$, 4 и 40 соответственно. Штрихи — распределения, построенные без учета нарушения максвелловского распределения (в данном масштабе штриховые линии 2 и 3 совпадают)

Полученное распределение электронов зависит от y_1, y_2 . Подставляя это распределение в уравнения, определяющие распределение атомов по уровням, исключаем тем самым из них $y(\epsilon)$. В результате имеем систему уравнений, содержащую лишь неизвестные y_k . Решая ее, получим распределение атомов по уровням.

В систему уравнений баланса атомов по уровням $f(\epsilon)$ входит через значения частот столкновений, усредняемых по распределению электронов по энергии. В рассматриваемых условиях — через z_{12} и z_{21} . Вычислим частоту актов возбуждения z_{12}

$$z_{12} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} T_e^{-3/2} \int_0^{\infty} z_{12}(\epsilon) \exp(-\epsilon/T_e) y(\epsilon) \sqrt{\epsilon} d\epsilon.$$

Подставляя $y(\epsilon)$, получаем

$$z_{12} = z_{12}^0 [F_1 (1 - y_2/y_1) + y_2/y_1], \quad (7.104)$$

где функция F_1 — выражение (7.70). Если $y_2 \rightarrow y_1$, то $z_{12} \rightarrow z_{12}^0$ (z_{12}^0 — вероятность перехода $1 \rightarrow 2$, вычисленная в предположении наличия максвелловского распределения и определяемая формулой (4.20)). Если $y_2 \rightarrow 0$, то $z_{12} = F_1 z_{12}^0$, т. е. совпадает (при том же выборе сечения $q_{12}(\epsilon)$) с (7.69).

Баланс числа переходов в энергетическом промежутке между первым и вторым атомными уровнями определяется $j = n_1 z_{12} - n_2 z_{21}$. Второй член соответствует ударам второго рода, которые происходят при участии медленных электронов. Поэтому $z_{21} = z_{21}^0$. Используя (7.101),

$$j = n_1 z_{12} - n_2 z_{21} = n_1^0 z_{12}^0 (y_1 - y_2) F_1. \quad (7.102)$$

Функция

$$F_1 = \frac{1}{C} \frac{\sqrt{1+4C} - 1}{\sqrt{1+4C} + 1} \approx \frac{1}{1+C}, \quad (7.103)$$

определяемая (7.70), учитывает эффект возможной немаксвелловости. Немаксвелловость несущественна, если $C \ll 1$ (см. гл. 4).

Полученный результат позволяет найти взаимосвязанные распределения $f(\epsilon)$ и n_k . Обратим внимание на то, что учет немаксвелловости не нарушил структуру формулы для j , т. е. по-прежнему $j \sim (y_1 - y_2)$. Дело формально свелось к замене вероятности z_{12}^0 на $z_{12}^0 F_1$. Поэтому можно непосредственно воспользоваться решением системы уравнений баланса атомов по уровням (5.45), (5.53), введя в него функцию F_1 множителем к z_{12}^0 . Поскольку рассматриваются условия, когда $f(\epsilon)$ возмущают лишь переходы $1 \rightleftharpoons 2$, то все остальные вероятности $z_{k, k+1}$ ($k \geq 2$) остаются неизменными. Итак, воспользовавшись решениями (5.45), (7.99), обсудим на последующих примерах полученные результаты.

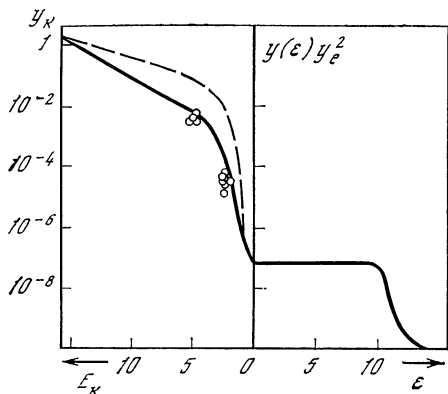
На рис. 7.15 построены приведенные распределения атомов по уровням $y_k = n_k/n_k^0$ и электронов по энергиям $y(\epsilon) y_e^2 = f(\epsilon) n_e^2 / [f^0(\epsilon) (n_e^0)^2]$ для оптически плотной водородной плазмы [51]. Для сравнения штрихами приводятся y_k , вычисленные в предположении максвелловского распределения, т. е. если $y(\epsilon) = 1$. Хорошо видно, что выедание хвоста $f(\epsilon)$ связано с уменьшением концентрации возбужденных атомов. При построении штриховых и сплошных линий значения концентрации электронов были приняты одинаковыми. В действительности немаксвелловость влияет и на концентрацию электронов. С ростом C значения y_e^2 могут заметно уменьшаться (см. следующий раздел). Поэтому влияние неравновесности $f(\epsilon)$ на n_k на самом деле значительно больше, чем это показано на рисунке.

Рассмотрим влияние параметра C на характер распределения атомов по уровням и электронов по энергиям. При больших C значения $y(\epsilon)$ резко уменьшаются вблизи $\epsilon = \Delta E$, что сочетается с резким уменьшением населенностей первых возбужденных состояний. При малых C значение $y(\epsilon)$ при $\epsilon \leq \Delta E$ остается близкой к единице, а уменьшение $y(\epsilon)$ при $\epsilon > \Delta E$ происходит постепенно и поэтому оказывает небольшое воздействие на y_k .

На рис. 7.16 даны неравновесные населенности возбужденных состояний и функция распределения, вычисленные для условий эксперимента [61, 62]. В этих условиях в плазме положительного

Рис. 7.16. Расчетные значения приведенных населенностей возбужденных состояний $y_k = n_k/n_k^0$ атомов аргона и приведенное распределение электронов по энергии $y(\epsilon) y_e^2$ [63]

Точки — экспериментальные данные [61, 62], штрихи — расчет без учета немаксвелловости



столба разряда в аргоне $n_e = 0,77 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3}$, $T_e = 1,3 \cdot 10^4 \text{ К}$, давление газа 5 мм рт. ст., сила тока 0,4 А. Расчетные населенности y_k хорошо согласуются с измеренными. Штрихами показано, какими были бы населенности возбужденных состояний в расчете при тех же n_e , n , T_e без учета немаксвелловости. Ее учет позволяет говорить о согласии теории и эксперимента.

Рис. 7.15 и 7.16 иллюстрируют ситуации в недоионизованной плазме, когда $y_e < 1$. В рекомбинационном режиме $y_e > 1$, $y_2 > y_1$ и, как отмечалось, $y(\epsilon)$ при больших ϵ превышает единицу. Следует отметить, что реализовать такие экспериментальные условия значительно сложнее, поскольку при больших n_e параметр $S < 1$.

7.3.2. Влияние немаксвелловости на коэффициент ударно-радиационной ионизации

Скорость объемной ионизации dn_e/dt определяется следующим выражением:

$$dn_e/dt = j = n_1 n_e \beta - n_e^3 \alpha. \quad (7.104)$$

При расчете β и α учитывается большая совокупность переходов между атомными состояниями, так как ионизация и рекомбинация являются ступенчатыми процессами. В зависимости от того, какие переходы дают основной вклад в β и α , различают (см. гл. 6) области высоких и низких температур [64]. В области высоких температур применимо приближение «немедленной ионизации» возбужденных состояний, и скорость ионизации определяется прохождением электроном энергетического промежутка между первым и вторым уровнями атома $E_1 - E_2$. Именно при таких значениях энергии электрона ϵ наиболее существенна немаксвелловость функции распределения. Как было показано в предыдущем подразделе, она учитывается введением F_1 (7.103). Соответственно умножаются на F_1 значения коэффициентов β_1 и α_1 (6.40), (6.41). Если этим значениям дать индекс нуль, то учет немаксвел-

ловости приводит к

$$\beta_1 = F_1 \beta_1^0, \alpha_1 = F_1 \alpha_1^0. \quad (7.105)$$

То, что F_1 вошла не только в β_1 , но и в α_1 , не должно вызывать недоразумения. Неравновесность в хвосте функции распределения не влияет, конечно, на скорости элементарных процессов рекомбинации и ударов второго рода. При такой записи β_1 и α_1 очевидным образом проявилось то, что разделение выражения для потока электронов j на две составляющие — ионизацию и рекомбинацию — почти всегда бывает условным. Действительно, можно измерить лишь полную величину потока j (7.104), но не его отдельные составляющие. Этот поток при определении α_1 и β_1 (7.105) соответствует правильному учету немаксвелловости. Согласно этому для учета немаксвелловости функция F_1 вводится во все формулы гл. 6, содержащие α_1 и β_1 .

В пределе сильной немаксвелловости $F_1 \ll 1$ и коэффициент ионизации β_1 становится пропорциональным концентрации электронов

$$\beta_1 = \Gamma (Ry/T_e)^{3/2} (\lambda n_e / 2 \Lambda_1 n_1) \exp [-(E_1 - E_2)/T_e]. \quad (7.106)$$

Влияние немаксвелловости на скорость ионизации полностью непрозрачной аргоновой плазмы показано на рис. 7.17. Видно, что при малых степенях ионизации резко уменьшается β , что оказывает влияние в нестационарной плазме на скорость ионизации, а в стационарных условиях на величину установившейся концентрации электронов. Поскольку в отсутствии радиационных процессов β не зависит от n_e , то падение β на рис. 7.17 обусловлено лишь немаксвелловостью.

Рассмотрим баланс электронов (6.58) в условиях, когда в слабоионизованной плазме применимо приближение немедленной ионизации, а выходом излучения можно пренебречь, $\beta = \beta_1$ (7.105). Предположим, что электроны рекомбинируют не в объеме, а диффундируют к стенкам. Тогда

$$n_1 n_e \beta = n_e / \tau_D, \quad (7.107)$$

где τ_D — время диффузии к стенкам. Если $C \ll 1$, т. е. реализуется максвелловское распределение, то β_1 не зависит от n_e и уравнение (7.107) не дает ответа на вопрос о величине n_e . В таком случае n_e определяется исходя из учета других факторов. Например, при заданной напряженности поля n_e может определяться величиной тока, поскольку плотность тока $J = \sigma \mathcal{E}$, а электропроводность σ прямо пропорциональна n_e . Если $C \gg 1$, то, используя (7.105) и выражение для C (7.100), получим из (7.107)

$$n_e = \frac{1}{n_1 \tau_D} \frac{T_e \sqrt{m T_e}}{2 \sqrt{2\pi} e^4 \lambda} \exp [(E_1 - E_2)/T_e]. \quad (7.108)$$

В условиях экспериментов [61, 62] в плазме положительного столба среднего давления в аргоне $n = 10^{17} \text{ см}^{-3}$, $T_e \simeq 1 \text{ эВ}$, радиус трубки 1 см. Полученное выражение для n_e дает $n_e/n \simeq 10^{-5}$, что соответствует измерениям.

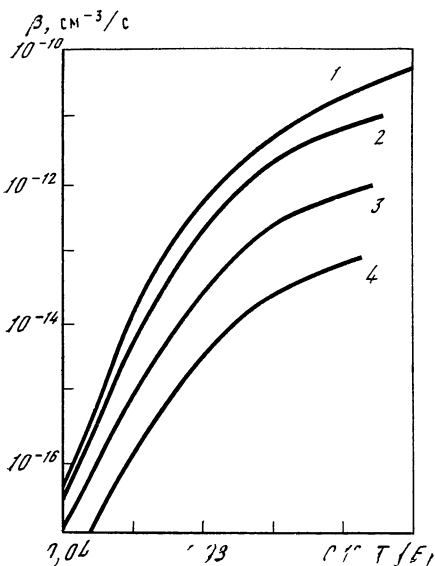


Рис. 7.17. Зависимость коэффициента ионизации β в аргонной плазме от относительной температуры T_e/E_1 ($E_1 = 1,82 \cdot 10^5$ К) при степенях ионизации $x = 10^{-2}$ (1), 10^{-3} (2), 10^{-4} (3) и 10^{-5} (4) [65]

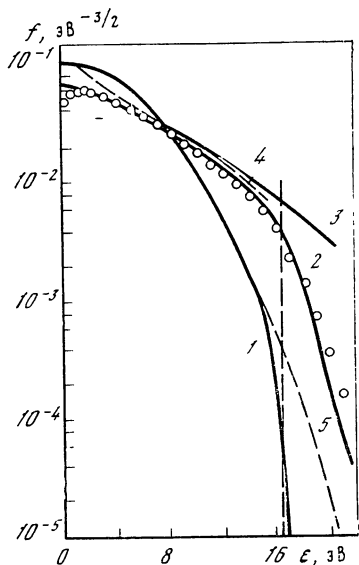


Рис. 7.18. Функции распределения электронов по энергиям в слабоионизованной плазме неона при различных значениях \mathcal{E}/n

Точное численное решение уравнения Больцмана: 1 — $\mathcal{E}/n = 1,41 \cdot 10^{-17}$ В·см², 2 — $8,43 \cdot 10^{-17}$, 3 — $2,81 \cdot 10^{-16}$ [66, 67]. Приближенное решение: 4 — по (7.115), $\mathcal{E}/n = 2,81 \cdot 10^{-16}$, 5 — по (7.111), $\mathcal{E}/n = 1,41 \cdot 10^{-17}$ В·см². Точки — эксперимент, $\mathcal{E}/n = 8,43 \cdot 10^{-17}$ [67]

7.4. Распределение электронов по энергиям в сильном электрическом поле

В сильных электрических полях средняя энергия электронов сравнима с пороговой энергией неупругих процессов. В таких условиях уже нельзя полагать, что неупругие процессы не возмущают ядро функции распределения по энергиям. Наоборот, именно неупругие процессы, приводящие к большим изменениям энергии электрона, становятся основным фактором, формирующим интеграл столкновения и воздействующим на $f(\epsilon)$ во всей области изменения энергии.

7.4.1. Распределение электронов по энергиям в слабоионизованной плазме

Рассмотрим, каким образом при возрастании напряженности электрического поля меняется характер функции распределения электронов по энергиям. Будем считать, что средняя энергия электронов $\bar{\epsilon}$ намного превышает температуру газа T . Это означает в со-

ответствии с (7.20), что

$$e\mathcal{E}/nq \gg \sqrt{\delta T}, \quad (7.109)$$

где q — транспортное сечение рассеяния электрона на атоме. Имеется широкий диапазон параметров, в котором значение $\bar{\epsilon}$ еще много меньше ΔE , поскольку величина ΔE (порога неупругих процессов) составляет несколько эВ или выше. Функция распределения в этой области была исследована в разд. 7.2, а далее эти результаты лишь кратко обсуждаются. Основное внимание уделено диапазону сильных электрических полей, в которых $\bar{\epsilon}$ становится сравнимой с ΔE , и неупругие столкновения, по сути дела, формируют $f(\epsilon)$, определяя $f(\epsilon)$ как при больших, так и при малых энергиях. Получим приближенные формулы $f(\epsilon)$ и частоты неупругих столкновений $\omega_{1\Sigma}$. В заключение этого раздела кратко обсуждается диапазон еще более высоких электрических полей, когда возможны эффекты «убегания» электронов.

Если средняя энергия еще не очень велика, $\bar{\epsilon} \ll \Delta E$, то ядро функции распределения не возмущается неупругими столкновениями и описывается формулой (7.16). Неравенство $\bar{\epsilon} \ll \Delta E$ означает, что

$$e\mathcal{E}/nq \ll \sqrt{\delta \Delta E}. \quad (7.110)$$

Поскольку $\bar{\epsilon} \gg T$, формулу (7.16) можно переписать в виде

$$f(\epsilon) = c \exp \left[- (3\delta m/2e^2\mathcal{E}^2) \int_0^\epsilon v^2(\epsilon') d\epsilon' \right]. \quad (7.111)$$

На рис. 7.18 результаты расчета по (7.111) сопоставлены с численным решением уравнения Больцмана (7.72) [66, 67], которое хорошо согласуется с экспериментальными данными, полученными в плазме положительного столба тлеющего разряда в неоне.

Сечение рассеяния электрона на атоме неона, как и в [66], можно аппроксимировать зависимостью $q(\epsilon) = a\epsilon^{1/2}$, где $a = 1,6 \cdot 10^{-16} \text{ см}^2 (\text{эВ})^{-1/2}$. Поэтому $f(\epsilon)$ (7.111) спадает с ростом ϵ несколько быстрее, чем дрюйвестейновское распределение (7.21), имея множителем в показателе экспоненты $\epsilon^{1/2}$, а не ϵ^2 . Кривая 5 (см. рис. 7.18) неплохо соответствует 1, полученной в [66], до энергий, близких к порогу возбуждения $\Delta E = 16,6 \text{ эВ}$.

При больших энергиях приближение (7.111) становится непригодным, поскольку уже припороговая область сильно возмущается неупругими процессами. В результате этого в соответствии с (7.88) значение $f(\Delta E)$ уменьшается в \sqrt{C} раз, если параметр $C = \bar{\epsilon} v_{1\Sigma} (\Delta E \delta v)^{-1} \gg 1$. Поэтому значение $f(\epsilon)$ в пороге уменьшается по сравнению с $\bar{f}(\epsilon)$ (см. рис. 7.18, кривая 5) примерно в 20 раз. При $\epsilon > \Delta E$ в соответствии с (7.85) $f(\epsilon)$ резко уменьшается.

Неравенство $C \gg 1$, допускающее применимость метода бесконечно мощного стока, можно переписать в виде

$$e\mathcal{E}/nq \gg \sqrt{\delta \Delta E} \frac{\delta q_{1\Sigma}}{q}, \quad (7.112)$$

где сечение неупругих столкновений $q_{1\Sigma}$ берется при энергии $\Delta E + \bar{\epsilon}$. Заметим, что благодаря наличию в (7.112) фактора δ этот метод применим и в более сильных полях, когда (7.110) уже не выполняется.

Переходим к рассмотрению условий, когда средняя энергия электронов становится сравнимой с пороговой. Из рассмотрения кривых 2 и 3 на рис. 7.18 следует, что распределение $f(\epsilon)$ с ростом \mathcal{E}/n сглаживается и становится все более пологим. В результате зависимость $\bar{\epsilon}(\mathcal{E}/n)$ выходит на плато (см. рис. 7.1,б), уровень которого не превышает порога ΔE , но довольно близок к нему (для $\mathcal{E}/n = 2,8 \cdot 10^{-16}$ В·см² величина $\bar{\epsilon} = 0,45 \Delta E$). Это объясняется тем, что сток быстрых электронов, обусловленный неупругими процессами, препятствуют росту $\bar{\epsilon}$, которая в отсутствии стока сильно возросла бы.

Итак, рассмотрим условия, в которых (7.110) не выполняется и, наоборот, заменяется на

$$e\mathcal{E}/nq \gg \sqrt{\delta \Delta E}. \quad (7.113)$$

Рассмотрение разд. 7.2 неприменимо. Однако, как было отмечено выше, неравенство (7.112) продолжает выполняться. Это свидетельствует о том, что метод «бесконечно мощного стока» по-прежнему применим, но должен быть модифицирован [33]. Именно теперь нельзя пренебречь влиянием неупругих столкновений на $f(\epsilon)$ даже при малых ϵ и поэтому при решении уравнения (7.75) его правой частью пренебречь нельзя. Решение уравнения (7.75) с правой частью дает выражение для $f(\epsilon)$ в рассматриваемых условиях.

Поскольку выполняется неравенство (7.112), то, как и в подразд. 7.2.3, можно искать приближенное решение, обращающееся в нуль при $\epsilon = \Delta E$. Оно имеет вид

$$f(\epsilon) = v_{1\Sigma} \exp(-\beta\epsilon) \int_{\epsilon}^{\Delta E} \frac{\beta(\epsilon')}{\delta v(\epsilon') (\epsilon')^{3/2}} \exp(\beta\epsilon') d\epsilon', \quad (7.114)$$

где $\beta^{-1}(\epsilon) = 2e^2 \mathcal{E}^2 / [3\delta m v^2(\epsilon)]^5$. Далее замечаем, что поскольку выполняется (7.113), то $\beta(\Delta E) \Delta E \ll 1$. Поэтому экспоненты в (7.114) всегда близки к единице. Тогда для $f(\epsilon)$ имеем выражение, содержащее под знаком интеграла лишь степенные функции

$$f(\epsilon) = \frac{v_{1\Sigma}}{\delta} \int_{\epsilon}^{\Delta E} \frac{\beta(\epsilon')}{(\epsilon')^{3/2} v(\epsilon')} d\epsilon'. \quad (7.115)$$

Вид $f(\epsilon)$ целиком определяется зависимостью сечения упругого рассеяния от энергии. Если частота столкновений $v(\epsilon)$ от ϵ не зависит, то

$$f(\epsilon) = (3/\Delta E)(1/\sqrt{\epsilon} - 1/\sqrt{\Delta E}), \quad \epsilon \leq \Delta E.$$

* То, что обозначение β используется также для коэффициента ионизации, не должно привести к недоразумению.

Эта формула несправедлива в малой окрестности нулевых энергий, которая не дает заметного вклада при расчете частоты возбуждения, скорости дрейфа и т. п.

На рис. 7.18 значения $f(\epsilon)$ в неоне, полученные численным путем (3), сопоставлены с теми, которые дает формула (7.115) (кривая 4). Выражение $f(\epsilon) = 18\Delta E^{-3/2} (\Delta E^{1/2} - \epsilon^{1/2})$, полученное из (7.115), неплохо соответствует результатам точных вычислений.

Пронормировав $f(\epsilon)$ (7.115) с тем, чтобы исключить $v_{1\Sigma}$, подставим $f(\epsilon)$ в (7.74) и получим частоту неупругих столкновений в следующем виде [33]:

$$v_{1\Sigma} = \frac{3}{2} \left[\int_0^{\Delta E} \frac{\beta(\epsilon) d\epsilon}{\delta v(\epsilon)} \right]^{-1}. \quad (7.116)$$

В этих условиях $v_{1\Sigma}/n$ зависит от параметра \mathcal{E}/n квадратично, так как $\beta \sim (\mathcal{E}/n)^{-2}$. Проведенное сопоставление значений $v_{1\Sigma}$ в аргоне, полученных по (7.116), с результатами расчетов [34], использующих численное решение уравнения Больцмана с учетом неупругих столкновений (см. рис. 7.10), показывает хорошее совпадение результатов.

В заключение укажем, что применимость полученных выше выражений ограничена по параметру \mathcal{E}/n не только снизу, но и сверху. В самом деле, энергия, получаемая электроном в поле на длине свободного пробега, не должна превышать энергию возбуждения⁶

$$e\mathcal{E}/nq \ll \Delta E. \quad (7.117)$$

В противном случае средняя энергия электронов не ограничивается величиной ΔE , а, наоборот, резко возрастает. Оценки дают значения $\mathcal{E}/n = 2 \cdot 10^{-14}$ В·см² в аргоне и $7 \cdot 10^{-15}$ в гелии, при которых нарушается неравенство (7.117).

Неравенство, противоположное (7.117), аналогично неравенству

$$e\mathcal{E}/n_i q(\epsilon) \gg \delta\epsilon$$

в полностью ионизованной плазме, где $q(\epsilon)$ — сечение столкновения электрона с ионом. При этом возникает «убегание энергии» электронов [68, 10, 12] — электроны не могут отдать энергию, приобретаемую в электрическом поле. Благодаря убыванию кулоновского сечения с ростом энергии, это в первую очередь касается наиболее быстрых электронов. Но при $\mathcal{E} \gtrsim \sqrt{\delta n_i} (e^3 \lambda / T_e)$ становится неустойчивым баланс энергии всего электронного газа. Энергия электронов стремится неограниченно возрастать. Возникшая неустойчивость может быть стабилизирована при появлении каких-либо других потерь энергии.

⁶ Заметим, что из (7.86) вытекает неравенство $e\mathcal{E}/nq \ll \Delta E (v_{1\Sigma}/v)^{1/2}$, которое является более жестким, чем (7.117), при условии, что $v_{1\Sigma} < v$.

Убегание электронов в полностью ионизованной плазме обусловлено уменьшением динамического трения электронов о ионы, вызванного уменьшением сечения рассеяния с ростом энергии. В слабоионизованной плазме также возможны условия, при которых возникает убегание электронов [69]. Оно обусловлено тем, что частота столкновений электронов с нейтральными частицами убывает с ростом скорости для электронов, обладающих достаточно большой энергией $\varepsilon \geq (3 \div 5)E_1$, где E_1 — энергия ионизации. Однако при $\varepsilon \lesssim E_1$ частота столкновений обычно растет с ростом ε . Поэтому в слабоионизованной плазме в относительно слабом поле убегающими могут стать лишь быстрые электроны, их энергия, во всяком случае, должна превосходить $(3 \div 5)E_1$.

7.4.2. Ионизационный коэффициент Таунсенда

Электроны хвоста функции распределения обладают достаточной энергией для ионизации атомов газа. Возникшие таким образом вторичные электроны также способны получить от поля энергию, достаточную для ионизации атома, и породить новые электроны. В результате возникнет лавинообразное возрастание степени ионизации. Для этого потерп самих электронов должны быть достаточно малы. Таковы потери при рекомбинации с ионами в результате диффузии к стенкам, а также вследствие образования малоподвижных отрицательных ионов.

Если, дрейфуя в направлении поля, электрон за время прохождения пути длиной 1 см ионизует α атомов, то приращение числа электронов dn_e на участке длиной dx дается выражением

$$dn_e = \alpha n_e dx.$$

В слабоионизованной плазме α от n_e не зависит. Поэтому плотность электронов возрастает лавинообразно

$$n_e(x) = n_e(0)\exp(\alpha x), \quad (7.118)$$

где $n_e(0)$ — начальная концентрация электронов, а коэффициент α называется первым ионизационным коэффициентом Таунсенда. Таким образом, концентрация электронов возрастает экспоненциально. Для целого ряда явлений в физике плазмы ионизационный коэффициент Таунсенда имеет первостепенное значение [70—72]. В теории пробоя коэффициент α является важнейшей характеристикой, определяющей электрическую прочность газа.

Величина α связана с частотой ионизации ν_i , которая равна числу актов ионизации, производимых электроном в единицу времени:

$$\nu_i = n \int_{E_1}^{\infty} f_1(\varepsilon) q_i(\varepsilon) V \sqrt{2\varepsilon/m} V \sqrt{\varepsilon} d\varepsilon. \quad (7.119)$$

Здесь E_1 — энергия ионизации атома, $q_i(\varepsilon)$ — сечение ионизации атома из основного состояния. Поскольку α равно числу

актов ионизации на единице пути, очевидно, что

$$\alpha = \nu_i/w, \quad (7.120)$$

где w — скорость дрейфа электронов. Скорость дрейфа зависит только от параметра \mathcal{E}/n . Этого нельзя сказать о частоте ионизации ν_i , поскольку, если $f(\epsilon)$ определяется именно этим параметром, то концентрация атомов n , стоящая перед знаком интеграла в (7.119), еще не разделена на \mathcal{E} . Поэтому более удобным является ионизационный коэффициент η , определяемый как число актов ионизации, производимых электроном, прошедшим разность потенциалов, равную одному вольту:

$$\eta = \alpha/\mathcal{E} = \nu_i/w\mathcal{E}. \quad (7.121)$$

Эта величина зависит только от \mathcal{E}/n . Экспериментальные данные обычно приводятся либо в зависимости η (\mathcal{E}/n), либо в виде α/n (\mathcal{E}/n).

Ионизационный коэффициент может быть найден методом Таунсенда. Измеряется стационарный уровень тока, достигаемый в результате развития лавины, вызванной первоначальными электронами, т. е. $I = I_0 \exp(\alpha d)$, где d — расстояние между электродами, которое можно варьировать. Наклон зависимости логарифма тока от длины d определяет величину α . Обширная подборка экспериментальных данных содержится в обзоре Даттона [8]. На рис. 7.19, заимствованном из [8], приводятся экспериментальные значения α/n в аргоне и результаты теоретических работ. На рис. 7.20 приводятся результаты измерений в инертных газах [73].

Значения η при малых \mathcal{E}/n резко возрастают, но затем достигают максимума и спадают при дальнейшем увеличении \mathcal{E}/n . Этот спад является довольно медленным, так что коэффициент $\alpha/n = \eta\mathcal{E}/n$ монотонно возрастает. Зависимость η (\mathcal{E}/n) тесно связана с особенностями функции распределения в различных диапазонах изменения \mathcal{E}/n , которые обсуждались в предыдущих разделах. По сути дела, расчет η (\mathcal{E}/n) сводится к определению $f(\epsilon)$ и последующему вычислению ν_i и w . При малых \mathcal{E}/n , когда выполняется неравенство (7.110), резкое возрастание коэффициента Таунсенда с ростом \mathcal{E}/n обусловлено увеличением средней энергии электронов $\bar{\epsilon}$, от которой ионизационный коэффициент зависит экспоненциально. При больших \mathcal{E}/n , когда справедливо (7.113), средняя энергия довольно медленно увеличивается с ростом \mathcal{E}/n и частоты неупругих столкновений зависят от \mathcal{E}/n не экспоненциально, а степенным образом. Поэтому коэффициент α возрастает медленно, а η начинает даже уменьшаться.

Для коэффициента η можно получить оценку сверху при больших \mathcal{E}/n [79]. Исходное выражение для η запишем, используя баланс энергии электронов. Электроны нагреваются полем, а теряют энергию на ионизацию, возбуждение и при упругих столкновениях с атомами. В расчете на один электрон баланс энергии имеет вид

$$e\mathcal{E}w = (E_1 + \bar{\epsilon})\nu_i + Q_B + \delta\bar{\epsilon}v. \quad (7.122)$$

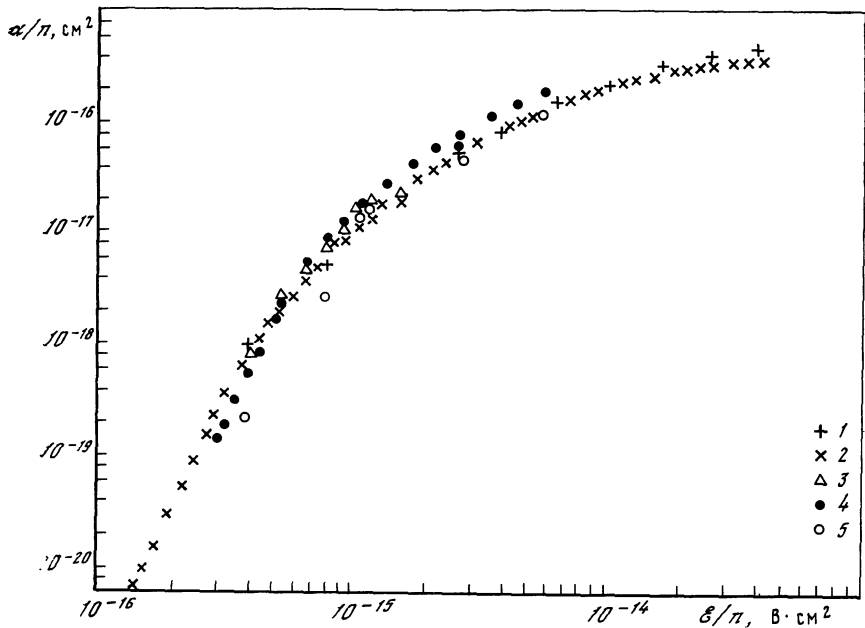
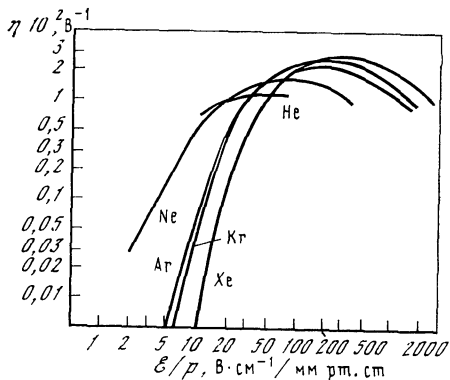


Рис. 7.19. Ионизационный коэффициент Таунсенда α/n в аргоне
 Эксперимент: 1-3 — [74-76] соответственно. Теория: 4, 5 — [77, 78] соответственно

Рис. 7.20. Результаты измерений ионизационного коэффициента Таунсенда η в различных инертных газах [73]



В первом члене справа учтено, что возникший при ионизации электрон должен быть «подогрет» до средней энергии $\bar{\epsilon}$. Член Q_v представляет собой потери на возбуждение, которые обсудим далее. Из (7.122) и η (7.121) получаем

$$\eta = e \left[E_1 + \bar{\epsilon} + \frac{Q_v + \delta v \bar{\epsilon}}{v_i} \right]^{-1}. \quad (7.123)$$

При больших E/p , когда выполняется (7.113), потерями при упругих столкновениях можно пренебречь. Что же касается потерь Q_v , то они могут быть значительными. Если ими пренебречь, по-

лучим оценку η сверху

$$\eta_{\max} = e (E_1 + \bar{\epsilon})^{-1}. \quad (7.124)$$

Как следует из результатов предыдущего подраздела, величина средней энергии в этих условиях близка к $0,5E_1$. Оцененное таким образом $\eta_{\max} = 2/3 eE_1^{-1}$ лишь в два раза превышает наблюдаемые максимальные значения (см. рис. 7.20).

Обсудим вопросы, связанные с потерями на возбуждение и со ступенчатой ионизацией. Эксперименты, в которых измеряется коэффициент Таунсенда, проводятся почти всегда в таких условиях, когда концентрации электронов малы. Поэтому с хорошим запасом выполняется неравенство, противоположное неравенству (4.16). Это означает, что каждый появившийся при неупругом столкновении возбужденный атом успеет высветиться. В этих условиях каждый акт возбуждения приводит к потере энергии электрона. Отношение потерь энергии на возбуждение к энергии, затрачиваемой на ионизацию, по порядку величины представляет отношение экспонент $\exp(-\Delta E/\bar{\epsilon})/\exp(-E_1/\bar{\epsilon})$, где E_1 — энергия ионизации. Отсюда следует, что Q_v относительно велико при малых \mathcal{E}/n , когда мало $\bar{\epsilon}$, но при больших \mathcal{E}/n потери на возбуждение становятся умеренными. Последнее и объясняет, почему η_{\max} (7.124) приводит к неплохой количественной оценке.

Выражения (7.119) и, следовательно, (7.120) предполагают, что величина коэффициента Таунсенда определяется прямой ионизацией. Если концентрация электронов достаточно велика, то возможна ионизация возбужденных атомов, т. е. ступенчатая ионизация. Очевидно, что эффективность ступенчатой ионизации должна также зависеть от условий выхода излучения, поскольку ионизация возбужденного атома и его гибель в результате радиационного перехода являются конкурирующими процессами.

В [80] были выполнены расчеты коэффициента Таунсенда в гелии при $p = 1$ атм без учета и с учетом ступенчатой ионизации (рис. 7.21). Кривые 4—6 — зависимость α/p от \mathcal{E}/p , вычисленная в предположении прямой ионизации при $x = 10^{-5}$, 10^{-6} , 10^{-7} соответственно. Различие кривых обусловлено в первую очередь влиянием межэлектронных столкновений на функцию распределения. Если излучение не реабсорбировано, то при $x = 10^{-7}$ и 10^{-6} ступенчатая ионизация не дает заметного увеличения α/p . Однако уже при $x = 10^{-5}$ (кривая 3) различие имеется. Оно особенно существенно в области малых \mathcal{E}/p , т. е. когда средняя энергия $\bar{\epsilon}$ мала по сравнению с E_1 . Реабсорбция, естественно, увеличивает эффективность ступенчатой ионизации, что следует из сравнения кривых 1 и 4; 2, 3 и 6.

По сравнению с гелием другие инертные газы имеют относительно низколежащие возбужденные состояния. Поэтому следует ожидать, что для этих газов при прочих равных условиях роль ступенчатой ионизации будет заметнее. Заметим, что учет радиационных процессов, как и любых других небинарных процессов, нарушает универсальность зависимостей α/n и η от \mathcal{E}/n . Влияние

ступенчатых процессов может быть заметно при больших давлениях и больших размерах газового объема.

В смеси газов А и В очень быстрым процессом является ионизация атомов В при столкновении с возбужденными атомами А, если энергия возбуждения атома А превосходит энергию ионизации атомов В. Эта реакция идет по схеме



и является беспороговой, т. е. не требует затрат кинетической энергии партнеров. Этот процесс оказывается наиболее важным, если состояние A^* является метастабильным, т. е. долгоживущим. Тогда реакция (7.125) представляет собой эффект Пеннинга и протекает с большими эффективными сечениями $10^{-16} - 10^{-15} \text{ см}^2$.

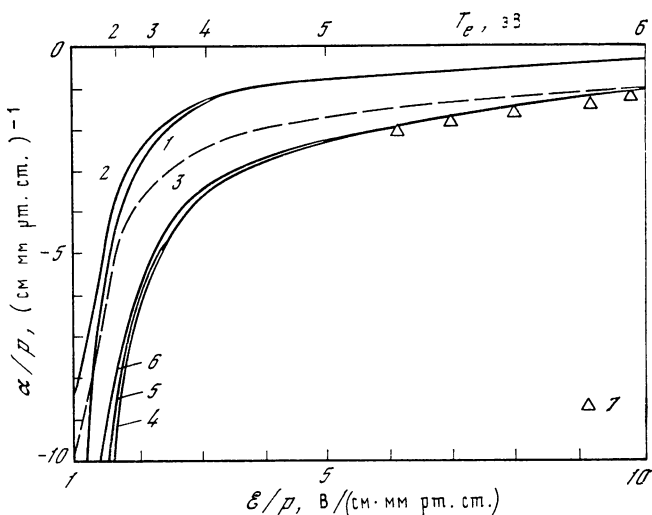
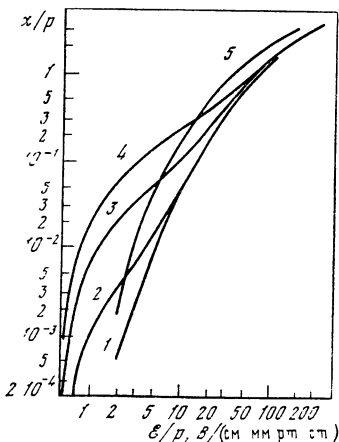


Рис. 7.21. Ионизационный коэффициент α/p в гелии при $p = 1$ атм [80]

Расчет: 1, 2 — прямая и ступенчатая ионизации при $x = 10^{-7}$ и 10^{-5} соответственно при полной реабсорбции радиационных переходов на основное состояние, 3 — прямая и ступенчатая ионизации при $x = 10^{-5}$ и свободном выходе излучения, 4—6 — прямая ионизация при $x = 10^{-7}$, 10^{-6} , 10^{-5} соответственно. Эксперимент: 7 — по [81]

Рис. 7.22. Зависимость α/p от \mathcal{E}/p в чистом неоне и смеси неона с аргоном [82]

1 — чистый Ne, 2 — Ne + $0,82 \cdot 10^{-3}\%$ Ar, 3 — Ne + $0,96 \cdot 10^{-3}\%$ Ar, 4 — Ne + $0,97 \cdot 10^{-2}\%$ Ar, 5 — Ne + 10% Ar



Еще большими сечениями обладает процесс ионизации резонансно-возбужденного (не метастабильного) атома А атомом В. Однако с большей вероятностью резонансно-возбужденный атом переводится в метастабильное состояние, которое далее ионизуется в процессе (7.125) [71]. Поэтому даже малая примесь атомов В существенно влияет на скорость появления электронов в смеси. На рис. 7.22 представлены результаты измерений ионизационного коэффициента в чистом неоне и с примесью аргона. Весьма малая примесь аргона при малых \mathcal{E}/p резко увеличивает α , поскольку для Ne ($E_1 - E_2$) = 16,6 эВ, что больше $E_1 = 15,7$ эВ для Ar. При больших \mathcal{E}/p влияние ступенчатых процессов, как обычно, ослабевает.

НЕСТАЦИОНАРНАЯ НЕРАВНОВЕСНАЯ ПЛАЗМА

Изменение внешних условий выводит плазму из состояния равновесия. Процессы возбуждения, ионизации и рекомбинации стремятся привести состояние плазмы в соответствие с новыми внешними условиями — установить новое равновесие или стационарное неравновесное состояние. На это требуется определенное время и часто весьма протяженное, в результате чего возникает неравновесная нестационарная плазма. Круг явлений, порождающих нестационарную плазму, очень широк, например, нагрев плазмы во внешнем поле, истечение из сопел, прохождение фронта ударной волны, снятие внешнего греющего поля и т. п. Нестационарная плазма может возникать также в результате развития неустойчивостей. Во внешних полях малые флуктуации параметров плазмы (температуры, концентрации электронов и др.) могут нарастать, стремясь перевести плазму в новое состояние.

При рассмотрении этих разнообразных явлений проявляется известная общность. Она обусловлена тем, что различные компоненты плазмы (и различные степени свободы одной и той же компоненты плазмы) релаксируют с разными скоростями, приходя со временем в относительные равновесия. Введение характерных времен и выделение наиболее медленных процессов, определяющих время релаксации плазмы в целом, является первым и наиболее важным этапом исследования. Ниже вводятся и оцениваются характерные времена для основных процессов и обсуждается соотношение между ними. Рассматриваются различные аспекты ионизационной релаксации и распада плазмы. Рассматриваются неустойчивости плазмы во внешнем электрическом поле.

8.1. Критерии квазистационарности

Введем характерные времена, величины которых явятся масштабами времени при рассмотрении релаксационных процессов: τ_k — время установления квазистационарности населенности k -го возбужденного состояния, τ_T — время релаксации температуры T_e , τ_i — время ионизационной релаксации, т. е. время релаксации концентрации заряженных частиц. Установив соотношения между временами, можно указать, какой параметр можно считать квазистационарным в процессе релаксации. Поясним понятие квазистационарности. Допустим, например, что время τ_k является очень малым. Это означает, что по мере развития нестационарного процесса концентрация атомов n_k в состоянии k остается квази-

стационарной, т.е. она успевает «подстраиваться» под другие, сравнительно медленно меняющиеся параметры (n , n_e , T_e и др.). Тогда можно считать, что n_k не зависит от времени явно, а только через зависимости $n(t)$, $n_e(t)$, $T_e(t)$ и т. д.

Имеется широкий круг условий, когда самым длительным процессом является ионизация (рекомбинация), так что

$$\tau_k \ll \tau_T \ll \tau_i. \quad (8.1)$$

В этих условиях квазистационарны не только населенности возбужденных состояний, но и температура электронов. Поэтому рассмотрение релаксации становится сравнительно несложным. Такая ситуация, как будет указано ниже, реализуется далеко не всегда.

8.1.1. Квазистационарность возбужденных состояний

Вопрос о квазистационарности возбужденных состояний обсуждался в ряде работ [1—6]. Исходим из уравнения, определяющего изменение числа атомов в k -м состоянии (см. гл. 5)

$$\frac{\partial n_k}{\partial t} = n_{k-1}z_{k-1, k} - n_k(A_k^R + z_{k, k-1} + z_{k, k+1}) + n_{k+1}(z_{k+1, k} + A_{k+1}^R). \quad (8.2)$$

Допустим, что в плазме, которая ранее характеризовалась каким-либо значением потока в энергетическом пространстве j и соответственным распределением n_k (таким, что $\partial n_k / \partial t = 0$), населенность данного k -го состояния претерпела малое возмущение δn_k . Для δn_k , исходя из (8.2), легко получить

$$\frac{\partial \delta n_k}{\partial t} = -\delta n_k(z_{k, k-1} + z_{k, k+1} + A_k^R) = -\delta n_k / \tau_k,$$

где τ_k — время релаксации k -го возбужденного состояния

$$\tau_k^{-1} = z_{k, k-1} + z_{k, k+1} + A_k^R. \quad (8.3)$$

Используя выражения для $z_{k, k\pm 1}$ и A_k^R (см. гл. 5), можно вычислить значения τ_k . Для грубых оценок τ_k по (8.3) можно получить следующие формулы [3]:

$$\tau_2^{-1} \approx A_{21}^* + (z_{21} + z_{23}), \quad (8.4)$$

$$\tau_k^{-1} = \sum_{i < k} A_{ki}^* + \frac{\sqrt{2\pi} \bar{\Lambda} n_e e^4}{Ry \sqrt{m T_e}} \left(\frac{Ry}{E_k} \right)^2, \quad k > 2.$$

Последнее выражение получено упрощением суммы ($z_{k, k-1} + z_{k, k+1}$) и, строго говоря, справедливо лишь для $k \gg 1$. Формулы (8.4) позволяют оценить величины τ_k и проследить качественные закономерности их изменения. Наибольшими временами характеризуются первые возбужденные состояния. С уменьшением n_e , естест-

венно, τ_k возрастают, но при малых n_e постоянны. В этом случае они определяются лишь радиационными переходами.

Для водородной плазмы τ_k затабулированы многими авторами. На рис. 8.1 приведены результаты расчетов [4] применительно к плазме, оптически плотной для лаймановской серии, но прозрачной для остального излучения. В табл. 8.1, заимствованной из работы [2], представлены времена релаксации τ_2, τ_3, τ_5 в водородной оптически прозрачной плазме при различных n_e и T_e . В табл. 8.2 приводятся $\tau_2, \tau_3, \tau_4, \tau_5$, вычисленные для $T_e = 1,6 \cdot 10^4$ и $3,2 \cdot 10^4$ К в [5] для водородной оптически прозрачной плазмы и плазмы оптически плотной для линий серии Лаймана. Значения τ_k вычислялись несогласно МДП (8.3), а с помощью более общего выражения, следующего из (5.12), т. е. $\tau_k^{-1} = \sum_{m,q} w_{km}^q$. Учитывались столкновения с электронами и выход излучения. Сопоставляя данные табл. 8.1 и 8.2, можно видеть, что, несмотря на неплохое качественное соответствие, значения τ_k , по данным разных авторов, сильно отличаются. Это обусловлено различным выбором сечений столкновений.

Рассмотрение таблиц позволяет проследить те же самые закономерности изменения τ_k , которые следуют из (8.4). В табл. 8.1 для сопоставления приведены значения τ_k , вычисленные по (8.4) для одного из вариантов условий. Имеет место неплохое соответствие.

Времена релаксации возбужденных состояний в широком диапазоне условий оказываются много меньше времени ионизационной релаксации, т. е. времени релаксации концентрации электронов и атомов в основном состоянии. По сути дела, возможность использования приближения квазистационарности возбужденных состояний тесно связана с неравенствами

$$\sum_{k>1} n_k \ll n_1, \quad \sum_{k>1} n_k \ll n_e, \quad (8.5)$$

которые удовлетворяются в широком диапазоне условий. Они обусловлены малой величиной статистического веса возбужденных состояний по сравнению с весом основного состояния и непрерывного спектра. Если (8.5) справедливо, то состояния n_1 и n_e являются как бы резервуарами частиц: частицы перетекают из одного резервуара в другой через узкий канал, образованный возбужденными состояниями. При этом $dn_e/dt = -dn_1/dt$.

Сопоставим τ_k с временем ионизационной релаксации (временем ионизации) τ_i . Рассмотрим в плазме, находящейся в сос-

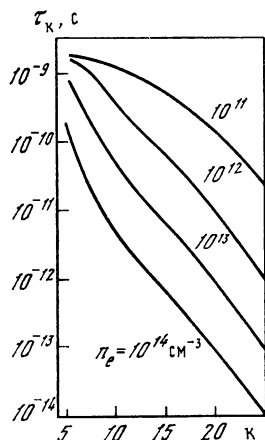


Рис. 8.1. Зависимость τ_k от k при различных n_e и $T_e = 10^4$ К [4]

Таблица 8.1. Времена квазистационарности возбужденных состояний оптически прозрачной водородной плазмы при различных T_e и n_e [2], в с

| $T_e \cdot 10^{-3}$ | $n_e, \text{ см}^{-3}$ | $\tau_2, \text{ с}$ | $\tau_3, \text{ с}$ | $\tau_4, \text{ с}$ |
|---------------------|------------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
| 4 | 10^8 | $2,1^{-9}$ | $1,0^{-8}$ | $1,1^{-6}$ |
| | 10^{18} | $1,4^{-11}$ | $2,8^{-13}$ | $1,2^{-16}$ |
| 16 | 10^8 | $2,1^{-9}$ | $1,0^{-8}$ | $2,1^{-6}$ |
| | 10^{18} | $1,8^{-12}$ | $1,7^{-13}$ | $2,5^{-16}$ |
| 16* | 10^{18} | $0,7^{-12}$ | $4,5^{-13}$ | $7,2^{-16}$ |
| 64 | $1,0^8$ | $2,1^{-9}$ | $1,0^{-8}$ | $3,5^{-6}$ |
| | 10^{15} | $7,4^{-10}$ | $2,3^{-10}$ | $4,9^{-13}$ |
| | 10^{18} | $1,1^{-12}$ | $2,3^{-13}$ | $4,9^{-16}$ |
| 256 | 10^8 | $2,1^{-9}$ | $1,0^{-8}$ | $5,5^{-6}$ |
| | 10^{12} | $2,1^{-9}$ | $9,8^{-9}$ | $9,8^{-10}$ |
| | 10^{15} | $9,3^{-10}$ | $4,1^{-10}$ | $9,8^{-13}$ |
| | 10^{18} | $1,7^{-12}$ | $4,3^{-13}$ | $9,8^{-16}$ |

Примечание. * Значения τ_2 , τ_3 и τ_4 получены по (8.4).

тоянии локального термодинамического равновесия, релаксацию малого изменения n_e . Тогда, исходя из уравнения

$$\frac{dn_e}{dt} = n_1 n_e \beta - n_e^3 \alpha, \quad (8.6)$$

легко найти, что

$$\tau_i^{-1} = 2n_1^0 \beta = 2(n_e^0)^2 \alpha.$$

Релаксация возбужденных атомов протекает часто на сильноравновесном фоне — очень далеко от локального термодинамического равновесия. Здесь надо различать характерные времена ионизации и рекомбинации

$$\tau_i^{-1} = n_1 \beta, \quad \tau_r^{-1} = n_e^2 \alpha, \quad (8.7)$$

которые могут сильно отличаться друг от друга. Времена τ_r и τ_i могут быть легко вычислены при использовании значений α и β (см. гл. 6).

В табл. 8.2 приведены значения τ_r и $\zeta = n_1^{-1} \sum_{k>1} n_k$ — относительной доли возбужденных состояний в полном числе частиц. Из таблицы следует, что в этих условиях времена рекомбинации во много раз превышают времена релаксации возбужденных состояний, а величина ζ мала. Квазистационарность может нарушаться при малых T_e или при больших n_e . На рис. 8.2 заштрихована область параметров плазмы, при которых неприменимо приближение квазистационарности возбужденных состояний в рекомбинирующей водородной плазме.

В работе [7] выполнены измерения времен релаксации некоторых возбужденных состояний гелия в плазме положительного столба

Таблица 8.2. Времена релаксации атомных уровней τ_k , рекомбинации τ_r (ϵ), относительные доли возбужденных атомов в суммарном числе частиц ζ в водородной плазме [5]

| Пара-метр | $n_e, \text{см}^{-3}$ | | | | | | | |
|----------------------------------|---|--|--|--|--|--|--|--|
| | 10^{11} | 10^{12} | 10^{13} | 10^{14} | 10^{15} | 10^{16} | 10^{17} | 10^{18} |
| $T_e = 1,6 \cdot 10^4 \text{ K}$ | | | | | | | | |
| ζ | 1,3 ⁻⁹ 5,4 ⁻⁴ | 7,3 ⁻⁹ 4,1 ⁻⁴ | 5,2 ⁻⁸ 2,0 ⁻⁴ | 5,5 ⁻⁷ 1,2 ⁻⁴ | 1,0 ⁻⁵ 1,0 ⁻⁴ | 6,7 ⁻⁵ 1,0 ⁻⁴ | 9,9 ⁻⁵ 1,0 ⁻⁴ | 1,0 ⁻⁴ 1,0 ⁻⁴ |
| τ_r | 2,8 ¹ 5,3 ¹ | 2,3 5,8 | 2,1 ⁻¹ 7,1 ⁻¹ | 1,1 ⁻² 7,1 ⁻² | 5,0 ⁻⁴ 4,5 ⁻³ | 2,1 ⁻⁵ 1,1 ⁻⁴ | 8,3 ⁻⁷ 1,3 ⁻⁶ | 1,3 ⁻⁸ 1,3 ⁻⁸ |
| τ_2 | 4,5 ⁻¹⁵ 1,3 ⁻⁴ | 4,1 ⁻¹⁴ 5,8 ⁻⁶ | 3,7 ⁻¹³ 1,0 ⁻⁷ | 3,3 ⁻¹² 2,9 ⁻⁹ | 1,8 ⁻¹¹ 2,3 ⁻¹⁰ | 1,4 ⁻¹¹ 2,2 ⁻¹¹ | 2,1 ⁻¹² 2,2 ⁻¹² | 2,2 ⁻¹³ 2,2 ⁻¹³ |
| τ_3 | 1,1 ⁻¹⁴ 8,6 ⁻⁸ | 8,3 ⁻¹⁴ 3,6 ⁻⁸ | 5,3 ⁻¹³ 4,4 ⁻⁹ | 1,3 ⁻¹² 3,1 ⁻¹⁰ | 2,7 ⁻¹² 2,9 ⁻¹¹ | 1,8 ⁻¹² 2,8 ⁻¹² | 2,7 ⁻¹³ 2,8 ⁻¹³ | 2,8 ⁻¹⁴ 2,8 ⁻¹⁴ |
| τ_4 | 2,2 ⁻¹⁴ 2,6 ⁻⁸ | 1,2 ⁻¹³ 9,3 ⁻⁹ | 2,3 ⁻¹³ 9,1 ⁻¹⁰ | 2,9 ⁻¹³ 6,0 ⁻¹¹ | 5,2 ⁻¹³ 5,5 ⁻¹² | 3,5 ⁻¹³ 5,4 ⁻¹³ | 5,1 ⁻¹⁴ 5,4 ⁻¹⁴ | 5,4 ⁻¹⁵ 5,4 ⁻¹⁵ |
| τ_5 | 3,2 ⁻¹⁴ 1,3 ⁻⁸ | 7,2 ⁻¹⁴ 3,2 ⁻⁹ | 7,3 ⁻¹⁴ 2,5 ⁻¹⁰ | 7,9 ⁻¹⁴ 1,6 ⁻¹¹ | 1,4 ⁻¹³ 1,4 ⁻¹² | 9,2 ⁻¹⁴ 1,4 ⁻¹³ | 1,4 ⁻¹⁴ 1,4 ⁻¹⁴ | 1,4 ⁻¹⁵ 1,4 ⁻¹⁵ |
| $T_e = 3,2 \cdot 10^4 \text{ K}$ | | | | | | | | |
| ζ | 1,5 ⁻⁷ 8,0 ⁻³ | 7,8 ⁻⁷ 5,4 ⁻³ | 4,8 ⁻⁶ 2,6 ⁻³ | 3,9 ⁻⁵ 1,7 ⁻³ | 4,6 ⁻⁴ 1,6 ⁻³ | 1,3 ⁻³ 1,6 ⁻³ | 1,6 ⁻³ 1,6 ⁻³ | 1,6 ⁻³ 1,6 ⁻³ |
| τ_r | 5,3 ¹ 1,1 ² | 4,8 1,1 ¹ | 4,2 ⁻¹ 1,2 | 3,1 ⁻² 1,2 ⁻¹ | 2,1 ⁻³ 1,1 ⁻² | 1,4 ⁻⁴ 5,9 ⁻⁴ | 6,7 ⁻⁶ 1,08 ⁻⁵ | 1,1 ⁻⁷ 1,2 ⁻⁷ |
| τ_2 | 5,5 ⁻¹⁵ 1,0 ⁻⁵ | 4,4 ⁻¹⁴ 4,3 ⁻⁷ | 3,6 ⁻¹³ 9,0 ⁻⁹ | 2,7 ⁻¹² 3,6 ⁻¹⁰ | 7,7 ⁻¹² 3,1 ⁻¹¹ | 2,5 ⁻¹² 3,0 ⁻¹² | 3,0 ⁻¹³ 3,0 ⁻¹³ | 3,0 ⁻¹⁴ 3,0 ⁻¹⁴ |
| τ_3 | 1,1 ⁻¹⁴ 7,6 ⁻⁹ | 7,7 ⁻¹⁴ 2,9 ⁻⁹ | 3,9 ⁻¹³ 3,6 ⁻¹⁰ | 6,4 ⁻¹³ 3,0 ⁻¹¹ | 8,1 ⁻¹³ 2,8 ⁻¹² | 2,4 ⁻¹³ 2,8 ⁻¹³ | 2,8 ⁻¹⁴ 2,8 ⁻¹⁴ | 2,8 ⁻¹⁵ 2,8 ⁻¹⁵ |
| τ_4 | 2,0 ⁻¹⁴ 2,2 ⁻⁹ | 9,3 ⁻¹⁴ 7,0 ⁻¹⁰ | 1,4 ⁻¹³ 6,8 ⁻¹¹ | 1,3 ⁻¹³ 5,2 ⁻¹² | 1,4 ⁻¹³ 4,9 ⁻¹³ | 4,1 ⁻¹⁴ 4,9 ⁻¹⁴ | 4,8 ⁻¹⁵ 4,9 ⁻¹⁵ | 4,9 ⁻¹⁶ 4,9 ⁻¹⁶ |
| τ_5 | 2,7 ⁻¹⁴ 1,0 ⁻⁹ | 5,0 ⁻¹⁴ 2,3 ⁻¹⁰ | 4,1 ⁻¹⁴ 1,8 ⁻¹¹ | 3,3 ⁻¹⁴ 1,3 ⁻¹² | 3,7 ⁻¹⁴ 1,3 ⁻¹³ | 1,1 ⁻¹⁴ 1,3 ⁻¹⁴ | 1,2 ⁻¹⁵ 1,3 ⁻¹⁵ | 1,3 ⁻¹⁶ 1,3 ⁻¹⁶ |

Примечание. В таблице приведены по два значения параметров. Верхняя строка — случай полностью прозрачной плазмы, нижняя — плазма плотная для лаймановской серии.

разряда. Воздействие импульса лазерного излучения приводило к внезапному увеличению концентрации электронов от $5 \cdot 10^{11}$ до $4,35 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-3}$, после чего плазма релаксировала к исходному состоянию. По результатам измерений определялись зависимости $n_e(t)$ и $n_k(t)$. Они представлены на рис. 8.5 (величина T_e была близка к 2 эВ, изменяясь в пределах 0,6 эВ). Как следует из рис. 8.3, населенности возбужденных состояний не сразу реагировали на повышение концентрации электронов. Они повышались до значений, соответствующих текущей величине $n_e(t)$, лишь за время порядка 10^{-7} с. Далее они следовали за ходом $n_e(t)$ и $T_e(t)$.

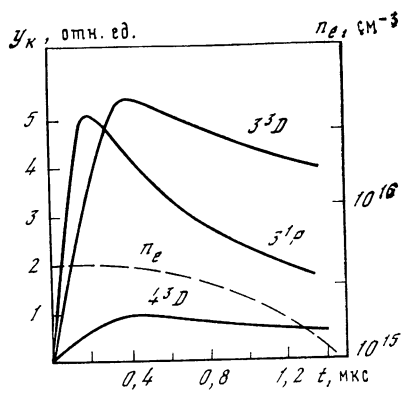
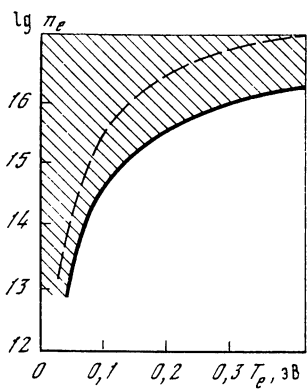


Рис. 8.2. Область (штриховая) параметров плазмы, в которой неприменимо приближение квазистационарности возбужденных атомов при рекомбинационном распаде прозрачной плазмы атомарного водорода ($\tau_r < 10\tau_2$) [6]
Штрихи — $\tau_r = \tau_2$

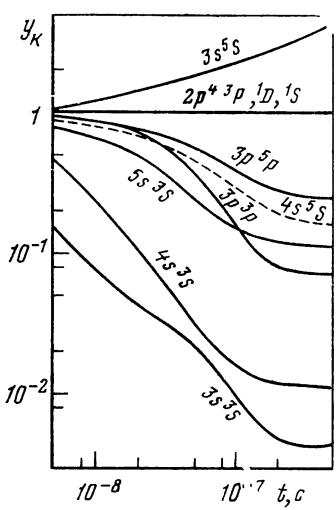


Рис. 8.3. Зависимости n_e (штрихи) и y_k (линии) для трех уровней гелия от времени [7]

Рис. 8.4. Зависимость приведенных населенностей ряда уровней атомарного кислорода от времени [8] при начальных условиях $n_e(0) = 10^{12} \text{ см}^{-3}$, $y_k(0) = 1$, $T_e = 1 \text{ эВ}$

Таким образом, лишь в течение малых интервалов времени возможны сильные отклонения от квазистационарных распределений атомов по возбужденным состояниям. Этот вывод не касается тех условий, когда n_k становятся сопоставимыми с n_e или n_1 . Таковы, например, уровни энергий основных электронных конфигураций атомов кислорода и азота. Энергии возбуждения составляют примерно 1 эВ, поэтому населенности этих уровней составляют заметную долю полного числа частиц, соизмеримую с вкладом основного состояния (нарушается неравенство (8.5)). В работе [8] проведено численное исследование изотермической рекомбинации атомарной кислородной плазмы. Решалась система нестационар-

ных уравнений баланса возбужденных состояний и электронов. В качестве исходного состояния задавалось равновесное, соответствующее выбранным значениям T_e и n_e при $t = 0$. На рис. 8.4 приведен результат расчета для $T_e = 1$ эВ и $n_e(0) = 10^{12}$ см $^{-3}$. Большая часть возбужденных состояний релаксирует с малыми временами, близкими к τ_k , к своим квазистационарным значениям, соответствующим $n_e \simeq 10^{12}$ см $^{-3}$ (за эти времена n_e уменьшается очень мало). Что же касается населенностей низколежащих состояний 1D и 1S , то на них не влияет перестройка, происходящая со всей совокупностью остальных возбужденных состояний¹. Состояния 1D и 1S релаксируют медленно с временами, которые могут быть соизмеримы с временами рекомбинации. Для этих состояний приближение квазистационарности может быть непригодным.

Аналогичная ситуация имеет место за сильными ударными волнами в воздухе и азоте, где температуры плазмы за фронтом порядка 1эВ. Возбужденные состояния основной конфигурации релаксируют с временами, соизмеримыми с временами ионизационной релаксации, играя существенную роль в кинетике [9]. При малых временах они заселяются в результате столкновений с тяжелыми частицами, а затем дезактивируются электронами, подогревая заметным образом электронный газ.

8.1.2. Квазистационарность температуры электронов

Рассмотрим баланс энергии электронов в плазме, находящейся во внешнем поле. Ограничимся случаем, когда основными потерями энергии являются потери энергии на ионизацию. Тогда

$$\frac{3}{2}n_e \frac{\partial T_e}{\partial t} = \sigma \mathcal{E}^2 - (E_1 + \frac{3}{2}T_e)(n_e n_1 \beta - n_e^3 \alpha). \quad (8.8)$$

Это уравнение должно решаться совместно с уравнением кинетики ионизации (8.6).

Рассмотрим вопрос о том, в какой мере следует учитывать явную зависимость T_e от времени, т. е. вопрос о квазистационарности $T_e(t)$. Если $T_e(t)$ квазистационарно, то (8.8) заменяется уравнением с левой частью, равной нулю, и это уравнение решается совместно с (8.6). Следовательно, задача существенно упрощается. Введем время квазистационарности электронной температуры τ_T .

Допустим, что возникло малое отклонение δT_e от квазистационарного значения T_e . Рассмотрим релаксацию $T_e(t) = T_e + \delta T_e(t)$. Подставляя $T_e(t)$ в (8.8), линеаризуем (8.8) по δT_e . Получаем

$$\partial \delta T_e / \partial t = -\delta T_e / \tau_T.$$

¹ Уровень $3s \ ^5S$ является долгоживущим (излучательный переход в основное состояние $2p^4 \ ^3P$ является квадрупольным) и поэтому перенаселяется переходами сверху. Время квазистационарности для $3s \ ^5S$ велико.

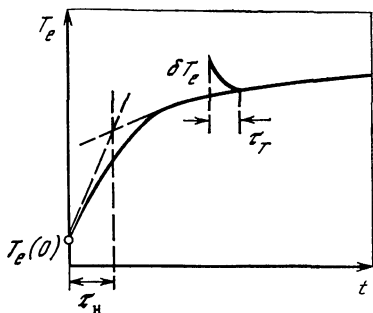


Рис. 8.5. Рисунок, поясняющий τ_n и τ_T

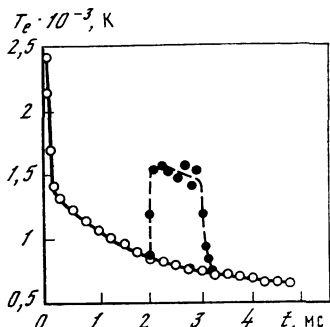


Рис. 8.6. Релаксация температуры T_e в распадающейся цезиевой плазме ($p_{Cs} = 2 \cdot 10^{-2}$ мм рт. ст.) и влияние на нее микроволнового греющего импульса (от 2 до 3 мс) [12]

Штрихи — зависимость $T_e(t)$ при подаче греющего импульса

Если $E_1/T_e \gg 1$, то в правой части (8.8) достаточно проварьировать лишь скорость ионизации, содержащую коэффициент β , экспоненциально зависящий от T_e ($\partial\beta/\partial T_e \simeq \beta E_1/T_e^2$). Тогда получаем

$$\tau_T = (T_e n_e / \sigma \mathcal{E}^2) (T_e / E_1). \quad (8.9)$$

Аналогичным образом можно найти τ_T в случаях, когда в балансе энергии электронов существенны другие процессы. Например, за фронтом ударной волны электроны нагреваются упругими столкновениями с атомами и ионами [10]. Величина Q_{ei} (см. (7.29), (7.30)) отрицательна, так как $T > T_e$. Тогда

$$\tau_T = - (n_e T_e / Q_{ei}) (T_e / E_1).$$

Если $\tau_T \ll \tau_i$ и $\tau_T \ll \tau_r$, то при исследовании нарастания ионизации и при распаде плазмы температура электронов быстро подстраивается под сравнительно медленно меняющиеся значения параметров плазмы. При этом зависимость параметров плазмы от начального значения $T_e(0)$ проявляется лишь при малых t и быстро «забывается». В задаче о нагреве плазмы при включении поля \mathcal{E} этот интервал времени равен времени нагрева электронов τ_n . Время нагрева от начальной температуры $T_e(0)$ до текущего значения T_e (причем $T_e \gg T_e(0)$) определяется выражением

$$\tau_n = T_e n_e / (\sigma \mathcal{E}^2). \quad (8.10)$$

Рис. 8.5 поясняет введение времен τ_n и τ_T и различие между ними.

В ряде работ экспериментально исследовано соотношение между τ_T , τ_n и τ_i , τ_r . Быстрое установление квазистационарности T_e за ударными волнами в инертных газах показано в [11]. Ре-

зультаты измерений [12] в распадающейся плазме, представленные на рис. 8.6, позволяют непосредственно сопоставить τ_T и τ_r . На распадающуюся цезиевую плазму налагался импульс греющего микроволнового поля (в интервале времени от 2 до 3 мс). При подаче импульса T_e возрастало, а в результате снятия поля — падало, возвращаясь на зависимость $T_e(t)$, реализующуюся в невозмущенном разряде (линия, проведенная по экспериментальным точкам). Из рис. 8.6 следует, что τ_T мало, так как температура электронов релаксирует за времена, много меньшие времени распада плазмы.

8.2. Ионизационная релаксация

8.2.1. Развитие ионизации при омическом нагреве и за фронтом ударной волны

Обсудим протекание ионизационной релаксации при наложении на стационарную слабоионизованную плазму поля \mathcal{E} , много большего начального поля. В результате концентрация электронов растет, а газ нагревается. Процесс описывается следующей системой уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{dn_e}{dt} &= \beta n_1 n_e - \alpha n_e^3, \\ {}^{3/2}n_e \frac{dT_e}{dt} &= \sigma \mathcal{E}^2 - Q_{in} - Q_{el} - {}^{3/2}T_e \frac{dn_e}{dt} = \\ &= \sigma \mathcal{E}^2 - Q_{el} - Q_R - (E_1 + {}^{3/2}T_e) \frac{dn_e}{dt}, \\ {}^{3/2}n \frac{dT}{dt} &= Q_{el}. \end{aligned} \quad (8.11)$$

Здесь Q_{in} и Q_R — потери энергии на неупругие столкновения и радиационные потери (см. гл. 7). В этом выражении пренебрегается рядом процессов переноса, хотя не всегда можно считать такие процессы, как диффузия заряженных частиц, электронная теплопроводность, теплопроводность и конвекция газа медленными по сравнению с временами ионизации и нагрева газа в электрическом поле.

В соответствии с (8.11) в плазме существуют три энергетические подсистемы, между которыми обмен энергией затруднен, — поступательная энергия газа тяжелых частиц, поступательная энергия электронов и суммарная внутренняя энергия возбужденных и ионизованных атомов. Последняя, при наличии квазистационарности возбужденных атомов, определяется величиной концентрации электронов (ионов) n_e и температуры T_e . Для решения задачи требуется задать начальные значения $n_e(0)$, $T_e(0)$, $T(0)$.

Наиболее медленным из рассматриваемых процессов является, как правило, нагрев газа. Он определяется временем $(M/m) \times (n/n_e) (\nu + \nu_i)^{-1}$, где ν и ν_i — частоты упругих соударений электронов с атомами и ионами (см. гл. 7). Таким образом, это время содержит два больших параметра M/m и n/n_e . Поэтому часто ионизационную релаксацию допустимо рассматривать на фоне постоян-

ной температуры газа. По истечении времени ионизационной релаксации можно говорить об омическом нагреве газа как целого.

Введение времен ионизации и рекомбинации (8.7) вовсе не означает, что n_e возрастает экспоненциально с характерным временем τ_i . Характер нарастания (или спада) n_e определяется в значительной мере зависимостью самих β и α от n_e . Весьма существенно то, что процессы релаксации T_e и n_e взаимосвязаны.

Картину ионизационной релаксации иногда удобно изображать на плоскости $\{n_e, T_e\}$ (рис. 8.7). Вдоль кривых на этой плоскости меняется время, по мере роста которого изменяются n_e и T_e . Для конкретности рассмотрим развитие ионизации. Возможны три случая: 1 — скорость ионизации столь велика, что в каждый момент времени имеется ионизационное равновесие (n_e и T_e связаны уравнением Саха $n_e^0(T_e)$). В этом случае неравенство (8.1) не выполняется и скорость релаксации определяется скоростью нагрева электронов. Случай 2 и 3 соответствуют отсутствию локального ионизационного равновесия. За время τ_T возрастает T_e , а концентрация электронов не успевает существенно уменьшиться. Случай 3 отличается от 2 временным перегревом электронов.

Обсудим более детально характер релаксации на простом примере, в котором можно пренебречь потерями Q_{el} и Q_R и считать кинетику ионизации чисто столкновительной. Считаем также, что $E_1 \gg T_e$. Чтобы проследить взаимосвязь n_e и T_e , запишем, исходя из (8.11), производную

$${}^{3/2} \frac{d \ln T_e}{d \ln n_e} = \frac{\sigma \mathcal{E}^2}{(n_1 n_e \beta - n_e^3 \alpha) T_e} - \frac{E_1}{T_e}. \quad (8.12)$$

Учитывая определение τ_i и τ_T и полагая, что α и β связаны константой ионизационного равновесия (столкновительная кинетика) перепишем (8.12) в виде

$${}^{3/2} \frac{d \ln T_e}{d \ln n_e} = \frac{T_e}{E_1} \frac{\tau_i}{\tau_T} \frac{1}{1 - y_e^2} - \frac{E_1}{T_e}. \quad (8.13)$$

Рассмотрим сначала, в каких условиях реализуются случаи 2 и 3 (см. рис. 8.7).

Поскольку начальная температура $T_e(0)$ невелика, то $\tau_i = (n_1 \beta)^{-1} \sim \exp[E_1/T_e(0)]$ во много раз превышает $\tau_T = (T_e n_e / \sigma \mathcal{E}^2)(T_e/E_1)$. Поэтому за время, близкое к времени нагрева, T_e возрастает при малом изменении n_e , достигая значений, близких к квазистационарным. Последние при $y_e^2 \ll 1$ определяются уравнением

$$\sigma \mathcal{E}^2 - E_1 n_e n_1 \beta = 0. \quad (8.14)$$

Но теперь, как это следует из (8.10), (8.7) и (8.14), τ_i/τ_T , оставаясь большой, близка к $(E_1/T_e)^2$. Поэтому производная $d \ln T_e / d \ln n_e$ (см. (8.13)) становится величиной порядка единицы, и температура при этих временах меняется значительно медленнее, чем вначале. Как разность двух больших величин $d \ln T_e / d \ln n_e$ может быть и

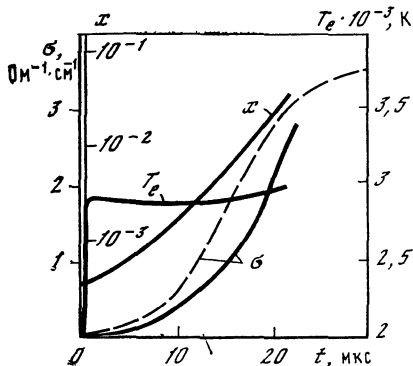
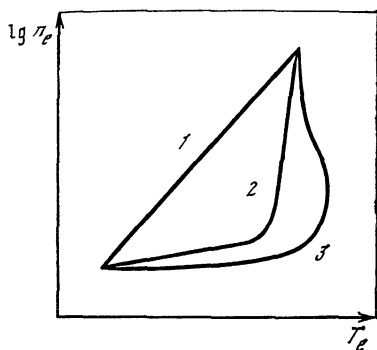


Рис. 8.7. Возможные пути развития ионизации

1 — при наличии ионизационного равновесия, 2, 3 — при его отсутствии (при перегреве)

Рис. 8.8. Расчетные кривые степени ионизации x , температуры T_e и проводимости σ в аргоне с примесью калия в гребущем поле $\mathcal{E} = 5,24$ В/см от времени [14] при $T = 2000$ К, $p = 1$ атм (доля калия $4 \cdot 10^{-3}$)

Штрихи — измеренный в [13] ход σ

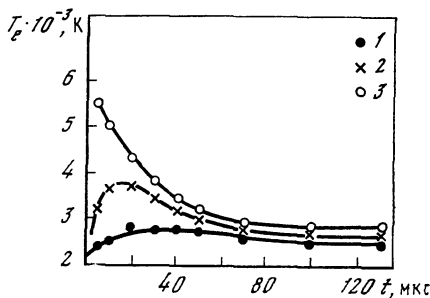
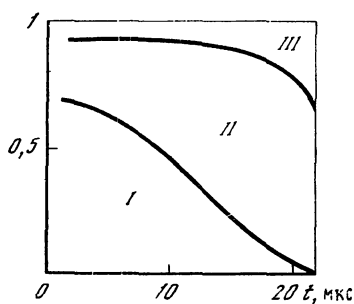


Рис. 8.9. Структура баланса энергии электронов

I — доля потери энергии на излучение (Q_R), II — на ионизацию ($E_1 (dn_e/dt)$), III — на нагрев газа (Q_{e1}). Условия те же, что на рис. 8.8

Рис. 8.10. Временной ход $T_e(t)$ для различных амплитуд импульса напряженности поля [15]

I—3 — $\mathcal{E} = 2,0$ В/см, 2,5 и 3,1 соответственно

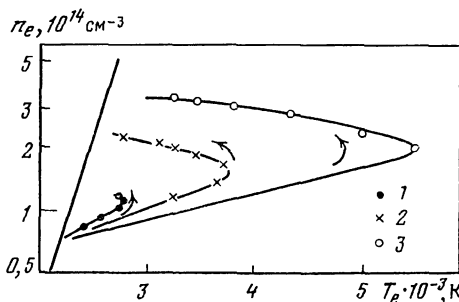


Рис. 8.11. Зависимость $n_e(T_e)$ в процессе нарастания ионизации для случаев рис. 8.10

Стрелки соответствуют ходу времени

положительной, и отрицательной. В последнем случае релаксация идет по \mathcal{Z} (см. рис. 8.7), т. е. с временным перегревом электронов.

Хотя обсуждение проведено на конкретном примере, отмеченные особенности кинетики развития ионизации носят довольно общий характер. Чтобы продемонстрировать это, обсудим результаты двух экспериментальных работ. Одно из первых исследований выполнено Кулом и Зукоским [13] — нарастание ионизации в приложенном поле наблюдалось в аргоне с добавкой легкоионизирующегося калия. Из рис. 8.8 и 8.9, заимствованных из [14], следует, что в условиях эксперимента [13] в балансе энергии большую роль играли потери Q_R , постепенно нарастали Q_{el} — потери при упругих столкновениях. Хорошо виден начальный короткий этап неквазистационарности T_e и слабый последующий перегрев электронов.

Весьма полное исследование выполнено Новичковым и Глебовым [15] в смеси аргона с цезием при наложении на стационарный разряд прямоугольного импульса напряжения. На рис. 8.10 и 8.11 представлены временной ход $T_e(t)$ и текущая зависимость $n_e(T_e)$ для трех значений импульсов напряжения. Линии проведены по экспериментальным точкам. Характерные времена ионизационной релаксации составляют, как обычно, в лабораторных плазмах 10—100 мкс. Имеется сильный временный перегрев электронного газа, поэтому на значительном этапе релаксации T_e уменьшается. Авторы [15] связывают это уменьшение с усилением роли упругих столкновений электронов с ионами. Прямая рис. 8.11 соответствует не реализовавшемуся в опытах [15] развитию ионизации при сохранении ионизационного равновесия (см. рис. 8.7, случай 1).

Обсудим развитие ионизации за сильной ударной волной в атомарных газах. При прохождении фронта ударной волны газ резко тормозится — энергия направленного поступательного движения переходит в тепловую. Поэтому температура газа резко возрастает. При этом газ не успевает ионизоваться, и за фронтом ударной волны возникает зона ионизационной релаксации, в которой вследствие неупругих столкновений атом—атом и электрон—атом нарастает степень ионизации. Электроны теряют энергию при ионизации, а получают ее при упругих столкновениях с более горячими атомами. Реализуется довольно специфическая ситуация, когда $T > T_e$. Поэтому в (8.12) — (8.14) следует заменить $\sigma_{\mathcal{E}}^2$ на $-Q_{el}$. За сильными волнами в инертных газах и воздухе² ионизация протекает при квазистационарности T_e [16]. На рис. 8.12 даны расчетные профили зоны релаксации в воздухе при скорости ударной волны 14 км/с и различных давлениях p_1 перед фронтом. Поскольку процессы, управляющие релаксацией, бинарны, то линии рис. 8.12, построенные в зависимости от $p_1 t$, на первом этапе релаксации сливаются. Расщепление кривых и, следовательно

² За сильными ударными волнами молекулы быстро диссоциируют, поэтому ионизационная релаксация протекает в смеси атомарных азота и кислорода.

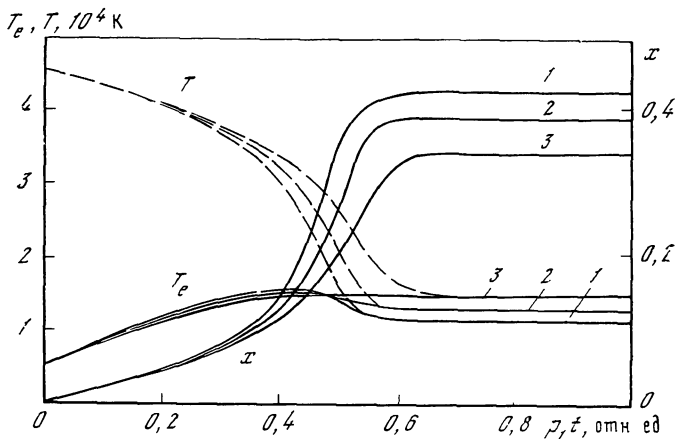


Рис. 8.12. Зона ионизационной релаксации за сильной ударной волной в воздухе при давлении газа p_1 перед фронтом 10^{-4} атм (1), 10^{-3} (2) и 10^{-2} (3) [17] (x — степень ионизации, скорость волны 14 км/с)

но, отступление от бинарности связано с влиянием рекомбинации.

Остановимся кратко на особенностях развития ионизации при сохранении в каждый момент времени ионизационного равновесия $n_e(t) = n_e^0 [T_e(t)]$. Это развитие ионизации соответствует пути 1 рис. 8.7. Очевидно, что в этих условиях $\tau_i \ll \tau_T$, т. е. о квазистационарности T_e говорить нельзя. Наоборот, время ионизационной релаксации определяется не коэффициентом ионизации, а скоростью нагрева электронов. Преобразуем уравнение баланса энергии, явно учитывая, что $n_e \approx n_e^0$ и что в слабоионизованном газе при $E_1 \gg T_e$ приближенно $dn_e^0/dT_e \approx n_e^0 (E_1/2T_e^2)$. Тогда уравнение баланса энергии электронов приобретает вид

$$\frac{dT_e}{dt} = \frac{\sigma \mathcal{E}^2 - Q_R - Q_{el}}{2n_e^0} \left(\frac{T_e}{E_1} \right)^2. \quad (8.15)$$

Электронный газ в этих условиях нагревается медленно, так как одновременно энергия затрачивается и на ионизацию. Этот случай медленного нагрева может реализоваться в слабых полях \mathcal{E} . За ударными волнами такой вариант релаксации реализуется в парах ртути благодаря высоким значениям коэффициента ионизации [16].

8.2.2. Рекомбинационный распад плазмы

Плазма является незамкнутой системой, поэтому стационарное состояние может существовать лишь при наличии источника поддерживающего ионизацию. Выключение источника приводит к преобладанию рекомбинации над ионизацией и тем самым к

распаду плазмы. Рекомбинационную плазму чаще всего исследуют, наблюдая временной спад свечения, наступающий вслед за прохождением греющего (ионизирующего) импульса. После исследований Мотли и Кукса [18], Хиннова и Хиршберга [19], Алесковского [20] в такой постановке выполнено большое число работ. Рекомбинирующая плазма исследовалась также при истечении из плазматрона, при расширении в сопле и других устройствах. Обсудим основные особенности рекомбинирующей плазмы и приведем некоторые экспериментальные результаты.

После снятия греющего (ионизирующего) поля радиационные потери энергии и потери энергии при упругих столкновениях приводят к распаду плазмы. Охлаждение электронного газа приводит к преобладанию рекомбинации над ионизацией. При малых n_e в позднем послесвечении главную роль играют уход частиц на стенки и потери энергии ионизации и возбуждения на стенках. К этому этапу распада мы вернемся позже, а пока остановимся на ударно-радиационной релаксации. Система уравнений баланса отличается от (8.11) лишь отсутствием члена, учитывающего джоулев нагрев. Начальные условия таковы, что рекомбинация преобладает над ионизацией, т. е. $dn_e/dt < 0$:

$$\begin{aligned} \frac{dn_e}{dt} &= \beta n_e n_1 - \alpha n_e^3, \\ {}^{3/2}n_e \frac{dT_e}{dt} &= -Q_{el} - Q_{in} = -Q_{el} - Q_R - E_1 \frac{dn_e}{dt}, \\ {}^{3/2}n \frac{dT}{dt} &= Q_{el}. \end{aligned} \quad (8.16)$$

Изменения параметров плазмы при распаде обнаруживают закономерности, близкие тем, которые в предыдущем разделе обсуждались в связи с нарастанием ионизации. Рассмотрим их на примере распада оптически тонкой плазмы атомарного водорода. Расчет выполнен в [21]. На рис. 8.13 представлены некоторые результаты численного решения. Начальные условия: $T_e(0) = 0,4$ эВ, $T(0) = 0,1$ эВ, $n(0) = 10^{17}$ см⁻³, $n_e(0) = 10^{15}$ см⁻³. Плазма охлаждается только за счет высвечивания.

Начальный разрыв температур сильно уменьшается за время $\tau_0 = n_e T_e / Q_{el}$ — время охлаждения электронного газа при упругих столкновениях (аналогичное времени нагрева τ_n , введенному в (8.10)). Падение температуры T_e стимулирует резкое увеличение скорости нагрева электронов ударами второго рода и при актах рекомбинации, или, как говорят, рекомбинационного нагрева. Скорость рекомбинационного нагрева, равную $[-E_1 dn_e/dt - Q_R]$, можно записать следующим образом:

$$-Q_{in} = -Q_R - E_1 \frac{dn_e}{dt} = -\bar{E} \frac{dn_e}{dt}. \quad (8.17)$$

Здесь введено \bar{E} — среднее значение кинетической энергии, получаемой электронным газом при одном акте рекомбинации. Вследствие наличия радиационных потерь $\bar{E} < E_1$. В результате

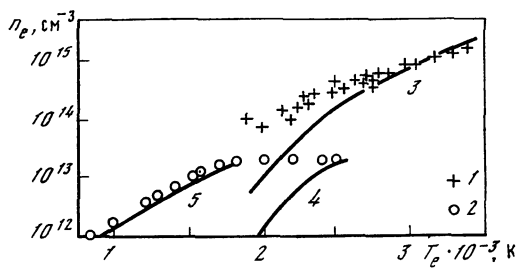
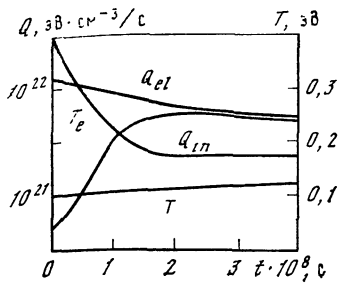


Рис. 8.13. Релаксация температур и структура баланса энергии при рекомбинационном распаде водородной плазмы на его начальном этапе [21]

Рис. 8.14. Соотношение между T_e и n_e в распадающейся плазме паров цезия. Эксперимент: 1, 2 — $p = 0,4$ мм рт. ст. [22] и $2 \cdot 10^{-2}$ [12] соответственно.

Расчет: 3, 4 — в предположении ионизационного равновесия ($n_e = n_e^0(T_e)$) для условий [22] и [12], 5 — квазистационарная зависимость $n_e(T_e)$ [12]

усиления рекомбинационного нагрева две большие величины Q_{el} и Q_{in} почти уравниваются друг друга, что следует и из рис. 8.13 (заметим, что само охлаждение несколько уменьшается, так как $Q_{el} \sim T_e - T$). Таким образом, температура $T_e(t)$ становится квазистационарной, ее величина стабилизируется и меняется далее плавно вслед за медленными изменениями $n_e(t)$ и $T(t)$. За время τ_0 величины n_e и T не успевают заметно измениться, так как τ_r во много раз превышает время квазистационарности T_e .

В зависимости от конкретных условий T_e может претерпеть переохлаждение (аналогичное перегреву при нарастании ионизации) и при больших временах выйти на нарастающую зависимость. В других условиях возможно охлаждение электронов до температуры газа так, что последующий этап распада протекает изотермически, при сохранении близости T_e и T .

Обсудим некоторые экспериментальные данные, полученные в плазме после свечения в парах цезия [12, 22]. На рис. 8.14 на диаграмме $\{n_e, T_e\}$ приведены результаты измерений при давлениях паров цезия $p = 0,4$ мм рт.ст. [22] и $2 \cdot 10^{-2}$ мм рт.ст. [12]. При значениях $n_e \gtrsim 10^{15}$ см $^{-3}$ концентрация электронов достаточно велика для того, чтобы в распадающейся плазме поддержать ионизационное равновесие $n_e = n_e^0(T_e)$. Выполняется неравенство $\tau_r \ll \tau_T$, и начальный этап распада соответствует двухтемпературной плазме (см. рис. 8.14, кривая 3). При $n_e \approx 5 \cdot 10^{14}$ см $^{-3}$ время τ_r увеличивается до значений, близких к τ_T , и далее становится больше его. Поэтому экспериментальные точки [22] «уходят» с 3.

В [12] измерения проводились при значительно меньших n_e . Поэтому в распадающейся плазме ионизационное равновесие не сохраняется. При малых временах концентрации электронов соответствуют равновесным значениям $n_e = \bar{n}_e^0(T_e)$ (см. рис. 8.14, кри-

вая 4), затем электроны резко охлаждаются (как на рис. 8.13). Таким образом, на начальном этапе T_e неквазистационарна. Далее падение температуры электронов замедляется при выходе на квазистационарные состояния (расчетная кривая 5).

На следующем этапе распада плазмы в области позднего послесвечения зависимость $n_e(T_e)$ далеко уходит от равновесной $n_e^0(T_e)$. При уменьшении n_e все большую роль играет уход электронов на стенки, скорость которого пропорциональна лишь первой степени n_e ,

$$\frac{dn_e}{dt} = -an_e^3 + D_a \nabla^2 n_e \approx -an_e^3 - \frac{n_e}{\tau_D}. \quad (8.18)$$

Здесь D_a и τ_D — коэффициент амбиполярной диффузии и время диффузии (см. гл. 6).

На рис. 8.15 показано, как уменьшается n_e со временем в экспериментах [12]. В области позднего послесвечения, когда $n_e < < 10^{12} \text{ см}^{-3}$, прослеживаются два экспоненциальных участка распада (штрихи), разделенных переходным этапом. Разница в характерных временах распада (примерно в два раза) при малых и больших t обусловлена разницей в подвижности ионов Cs^+ и Cs_2^+ . При малых n_e молекулярные ионы преобладают в ионном составе плазмы. Это связано с тем, что при больших t ионный состав плазмы достигает относительного равновесия, определяемого температурой газа T . Решающим обстоятельством оказывается большая величина энергии диссоциации Cs_2^+ (примерно 1 эВ [23]).

Специфические эффекты наблюдаются в послесвечении плазмы, в составе которой имеются метастабильные атомы. Эти эффекты наиболее хорошо изучены в гелиевой плазме и проявляются в наибольшей мере при малых концентрациях электронов, $n_e \lesssim 10^{10} \text{ см}^{-3}$. Концентрация метастабильных атомов может на порядок величины превышать концентрацию электронов, т. е. $n_m/n_e \gtrsim 10$. В этих условиях метастабильные атомы представляют собой весьма энергоемкую и своеобразную подсистему. Правильное описание релаксации требует учета взаимосвязи n_m , n_e , T_e . Ионизирующие столкновения между метастабильными и удары второго рода являются источником быстрых электронов (см. подразд. 7.2.4). и в конечном счете подогревают электронный газ. Это затормаживает релаксацию T_e и скорость рекомбинации электронов. Последняя, в свою очередь, влияет на n_m , поскольку рекомбинация идет через метастабильные состояния. На эти объемные процессы накладывается диффузия метастабилей и электронов к стенкам, которой при малых n_e пренебрегать нельзя.

Указанные особенности наиболее ярко проявляются в разряде при криогенных температурах газа. При $T \lesssim 100 \text{ К}$ концентрация метастабильных состояний может достигать 10^{13} см^{-3} , отношение $n_m/n_e \gtrsim 10^2$ при $p = 10 \text{ мм рт.ст.}$ [24]. Качественно меняется и ионный состав плазмы. Основными ионами становятся He_n^+ , $n \geq 3$. Хотя энергии связи тяжелых ионов невелики, но они замет-

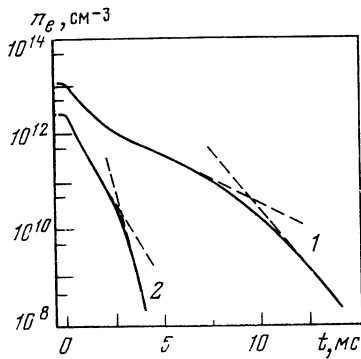


Рис. 8.15. Изменение n_e в ходе распада плазмы паров цезия [12] при давлении паров 10^{-2} мм рт.ст. (1) и $2,5 \cdot 10^{-3}$ (2)

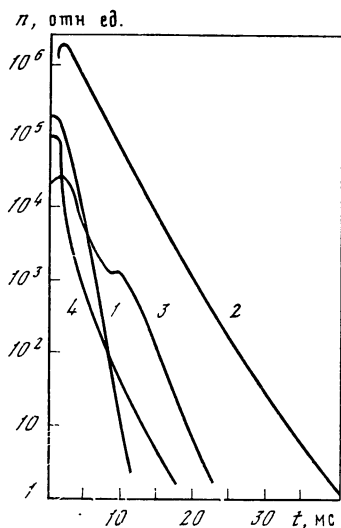


Рис. 8.16. Временной ход концентрации ионов He^+ (1), He_3^+ (2), He_4^+ (3) и метастабильных атомов He^* (4) в распадающейся плазме при $T = 76$ К и $p = 3$ мм рт. ст. [25]

Кривая для He^* дает временной ход, но не величину концентрации по отношению к концентрациям ионов, ход $\text{He}_2^+(t)$ близок к $\text{He}^+(t)$

но превышают температуру газа, и простые ионы необратимо конвертируются в сложные. В работах [25, 26] измерялся временной ход концентраций He_n^+ при разных значениях n и временной ход концентрации метастабильных атомов гелия. Из рис. 8.16 следует, что при температуре газа 76 К преобладающим ионом становится He_3^+ . При более низких T , очевидно, следует ожидать появления весьма тяжелых ионов.

8.2.3. Рекомбинация электронов в расширяющейся плазме

Представим себе, что вещество быстро нагревается до температуры порядка десятка тысяч градусов, образуя плазменное облако, которое затем разлетается в пустоту. При этом плазма рекомбинирует. В работе [27] Райзером отмечено, что в расширяющейся плазме рекомбинация может идти не до конца. При $t \rightarrow \infty$ возможна «закалка» ионизации, т. е. степень ионизации стремится к конечной величине. Закалка обусловлена уменьшением плотности газа при разлете, что вызывает замедление рекомбинации. Помимо этого, закалке способствует рекомбинационный нагрев электронов.

Запишем уравнения кинетики для расширяющейся плазмы [28]. В стадии достаточно большого расширения разлет газа про-

исходит с почти постоянной скоростью u (инерционная стадия разлета). Размеры облака при этом порядка $R = ut$, и падение суммарной плотности тяжелых частиц $n(t)$ следует степенному закону

$$n = n_0 (R_0/R)^3 = n_0 (t_0/t)^3, \quad (8.19)$$

где n_0 и R_0 — начальные плотность и размер, $t_0 = R_0/u$ — начальное время разлета. Уравнения баланса удобнее записать в субстанциональных производных $d/dt = \partial/\partial t + (u\nabla)$. Тогда из уравнения непрерывности следует

$$\frac{dn}{dt} + n\nabla u = 0. \quad (8.20)$$

Из (8.20) и закона изменения плотности (8.19) получаем $\nabla u = 3/t$. Используя это равенство, систему уравнений кинетики (8.16) применительно к задаче о разлете запишем в следующем виде:

$$\begin{aligned} \frac{dn_e}{dt} &= -\alpha n_e^3 - 3n_e/t, \\ {}^{3/2} \frac{dT_e}{dt} &= -\frac{E}{n_e} \frac{dn_e}{dt} - \frac{Q_{el}}{n_e} - 3 \frac{T_e}{t}, \\ {}^{3/2} \frac{dT}{dt} &= \frac{Q_{el}}{n} - 3 \frac{T}{t}. \end{aligned} \quad (8.21)$$

Здесь рекомбинационный нагрев записан в форме (8.17). Скорость ионизации $\beta n_1 n_e$ пренебрежимо мала. Последнее справедливо с некоторого момента времени t_1 , большего, чем t_0 .

Посмотрим, каково асимптотическое поведение степени ионизации [27]. Переходя к переменной x ($x = n_e/n$ — степень ионизации) и используя (8.19), первое из уравнений (8.21) перепишем в виде $dx/dt = -\alpha n^2 x^3$. Запишем его формальное решение, принимая для коэффициента рекомбинации зависимость $\alpha = aT_e^{-3/2}$ (a — константа (см. гл. 6)). Получаем

$$x = x_1 \left[1 + 2ax_1^2 \int_{t_1}^t \frac{n^2(t) dt}{T_e^{3/2}(t)} \right]^{-\frac{1}{2}}, \quad (8.22)$$

где x_1 — степень ионизации при $t = t_1$. Предположим, что в пределе больших времен температура электронов спадает по степенному закону $T_e \sim t^{-m}$. Тогда из (8.22) следует, что асимптотическое поведение x зависит только от m . Легко видеть, что если $m < 10/9$, то при $t \rightarrow \infty$ величина x стремится к постоянному значению, отличному от нуля. Если же $m \geq 10/9$, то остаточной ионизации нет.

При учете в полной мере взаимосвязи n_e , T_e , T задача становится сложной. В [27] рассмотрены условия, когда теплообмен между газом и электронами столь интенсивен, что $T_e(t) = T(t)$. Тогда система релаксационных уравнений для n_e и T сводится к одному уравнению первого порядка. Его исследование показало, что в зависимости от начальных условий могут реализовываться две асимптотики температуры $T(t) \sim t^{-m}$, $m = 66/65$ и $m = 2$. В пер-

вом случае имеет место закалка степени ионизации, что в конечном счете обусловлено тем, что параметр $(x\bar{E}/^{3/2}T)_{t=t_1}$ больше единицы. Во втором случае этот параметр меньше единицы и закалка не осуществляется. В первом случае имеется значительный запас внутренней энергии, которая будет затрачена при рекомбинации на нагрев газа и затормозит рекомбинацию. Во втором случае такого запаса нет.

На рис. 8.17 представлены результаты численного решения [27] для двух указанных режимов. Случаю 1 соответствует $t_1 = 2 \cdot 10^{-6}$ с, $T_1 = 12 \cdot 10^3$ К, $n_1 = 1,7 \cdot 10^{16}$ см $^{-3}$, $x_1 = 0,58$, $\bar{E} = 0,33 E_1$, $E_1 = 13,5$ эВ; 2 — $t_1 = 2,1 \cdot 10^{-6}$ с, $T_1 = 11,7 \cdot 10^3$ К, $n_1 = 4 \cdot 10^{16}$ см $^{-3}$, $x_1 = 0,34$, $\bar{E} = 0,33 E_1$. В [6, 21] приведены результаты численных решений задачи о неизотермическом разлете водородной и гелиевой плазм для различных конкретных условий. В ряде работ эффект закалки ионизации наблюдался (например, [29]).

8.3. Излучение нестационарной плазмы

Изменение степени ионизации нестационарной плазмы сопровождается временной зависимостью населенностей возбужденных состояний. В некоторых условиях возможно возникновение инверсной населенности. Непосредственную информацию о населенностях возбужденных состояний дают наблюдения излучения нестационарной плазмы в спектральных линиях.

Наиболее интересной особенностью свечения распадающейся плазмы является немонотонный временной ход интенсивности спектральных линий при монотонном убывании $n_e(t)$ и $T_e(t)$. Максимумы интенсивностей спектральных линий наблюдались рядом исследователей, например, в работах [19, 20, 30, 31]. Наиболее детальные измерения выполнены в работах [32, 12].

На рис. 8.18 приведен временной ход относительных населенностей ряда уровней цезия [32]. Данные получены в результате обработки измерений интенсивности спектральных линий в распадающейся плазме при давлении $2 \cdot 10^{-2}$ мм рт. ст. и начальных условиях $n_e(0) = 1,2 \cdot 10^{13}$ см $^{-3}$, $T_e(0) = 0,22$ эВ. На рис. 8.19 приведены результаты, полученные в работе [12]. Как следует из рис. 8.19 и 8.18, населенности ряда уровней, а вместе с ними и интенсивности соответствующих линий проходят со временем через явно выраженные максимумы, в то время как населенности других уровней спадают монотонно. Обсудим причины, вызывающие эти эффекты [33].

При очень малых временах $t < \tau_k$ проведение какого-либо общего анализа невозможно — необходимо решение системы уравнений балансов частиц при использовании конкретных начальных значений $n_k(0)$. Если же $t \gg \tau_k$, то в соответствии с квазистационарной теорией можно воспользоваться результатами гл. 5 для распределения атомов по возбужденным состояниям. Учтем основную особенность распределения n_k . Она заключается в том,

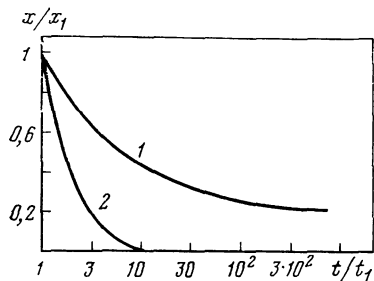


Рис. 8.17. Зависимость степени ионизации x от времени в плазме, расширяющейся в пустоту [27]

1, 2 — случаи закалки ионизации и полной рекомбинации (x_1 и t_1 — начальные значения x и t)

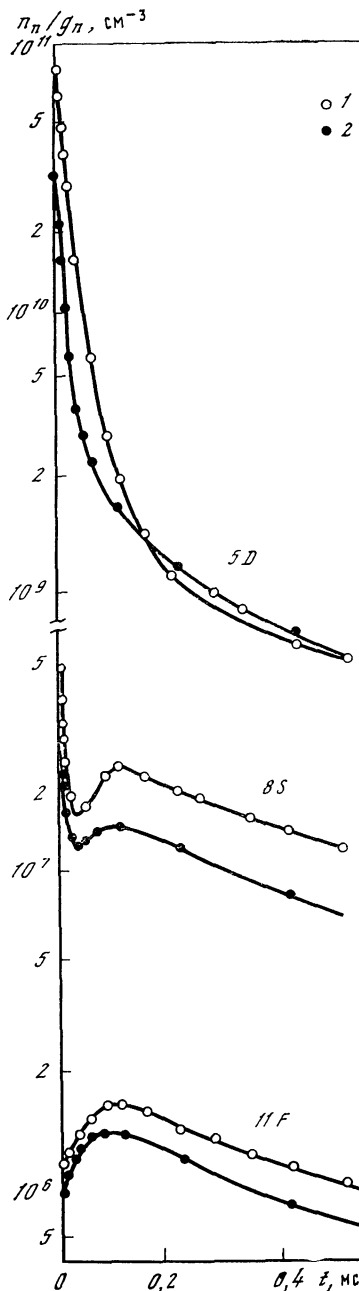


Рис. 8.18. Относительные населенности $n_k(t)/n_k(0)$ уровней цезия в распадающейся плазме [32] (давление $2 \cdot 10^{-2}$ мм рт. ст.)

Кривые проведены по экспериментальным точкам: 1 — $6D_{5/2}$ ($E_k = 1,09$ эВ), 2 — $8P_3$ (0,69 эВ), 3 — $5F_{7/2}$ (0,55), 4 — $9S_{1/2}$ (0,55), 5 — $8D_{5/2}$ (0,44), 6 — $18D_{5/2}$ (0,05), 7 — $14D_{5/2}$ (0,10), 8 — $11D_{5/2}$ (0,18)

Рис. 8.19. Зависимость населенностей уровней цезия от времени в распадающейся плазме [12] (давление — $2 \cdot 10^{-2}$ мм рт. ст.)

1 — измерения, 2 — расчет

что для уровней, лежащих ниже узкого места $E_k \gtrsim \frac{3}{2} T_e$, имеется тенденция к равновесию с основным состоянием

$$n_k \sim n_1(t) \exp [-(E_1 - E_k)/T_e(t)]. \quad (8.23)$$

Если же выполняется неравенство $E_k \lesssim \frac{3}{2} T_e$, населенности близки к относительному равновесию с континуумом

$$n_k \sim n_e^2(t) \exp [E_k/T_e(t)]. \quad (8.24)$$

Конечно, часто эти распределения сильно деформируются выходом излучения, а в окрестности узкого места предельные выражения (8.23) (8.24), неприменимы. Тем не менее для качественного рассмотрения этих формул достаточно.

Обсудим сначала временной ход концентраций возбужденных атомов в процессе развития ионизации. Если ионизация развивается по путям 2 и 3 рис. 8.7, то населенности нижних возбужденных состояний резко нарастают при малых временах благодаря быстрому росту T_e . Они проходят через максимум, если имеет место временный перегрев электронов — случай 3 рис. 8.7. Что же касается населенностей сильно возбужденных состояний, то они согласно (8.24) плавно и медленно нарастают в соответствии с увеличением n_e . Эти основные качественные особенности проявились еще в ранней работе Кула и Зукоского [13] — при малых временах наблюдался максимум свечения в линии калия $4P-4S$, что связано с небольшим перегревом электронного газа (см. рис. 8.8).

В распадающейся плазме аналогичным образом сначала ре-лаксирует T_e , но теперь уменьшаясь, а не возрастая. Затем T_e остается примерно постоянной, а n_e медленно спадает. В результате ситуация со свечением в спектральных линиях оказывается противоположной той, что обсуждалась для развития ионизации. Населенности сильно возбужденных состояний $n_k(t)$ проходят через максимум, спадая затем вследствие уменьшения $n_e(t)$. Для низколежащих уровней $n_k(t)$ спадает монотонно. На рис. 8.18 и 8.19 нетрудно видеть две группы уровней, населенности которых ведут себя в соответствии с нашим обсуждением. Имеется также группа уровней, лежащих вблизи узкого места, обнаруживающая более сложное поведение. Как следует из рис. 8.19, оно также описывается теорией, хотя для этого уже требуется проведение численного решения системы уравнений кинетики.

Обсудим вопрос о возможности возникновения инверсной населенности в распадающейся плазме. Внимание к рекомбинирующей плазме как к активной среде для лазеров было привлечено Гудзенко и Шелепиным [34]. В последующих работах было показано, что рекомбинационный поток по возбужденным состояниям может обеспечить инверсную населенность. Рядом исследователей инверсная населенность наблюдалась. Полная библиография этого вопроса содержится в [35] и [6]. Поэтому остановимся лишь на результатах, полученных в обсуждавшемся выше цикле работ [31, 32, 36].

В [36] при исследовании послесвечения ионизирующего импульса в цезии при $p = 0,1$ мм рт. ст. и $n_e(0) = 9 \cdot 10^{13}$ см $^{-3}$ было найдено, что спустя 80 мкс уровень $7D_{3/2}$ оказывается более заселенным, чем нижележащий $7P_{3/2}$. То же происходит спустя 120 мкс с еще более вышележащим уровнем $9D_{3/2}$ и т. д. Эти результаты представлены на рис. 8.20. Как следует из рисунка, инверсия обусловлена наличием максимумов населенностей уровней при распаде.

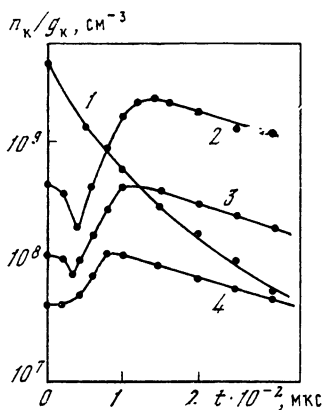


Рис. 8.20. Экспериментальные зависимости населенностей уровней цезия от времени в распадающейся плазме, деленных на статвеса уровней [36] ($p = 0,1$ мм рт. ст.)

1—4 — $7P_{3/2}$, $7D_{3/2}$, $9D_{3/2}$ и $11D_{3/2}$ соответственно

В предыдущем разделе было показано, что конкуренция расширения плазмы и происходящих при этом рекомбинационных процессов приводит к ионизационной закалке. Естественно, что населенности некоторых возбужденных состояний, следуя изменениям $n_e(t)$ и $T_e(t)$, тоже могут сохранять свои повышенные значения. В работах [37, 38] обращено внимание на возможность получения инверсной населенности в расширяющихся потоках газа. Численные расчеты кинетики рекомбинации и заселения возбужденных состояний подтвердили это предположение [21, 39]. В [39] расчеты выполнены в связи с экспериментами, проводившимися при исследовании истечения плазмы Ag и Xe из сопла Лавала. В ряде таких экспериментов наблюдалась инверсная населенность. В [40]

она обнаружена на переходах атомарного водорода в расширяющейся аргоно-водородной плазме, в [41] — в гелиевой.

8.4. Релаксация функции распределения

Функция распределения электронов по скоростям $f(v)$ в условиях, характерных для лабораторной плазмы, обычно релаксирует за времена, малые по сравнению с временами ионизации. Однако при исследовании быстропротекающих процессов неквазистационарность функции распределения может приводить к интересным эффектам. Ниже обсуждаются некоторые из этих эффектов.

Рассмотрим слабоионизованную плазму, в которой среди упругих столкновений преобладают столкновения электронов с атомами. Обсудим характер релаксации функции распределения в различных энергетических интервалах и влияние на него неупругих столкновений. Отметим сначала, что симметричная $f_0(\epsilon)$ и асимметричная $f_1(\epsilon)$ части функции распределения релаксируют с разными временами. На $f_1(\epsilon)$ воздействуют главным образом уп-

ругие столкновения, дающие основной вклад в частоту столкновений $\nu(\varepsilon)$ (см. (7.12)). Поэтому время релаксации $f_1(\varepsilon)$ (время установления квазистационарного распределения $f_1(\varepsilon)$) имеет порядок $\nu(\varepsilon)^{-1}$. Что же касается симметричной части $f_0(\varepsilon)$, то она определяется процессами, приводящими к изменению энергии электронов. Поэтому ядро $f_0(\varepsilon)$ формируется за гораздо большие времена — порядка $[\delta\nu(\varepsilon)]^{-1}$, где $\delta = 2m/M$. В таких условиях $f_0(\varepsilon)$ релаксирует значительно медленнее, чем $f_1(\varepsilon)$. Далее обсуждается релаксация симметричной части функции распределения. При этом для упрощения записи индекс нуль у $f_0(\varepsilon)$ будет опущен.

При записи нестационарного уравнения Больцмана учтем упругие столкновения с частотой $\nu(\varepsilon)$ и неупругие столкновения электронов с атомами в основном состоянии, приводящие к их возбуждению и ионизации. Эти процессы характеризуются суммарной частотой $\nu_{1\Sigma}(\varepsilon)$, введенной в разд. 7.2. Влиянием ударов второго рода и рекомбинацией пренебрегаем. Иначе говоря, сделаем те же самые предположения, которые позволили записать стационарное уравнение Больцмана (7.72).

Тогда нестационарное уравнение Больцмана для электронов в поле \mathcal{E} запишем в следующем виде:

$$\frac{\partial f}{\partial t} - \frac{1}{\sqrt{\varepsilon}} \frac{\partial}{\partial \varepsilon} \left\{ \delta\nu(\varepsilon) \varepsilon^{3/2} \left(f + T \frac{\partial f}{\partial \varepsilon} \right) + \frac{2e^2 \mathcal{E}^2}{3m\nu(\varepsilon)} \varepsilon^{3/2} \frac{\partial f}{\partial \varepsilon} \right\} + f(\varepsilon) \nu_{1\Sigma}(\varepsilon) = 0. \quad (8.25)$$

Здесь T — температура газа, $\Delta E = E_1 - E_2$ — пороговая энергия неупругих процессов, равная энергии возбуждения первого возбужденного состояния атома.

Рассмотрим релаксацию $f(\varepsilon)$ при распаде плазмы, происходящем при снятии поля \mathcal{E} . Пренебрежем в (8.25) членом, содержащим температуру газа, поскольку считаем, что $\bar{\varepsilon} \gg T$. Тогда (8.25) примет вид

$$\frac{\partial f}{\partial t} - \frac{1}{\sqrt{\varepsilon}} \frac{\partial}{\partial \varepsilon} [\delta\nu(\varepsilon) \varepsilon^{3/2} f] + f \nu_{1\Sigma}(\varepsilon) = 0. \quad (8.26)$$

Это уравнение описывает процесс с двумя характерными временами

$$\tau_1(\varepsilon) = [\delta\nu(\varepsilon)]^{-1}, \quad \tau_2(\varepsilon) = [\nu_{1\Sigma}(\varepsilon)]^{-1}. \quad (8.27)$$

Время $\tau_2(\varepsilon)$ определяет скорость релаксации энергии быстрых электронов, $\varepsilon \geq \Delta E$. Со временем $\tau_1(\varepsilon)$ устанавливается ядро функции распределения. Частота $\nu_{1\Sigma}(\varepsilon)$ много больше частоты энергообмена при упругих столкновениях $\delta\nu(\varepsilon)$. Поэтому $\tau_2(\varepsilon) \ll \ll \tau_1(\varepsilon)$. Иными словами, сначала релаксирует хвост $f(\varepsilon)$ — область энергий $\varepsilon \geq \Delta E$, а лишь затем ядро функции распределения.

Рассмотрим второй этап релаксации, т. е. релаксацию ядра функции распределения. Для этого достаточно рассмотреть более простое уравнение

$$\frac{\partial f(\varepsilon, t)}{\partial t} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon}} \frac{\partial}{\partial \varepsilon} [\delta\nu(\varepsilon) \varepsilon^{3/2} f(\varepsilon, t)], \quad (8.28)$$

которое допускает простое решение, если при $t = 0$ задано начальное распределение $f(\epsilon, 0)$. Заметим сначала, что (8.28) можно преобразовать, записав уравнение относительно функции

$$\begin{aligned} \varphi(\epsilon, t) &= \delta v(\epsilon) \epsilon^{3/2} f(\epsilon, t), \\ \frac{\partial \varphi(\epsilon, t)}{\partial t} &= \delta v(\epsilon) \epsilon \frac{\partial \varphi(\epsilon, t)}{\partial \epsilon}. \end{aligned} \quad (8.29)$$

Решение данного уравнения легко получить, если следующим образом ввести $\omega(\epsilon, t)$:

$$t = \int_{\epsilon}^{\omega} \frac{d\epsilon'}{\delta v(\epsilon') \epsilon'}. \quad (8.30)$$

В итоге получаем искомое решение $f(\epsilon, t)$ в виде

$$f(\epsilon, t) = \frac{\omega^{3/2} v(\omega)}{\epsilon^{3/2} v(\epsilon)} f(\omega, 0). \quad (8.31)$$

Это выражение обсуждается в работах [42, 43]. Конкретизируем его на случай релаксации максвелловского распределения

$$f(\epsilon, 0) = c \exp(-\epsilon/T_e),$$

реализующегося во внешнем электрическом поле \mathcal{E} , если $v(\epsilon)$ не зависит от ϵ (см. раздел 7.1). Выполняя несложные преобразования, получаем выражение

$$f(\epsilon, t) = c \exp(3/2 \delta v t) \exp\left(-\frac{\epsilon}{T_e} e^{\delta v t}\right), \quad (8.32)$$

описывающее функцию распределения, которая после снятия поля \mathcal{E} с ростом времени все более обедняется быстрыми электронами, стягиваясь в окрестность $\epsilon \rightarrow 0$. Неограниченное возрастание (8.32) при $\epsilon \leq T_e \exp(-\delta v t)$ обусловлено предположением о пренебрежимой малости температуры газа и об отсутствии процессов рекомбинации.

Основные особенности релаксации $f(\epsilon, t)$ хорошо видны при рассмотрении результатов вычислений, выполненных для плазмы неона и аргона в [44, 45]. Рис. 8.21 иллюстрирует релаксацию в неоне при снятии поля $\mathcal{E}/p = 5\text{В (см}\cdot\text{мм рт. ст.)}^{-1}$, которому соответствует исходная средняя энергия электронов $\bar{\epsilon}(0) = 7,7 \text{ эВ}$. При расчете упругое и неупругое сечения задавались следующим образом: $g(\epsilon) = 1,6 \cdot 10^{-16} \cdot \epsilon^{1/6} \text{ см}^2$ и $q_{1\Sigma}(\epsilon) = 1,3 \cdot 10^{-18} (\epsilon - 15,2) \text{ см}^2$, где ϵ берется в эВ. На рис. 8.21 ясно прослеживаются два этапа релаксации, о которых говорилось в начале этого раздела. Со временем τ_2 , таким, что $p \tau_2 \approx 10^{-7} \text{ с}\cdot\text{мм рт. ст.}$ протекает релаксация быстрых электронов — обедняется хвост $f(\epsilon, t)$ при $\epsilon \geq \Delta E$. За это время ядро $f(\epsilon)$ не успевает заметным образом измениться. Оно релаксирует с временами τ_1 , $p \tau_1 \approx 10^{-5} \text{ с}\cdot\text{мм рт. ст.}$

Из рассмотрения рис. 8.21 следует, что в процессе релаксации производная $df/d\epsilon$ может стать положительной, т. е. возникает инверсия населенности некоторого энергетического интервала. При

этом пространственная неоднородность распределения $f(v)$ отсутствует, т. е. возникшее состояние не теряет устойчивости. Условие возникновения инверсии можно получить, исходя из (8.31) [46]. Пусть в начальный момент времени в окрестности некоторого значения ε производная $f(\varepsilon, 0)$ мала, $df(\varepsilon, 0)/d\varepsilon \sim 0$. Это имеет место, например, в сильно неравновесных условиях при больших \mathcal{E}/n , рассмотренных в разд. 7.4. В этом случае при малых значениях времени t знак $\partial f(\varepsilon, t)/\partial\varepsilon$ совпадает со знаком производной по энергии от $\omega^{3/2}v(\omega)[\varepsilon^{3/2}v(\varepsilon)]^{-1}$. Тогда, учитывая, что при $t = 0$ значения $\omega = \varepsilon$, проводим следующие преобразования:

$$\begin{aligned} \text{sign} \frac{\partial f(\varepsilon, t)}{\partial\varepsilon} &= \text{sign} \frac{\partial}{\partial\varepsilon} \left[\frac{\omega^{3/2}v(\omega)}{\varepsilon^{3/2}v(\varepsilon)} \right] \approx \\ &\approx \text{sign} \frac{\partial}{\partial\varepsilon} \left\{ \frac{1}{\varepsilon^{3/2}v(\varepsilon)} \frac{\partial}{\partial\omega} [\omega^{3/2}v(\omega)]_{\omega=\varepsilon} (\omega - \varepsilon) \right\} = \\ &= \text{sign} \frac{d}{d\varepsilon} \left[\frac{1}{\sqrt{\varepsilon}} \frac{d}{d\varepsilon} (\varepsilon^{3/2}v(\varepsilon)) \right]. \end{aligned} \quad (8.33)$$

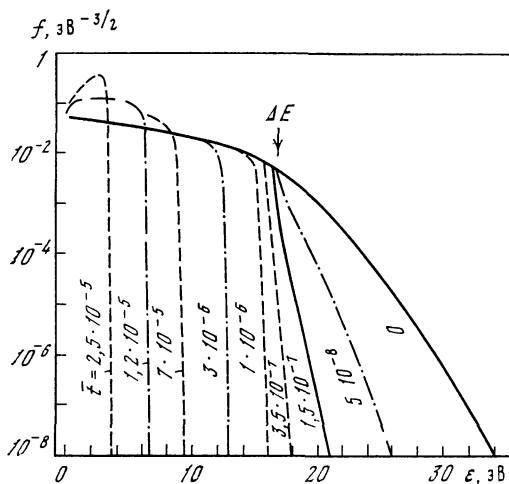
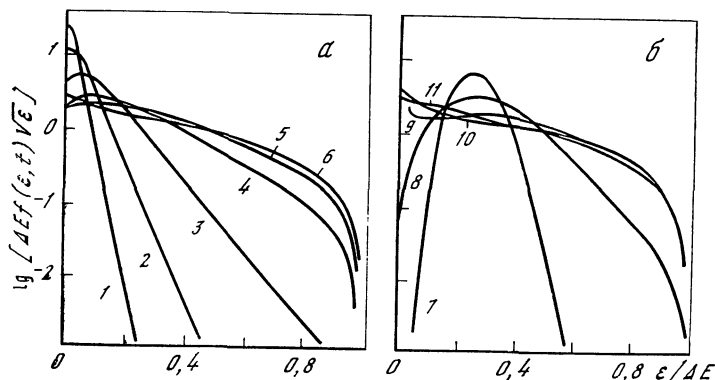


Рис. 8.21. Функция распределения электронов по энергиям $f(\varepsilon, t)$ в распадающейся плазме неона при снятии электрического поля [44] ($\mathcal{E}/p = 5$ В/(см·мм рт. ст.), ΔE — пороговая энергия возбуждения)

Параметром кривых является $\bar{t} = tp$ (в $\sqrt{\text{с}} \cdot \text{мм}$ рт. ст.)

Рис. 8.22. Эволюция дельта-образной функции распределения $\sqrt{\varepsilon} \Delta E f(\varepsilon, 0) \sim \delta(\varepsilon - \varepsilon_0)$ при включении электрического поля [47] для $\varepsilon_0/\Delta E = 10^{-4}$ (a) и 0,25 (b)

1—11 — $t/\tau_1 = 0,03; 0,06; 0,12; 0,24; 0,36; 0,6; 0,012; 0,06; 0,18; 0,36$ и $0,6$ соответственно



Это выражение положительно в широком диапазоне зависимостей частоты упругих столкновений от энергии.

Возникновение инверсии распределения качественно описывается следующим образом [46]. Темп термализации, т. е. скорость движения электронов с заданной энергией по энергетической оси к ее началу, определяется частотой столкновений и тем больше, чем больше $q(\varepsilon)$. Первоначально распределенные приблизительно равномерно в некоторой области значений ε электроны имеют тенденцию накапливаться в окрестности малых значений $q(\varepsilon)$ и быстро покидают участки оси энергии с большими $q(\varepsilon)$.

Немонотонность $f(\varepsilon, t)$ может приводить к некоторым интересным эффектам. Подвижность электронов (7.27) по мере распада плазмы может проходить через максимумы (минимумы), что следует из результатов вычислений [45]. Более того, поскольку подвижность определяется интегралом от производной $\partial f/\partial \varepsilon$, то, вообще говоря, возможны условия, что она станет отрицательной. Следовательно, отрицательной станет электропроводность плазмы [46]. Это означает, что в подходящий момент времени у неравновесного электронного газа может появиться возможность передачи энергии пробному электромагнитному полю, т. е. излучения импульса электромагнитных волн.

Обсудим теперь установление распределения электронов по энергиям при включении электрического поля. Характерными временами являются время нагрева электронов $\tau_1(\varepsilon)$ и время формирования хвоста распределения $\tau_2(\varepsilon)$, т. е.

$$\tau_1(\varepsilon) = \varepsilon \left[\frac{e^2 \mathcal{E}^2}{m\nu(\varepsilon)} \right]^{-1}, \quad \tau_2(\varepsilon) = \frac{1}{v_{1\Sigma}(\varepsilon)}. \quad (8.34)$$

Обычно $\tau_1(\varepsilon) \gg \tau_2(\varepsilon)$, т. е. ядро функции распределения устанавливается значительно медленнее хвоста. Таковы, например, условия в сильных полях, рассмотренные в подразд. 7.2.3 и 7.2.2. В самом деле неравенство $\tau_1/\tau_2 \gg 1$ можно переписать в виде

$$\frac{\tau_1(\varepsilon)}{\tau_2(\varepsilon)} = \frac{m\nu(\varepsilon)}{e^2 \mathcal{E}^2} \varepsilon v_{1\Sigma}(\varepsilon) = \frac{\varepsilon}{\varepsilon} \frac{v_{1\Sigma}(\varepsilon)}{\delta\nu(\varepsilon)} \gg 1, \quad (8.35)$$

которое при $\varepsilon = \Delta E$ превращается в условие применимости приближения бесконечного стока (7.86). Если неравенство (8.35) выполняется, то функция распределения релаксирует со временем $\tau_1 = \Delta E m\nu(\Delta E)/(e^2 \mathcal{E}^2)$, которое представляет собой время нагрева электрона до энергии, равной порогу неупругих процессов [47].

На рис. 8.22 представлена эволюция исходной дельта-образной функции распределения $f(\varepsilon, 0) \sim \delta(\varepsilon - \varepsilon_0)$ при включении поля \mathcal{E} [47] (см. также результаты вычислений, представленных в [48]). При введении безразмерных переменных $t/\tau_1 = tm\nu\Delta E/(e^2 \mathcal{E}^2)$ и $\varepsilon/\Delta E$ функция распределения была обезразмерена в [47] следующим образом: $\sqrt{\varepsilon\Delta E} f(\varepsilon, t)$. Эта величина и представлена на рис. 8.22

для двух начальных распределений, локализованных вблизи нуля энергии $\epsilon_0 \sim 0$ и при энергии, равной четверти пороговой $\epsilon_0 = \Delta E/4$. Как следует из рис. 8.22, время выхода $f(\epsilon, t)$ на стационарные значения практически не зависит от начальной энергии ϵ_0 и составляет примерно $0,5 \tau_1$. При малых ϵ_0 скорость возбуждения $w_{12} = \int w_{12}(\epsilon) f(\epsilon) \sqrt{\epsilon} d\epsilon$ выходит на стационарные значения, возрастая монотонно. При больших значениях начальной энергии ϵ_0 максимальная величина w_{12} может существенно превышать стационарную. В [47] выполнены вычисления хода релаксации $w_{12}(t)$ при промежуточных значениях $\epsilon_0/\Delta E$.

Остановимся теперь на релаксации функции распределения в сильноионизованной плазме, когда преобладающими среди упругих столкновений являются межэлектронные столкновения, происходящие с частотой $\nu_e(\epsilon)$ (7.33). Рассматривая движение пробной частицы в газе, Спитцер нашел, что при наличии произвольного возмущения межэлектронные столкновения формируют ядро функции распределения за время, которое лишь численным множителем отличается от обратной частоты $\nu_e(\epsilon)$, взятой при средней энергии [49]. Это время называется спитцеровским временем самостолкновений (в с)

$$t_c = \frac{m^{1/2} T^{3/2}}{8.0,714 \pi n_e e^2 \lambda},$$

$$t_c = \frac{0,267 T^{3/2}}{n_e \lambda}, \quad (8.36)$$

где в последнем выражении температура выражена в градусах Кельвина, λ — кулоновский логарифм, n_e — в см^{-3} .

Для исследования релаксации кулоновски взаимодействующих частиц Мак-Дональд, Розенблют и Чак [50] численно решали нестационарное кинетическое уравнение с интегралом столкновений, записанным в фоккер-планковской форме (7.37). На рис. 8.23 показана релаксация первоначального распределения, заданного в гауссовой форме (линия 1) к максвелловскому распределению (линия 6). Максвелловское распределение при энергиях, близких к средней, достигается за время $t = 5,9 t_c$ (безразмерное время $\tau = 484,17$, рис. 8.23), что находится в соответствии с выводами Спитцера. Что же касается хвоста $f(\epsilon, t)$ то он, естественно, не успевает «наполниться» за этот промежуток времени. Хвост рас-

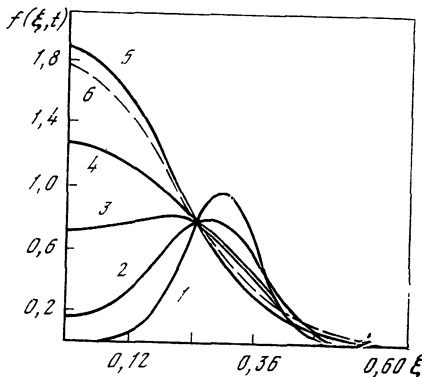


Рис. 8.23. Релаксация функции распределения электронов $f(\xi, \tau)$ в полностью ионизованной плазме к максвелловскому распределению $f^0(\xi)$ [50] ($\xi = 0,335 v \sqrt{m/3T}$ — безразмерная скорость, $\tau = t/0,0121 t_c$ — безразмерное время)

1—5 — $\tau = 0,669, 10,39; 30,31; 72,84$ и $484,17$ соответственно, 6 — $f^0(\xi)$

предела определяется для данной энергии ε за время порядка $t(\varepsilon)$:

$$t(\varepsilon) = \frac{m^{1/2} \varepsilon^{3/2}}{3 \sqrt{2} \pi n_e e^4 \lambda}, \quad (8.37)$$

которое приблизительно равно времени самостолкновений частиц энергии ε .

Релаксация первоначально анизотропной функции распределения кулоновски взаимодействующих частиц была рассмотрена в работах [51, 52]. Для этого исходная функция распределения задавалась в виде

$$f = \frac{1}{(2\pi m)^{3/2} \sqrt{T_{\parallel} T_{\perp}^2}} \exp \left\{ -\frac{mv_{\parallel}^2}{2T_{\parallel}} - \frac{mv_{\perp}^2}{2T_{\perp}} \right\}.$$

Мерой анизотропии было отличие T_{\parallel} и T_{\perp} — продольной и поперечной температур, которое было невелико. Для времени установления изотропного распределения электронов получено выражение [51]

$$t = \frac{5}{8} \sqrt{\frac{mT^3}{\pi}} \frac{1}{e^4 n_e \lambda}. \quad (8.38)$$

Это время, как и t_c (8.36), близко к обратной частоте межэлектронных столкновений. В [52] рассмотрена та же задача, но в сильнонеизотермической плазме, когда температура электронов T_e во много раз превышает температуру ионов T , $T_e > 10^2 T$. Показано [52], что в сильнонеизотермической плазме существуют слабо затухающие медленные волны и взаимодействие с ними (иначе говоря, взаимодействие на расстояниях, больших длины Дебая) уменьшает время релаксации анизотропной функции распределения по сравнению с (8.38). Довольно подробное обсуждение можно найти в [52a].

Если плазма ионизована лишь частично, то, как и в слабоионизованной плазме, на хвост $f(\varepsilon, t)$ большое воздействие могут оказывать неупругие столкновения. В этих условиях следует ввести характерное время $\tau_2(\varepsilon)$ (8.27) и сравнивать его с $t(\varepsilon)$.

8.5. Неустойчивости неравновесной плазмы во внешнем электрическом поле

Во внешнем электрическом поле состояние неравновесной плазмы может быть неустойчивым. Это означает, что малые случайно возникшие флуктуации параметров плазмы не затухают с ростом времени, а возрастают. Скорость возрастания определяется инкрементом или его обратной величиной — временем развития неустойчивости. Если время развития неустойчивости меньше времени пребывания плазмы в поле, то плазма в результате неустойчивости перейдет в новое устойчивое состояние. Это состояние может быть сильнонеоднородным. Плазма может расслоиться или шнуроваться, или приобрести более сложную структуру.

Неустойчивости низкотемпературной плазмы обладают специ-

фическими особенностями, отличающими их от известных плазменных неустойчивостей, обусловленных взаимодействием внутренних и внешних электромагнитных полей. Неустойчивости в низкотемпературной плазме связаны со сложной кинетикой происходящих в ней столкновительных и радиационных процессов. Это процессы обмена энергий, генерации заряженных частиц в объеме, ухода их на стенку, выхода излучения и т. д. В простейшей по составу трехкомпонентной плазме, состоящей из атомов, ионов и электронов, возможны две специфические неустойчивости — ионизационная и тепловая. Первая обусловлена неустойчивостью баланса числа заряженных частиц, вторая — неустойчивостью баланса энергии электронов, т. е. является перегретной неустойчивостью электронного газа. Эти две неустойчивости обсуждаются в следующих подразделах.

Исследование неустойчивости низкотемпературной плазмы — определение инкрементов и областей неустойчивостей — представляет не только научный, но и прикладной интерес. В газоразрядных источниках излучения, газовых лазерах, МГД-генераторах развитие неустойчивостей может приводить к возникновению неоднородностей в плазме. Появление неоднородностей оказывает сильное влияние на основные свойства — электропроводность, излучательную способность и т. д.

Цель данного раздела — дать введение в теорию устойчивости низкотемпературной плазмы. Поэтому целый ряд разных проблем не мог быть ниже рассмотрен. Сюда относятся неустойчивости в плазмах сложного состава, явления в магнитном поле, нелинейные эффекты, к которым приводит развитие неустойчивостей, и др. В плазмах сложного состава, в которых имеются молекулы, молекулярные ионы и отрицательные ионы, набор возможных неустойчивостей гораздо шире, поскольку возрастает число степеней свободы системы. Исследование устойчивости молекулярной газоразрядной плазмы в настоящее время интенсивно развивается (например, [53—55]) и не может считаться законченным. Важный класс неустойчивостей низкотемпературной плазмы возникает во внешнем магнитном поле. Среди них наиболее характерной является ионизационная неустойчивость в скрещенных электрическом и магнитном полях. Результаты экспериментального и теоретического исследования этих явлений подытожены в [56, 57]. Возникновение упорядоченных колебаний (страт) исторически является одним из первых обнаруженных проявлений неустойчивости газоразрядной плазмы. В [58, 59] обсуждаются страты и др. виды колебаний низкотемпературной плазмы.

8.5.1. *Ионизационная неустойчивость сильнонеравновесной плазмы*

Под ионизационной неустойчивостью в физике плазмы понимают два различных явления. Во-первых, это ионизационная неустойчивость в скрещенных электрическом и магнитном полях.

При ее развитии степень ионизации экспоненциально возрастает, что является следствием перегрева электронного газа холловскими токами. Развитие ионизационной неустойчивости в магнитном поле и связанные с этой неустойчивостью эффекты детально рассмотрены в [56].

Ионизационной неустойчивостью называют также неустойчивость баланса заряженных частиц [60]. Эта неустойчивость вызывается появлением сильной зависимости коэффициента ионизации от концентрации электронов и может развиваться во внешнем электрическом поле. Эта неустойчивость рассматривается ниже.

Неустойчивость возникает в таких условиях, когда скорость ионизации возрастает с ростом n_e сильнее, чем скорость рекомбинации. Тогда при малой флуктуации концентрации электронов ($\delta n_e > 0$) скорость ионизации возрастает больше, чем скорость рекомбинации, вследствие чего процесс нарастания $n_e(t)$ развивается лавинообразно. Это непосредственно следует из уравнения (8.6). В частности, если α слабо зависит от n_e , то, для того чтобы состояние оказалось неустойчивым, β должно быть пропорционально $(n_e)^k$, где $k > 2$. Такие условия реализуются при малых концентрациях электронов, когда излучение в спектральных линиях покидает плазменный объем, что и приводит в конечном счете к зависимости β от n_e (см. гл. 6). В теории газового разряда чаще рассматриваются условия, когда заряженные частицы исчезают не в объеме, а на стенках. Тогда вместо уравнения (8.6) надо рассматривать устойчивость уравнения

$$\frac{dn_e}{dt} = n_e n_1 \beta - n_e \tau_D^{-1}, \quad (8.39)$$

где τ_D — время диффузии [59, 60]. Для потери устойчивости достаточно наличие сильной немаксвелловости функции распределения электронов по энергии, что приводит к тому, что $\beta \sim n_e$ (см. гл. 7). Эти условия реализуются при малых значениях степени ионизации.

После этих предварительных замечаний перейдем к подробному анализу условий развития ионизационной неустойчивости.

Рассмотрим слабоионизованную однородную плазму в электрическом поле \mathcal{E} , в которой $T_e \gg T$. Предположим, что электроны теряют энергию лишь при упругих столкновениях с атомами с частотой ν , которую будем считать постоянной. Уравнение баланса энергии $\sigma \mathcal{E}^2 = Q_{ei}$ дает в этом случае однозначную связь T_e с \mathcal{E}

$$T_e = M e^2 \mathcal{E}^2 / 3 m^2 \nu^2. \quad (8.40)$$

Особенности, которые приводят к сильной зависимости β от n_e , содержатся, как уже говорилось, в балансе электронов. Будем считать интенсивным высвечивание первых двух возбужденных состояний $k = 2, 3$. В этом случае, преодолев интервалы состояний 1 — 2, 2 — 3, связанный электрон движется в пространстве энергии лишь в результате столкновений. Рекомбинацию будем считать

происходящей в объеме. Уравнения баланса частиц запишем в виде выражения для потока электронов j в пространстве уровней атома (см. гл. 5)

$$\begin{aligned} j &= n_1 n_e z'_{12} - n_2 n_e z'_{21} - n_2 A_{21}^*, \\ j &= n_2 n_e z'_{23} - n_3 n_e z'_{32} - n_3 A_{32}^*, \\ j &= n_3 n_e \beta_3 - n_e^3 \alpha_3, \quad j = dn_e/dt. \end{aligned} \quad (8.41)$$

Здесь из вероятностей переходов $z_{k, k+1}$ (4.19), (4.20) выделена концентрация электронов. Поскольку узкое место расположено выше уровня $k=3$, то в последнем из выражений для j (8.41) можно считать α_3 (коэффициент рекомбинации на уровень $k=3$) равным коэффициенту рекомбинации α (6.5). Коэффициент ионизации с третьего уровня β_3 связан с α_3 соотношением детального баланса $\beta_3 = K_3 \alpha_3$, где K_3 — константа ионизационного равновесия для уровня $k=3$. Немаксвелловость учитывается введением функции F_1 , множителем к z'_{12} и z'_{21} (см. гл. 7). Исключая из (8.41) n_2 и n_3 , получим уравнение баланса электронов в виде

$$\frac{dn_e}{dt} = j = \frac{n_e}{\tau_r} \left[\frac{K_1 n F_1}{n_e^2 (1 + p_2/n_e) (1 + p_3/n_e)} - 1 \right], \quad (8.42)$$

$$\begin{aligned} \tau_r &= \frac{K_1}{n_e^2 z'_{12} (1 + p_2/n_e) (1 + p_3/n_e)} + \\ &+ \frac{K_2}{n_e^2 z'_{23} (1 + p_3/n_e)} + \frac{K_3}{\beta_3 n_e^2}. \end{aligned} \quad (8.43)$$

Здесь введено время рекомбинации τ_r и $p_2 = A_{21}^*/z'_{21}$, $p_3 = A_{32}^*/z'_{32}$. Время τ_r отличается от времени рекомбинации (8.7), поскольку в данном разделе учитывается зависимость коэффициентов ионизации и рекомбинации от n_e .

Прежде чем исследовать неустойчивость, рассмотрим, следуя работе [61], фон, на котором она развивается, — однородное стационарное состояние, $j = 0$. При записи уравнения для n_e удобно выделить в $F_1 = (1 + C)^{-1}$ явную зависимость C от n_e , вводя $C = (n_1/n_e)c$. Тогда из (8.42) получаем

$$\begin{aligned} n_e^3 + n_e^2 (p_2 + p_3 + nc) + n_e [p_2 p_3 + (p_2 + p_3)nc - K_1 n] + \\ + p_2 p_3 nc = 0. \end{aligned} \quad (8.44)$$

Если $nK_1 > p_2 p_3 + (p_2 + p_3)nc$, то уравнение имеет два положительных корня, которые обозначим n_e^+ и n_e^- (рис. 8.24). Следовательно, при заданной T_e уравнение (8.44) описывает два однородных состояния: n_e^+ соответствует плазме, сравнительно близкой к равновесию и при больших T_e выражение для n_e^+ переходит в формулу Саха $n_e^+ \approx n_e^0 = \sqrt{nK_1}$, n_e^- соответствует сильнонеравновесной плазме, в которой существен выход излучения. Асимптотика при малых n_e^- имеет вид

$$n_e^- \approx p_2 p_3 c / K_1. \quad (8.45)$$

Значение концентрации электронов n_e , когда $n_e^+ = n_e^-$ (см. рис. 8.24), в аргон-цезиевой плазме с $n_{Cs} = 10^{15} \text{ см}^{-3}$, $n_{Ar} = 10^{18} \text{ см}^{-3}$ соответствует примерно 10^{13} см^{-3} .

Нижняя ветвь на рис. 8.24 возникает при учете в уравнении $dn_e/dt = j$ прямой ионизации электронным ударом. Для простоты выкладок в (8.41) она не была учтена.

Обсудим полученную на рис. 8.24 зависимость $n_e(T_e)$. Она носит S-образный характер. Поскольку $T_e \sim \mathcal{E}^2$, а $n_e \sim I$, где I — сила тока, то вольт-амперная характеристика однородного столба плазмы $I(\mathcal{E})$ тоже является S-образной и имеет падающий участок. Состояния однородного разряда, приходящиеся на эти участки, неустойчивы, и попытка реализовать эти состояния приводит к переходу разряда в неоднородное состояние [62]. В самом деле, при больших значениях параметров p_2/n_e и p_3/n_e , т. е. на асимптотике (8.45), уравнение кинетики ионизации (8.42) приобретает вид

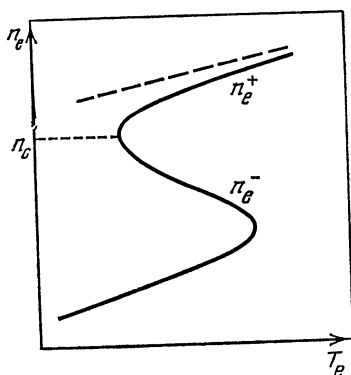


Рис. 8.24. Концентрация электронов в однородной неравновесной плазме $n_e(T_e)$ [61]

Штрихи — $n_e^0(T_e) = \sqrt{nK}$

$$\frac{dn_e}{dt} = n_e^4 \frac{z'_{12} z'_{23} \beta_3 c}{A_{21}^* A_{32}^*} - n_e^3 \alpha_3. \quad (8.46)$$

Как указывалось в начале этого подраздела, оно описывает неустойчивые состояния. Время развития неустойчивости можно найти, вводя малую флуктуацию концентрации электронов

$$n_e(t) - n_e = \delta_e(t) = \delta_e \exp(\gamma t) \quad (8.47)$$

и линеаризуя (8.42) при фиксированном \mathcal{E} . Получаем

$$\frac{d\delta_e(t)}{dt} = -\frac{E_1}{T_e^2} \frac{n_e}{n_e'} \frac{\delta_e'(t)}{\tau_r}, \quad \gamma = -\frac{E_1}{T_e^2} \frac{n_e}{n_e'} \frac{1}{\tau_r}, \quad (8.48)$$

где $n_e' = dn_e(T_e)/dT_e$ — производная от однородной плотности электронов фона (рис. 8.24). Отсюда следует, что ветвь n_e^- (см. рис. 8.24) неустойчива, так как $n_e' < 0$ и инкремент $\gamma > 0$. Дифференцируя (8.45), для сильнонеравновесной плазмы получим $(n_e^-)' \simeq -n_e^- E_1/T_e^2$, поэтому время развития $\gamma^{-1} \simeq \tau_r$. Плазма перейдет либо в состояние с повышенной n_e , т. е. в n_e^+ , либо в состояние с очень малой n_e , т. е. практически распадется.

Анализ плазмы на устойчивость не может проводиться вне ее связи с внешней электрической цепью. Если U — ЭДС источника, R_0 — балластное сопротивление внешней цепи, то закон Ома имеет вид

$$U = IR_0 + \mathcal{E}d.$$

Здесь d — длина разрядного промежутка, а в величину U включены для простоты приэлектродные падения потенциала. Если $R_6 = 0$, то имеем $\mathcal{E} = \text{const}$, и наоборот, если $R_6 \rightarrow \infty$, то $I = \text{const}$.

Рассмотрим случай постоянного тока. В этом случае, естественно, однородные флюктуации (8.47) возникать не могут. Возможно, однако, появление неоднородных флюктуаций $\delta_e(\mathbf{r}, t)$, $\delta_T(\mathbf{r}, t)$, $\delta\mathcal{E}(\mathbf{r}, t)$, разбивающих плазму на слои (нити и т. п.) так, чтобы в итоге полный ток оставался постоянным. При рассмотрении неоднородных флюктуаций систему уравнений следует явно дополнить полевыми уравнениями, которые запишем, пренебрегая собственным магнитным полем тока:

$$\begin{aligned} dn_e/dt &= j + D_a \nabla^2 n_e, & \sigma \mathbf{E}^2 &= Q_{el} + E_1 j - \nabla(\lambda_e \nabla T_e), \\ \mathbf{J} &= \sigma \mathcal{E}, & \text{div } \mathbf{J} &= 0, & \text{rot } \mathcal{E} &= 0. \end{aligned} \quad (8.49)$$

В балансе электронов учтена амбиполярная диффузия. В балансе энергии электронов, записанном в квазистационарном виде (см. разд. (8.1), учтена электронная теплопроводность. Эти два процесса переноса обычно являются важнейшими. Коэффициент электронной теплопроводности $\lambda_e = n_e T_e / m v = n_e D$, где D — коэффициент диффузии электронов, \mathbf{J} — плотность тока.

Рассмотрим устойчивость плазмы относительно малых флюктуаций с волновым вектором \mathbf{k} , т. е. $\delta_e(\mathbf{r}, t) = \delta_e \exp(i\mathbf{k}\mathbf{r} + \gamma t)$ и т. п. Линеаризуем систему уравнений (8.49) относительно амплитуд флюктуаций $\delta_e, \delta_T, \delta\mathcal{E}$. Для простоты учтем лишь экспоненциальные зависимости от T_e . Поэтому, например, средняя частота упругих соударений считается постоянной, и $\sigma \sim n_e$. Тогда получаем линейную алгебраическую систему уравнений для амплитуд флюктуаций. Первые два уравнения (8.49) дают

$$\begin{aligned} \gamma \delta_e &= \delta j - k^2 D_a \delta_e = - \frac{E_1}{T_e^2} \frac{n_e}{n_e'} \frac{\delta_e}{\tau_r} + \frac{E_1}{T_e^2} \frac{n_e}{\tau_r} \delta_T - k^2 D_a \delta_e, \\ 2\sigma \mathcal{E} \delta \mathcal{E} - E_1 \delta j - (n_e / \tau_{el} + k^2 \lambda_e) \delta T &= 0, \end{aligned} \quad (8.50)$$

где использовано обозначение $\tau_{el} = (\delta v)^{-1}$ для времени релаксации при упругих столкновениях. Последние три уравнения (8.49) — уравнения постоянного тока — можно переписать в виде $\mathbf{Jk} = 0$, $\mathcal{E} \times \mathbf{k} = 0$, $\mathbf{Jk} = \sigma \mathcal{E} \mathbf{k}$. Они дают выражение для флюктуации поля

$$\delta \mathcal{E} = - (\mathcal{E} \mathbf{k}) \frac{\mathbf{k}}{k^2} \frac{\delta_e}{n_e}. \quad (8.51)$$

Из (8.50), (8.51) получаем выражение для инкремента [61]

$$\begin{aligned} \gamma &= - \frac{E_1}{T_e^2} \frac{n_e}{n_e'} \frac{1}{\tau_r} \left[2 \frac{T_e n_e'}{\tau_{el}} \frac{k_y^2}{k^2} + \frac{n_e}{\tau_{el}} + \lambda_e k^2 \right] \times \\ &\times \left[\frac{E_1^2}{T_e^2} \frac{n_e}{\tau_r} + \frac{n_e}{\tau_{el}} + \lambda_e k^2 \right]^{-1} - k^2 D_a, \end{aligned} \quad (8.52)$$

k_y — компонента \mathbf{k} вдоль поля \mathcal{E} , которое направлено по оси y .

Отсюда следует, что максимальный инкремент имеют поперечные току возмущения с $k_y = 0$, приводящие к разбиению плазмы на токовые шнуры. Далее, если приравнять $\gamma = 0$, то флюктуации размером менее L_D затухают, даже если $n_e' < 0$,

$$L_D \approx \pi \left[\frac{T_e^2}{E_1} \frac{n_e'}{n_e} \tau_r D_a \right]^{1/2}. \quad (8.53)$$

Это выражение очень наглядно, неоднородности размера, меньшего L_D , рассасываются вследствие диффузии за время, меньшее ионизационного времени τ_r .

Выражение (8.53) получается в пределе очень интенсивной электронной теплопроводности, когда в (8.52) можно пренебречь членом $E_1^2 n_e / T_e^2 \tau_r$ по сравнению с $\lambda_e k^2$. Подставляя сюда $k = \pi / L_D$, получаем необходимое неравенство $(D/D_a) (T_e/E_1)^2 \gg 1$. Величина инкремента в этом пределе близка к той, которая записана в (8.48), т. е. $\gamma \approx \tau_r^{-1}$.

В результате развития неустойчивости с $k_y = 0$ плазма может перейти в контрагированное состояние. Рассмотрим качественно его структуру. Контрагированным называется такое неоднородное состояние, когда плазма отрывается от стенок и сосредоточивается в более или менее узком слое, через который протекает ток. Шнур тока, внутри которого n_e и T_e постоянны, отделяется от бесштоковой зоны узкой переходной областью — фронтом. В [63] развита общая теоретическая картина одномерной контракции. Используем ее для рассматриваемой задачи. Разряд поддерживается в длинном тонком слое с размерами $l \ll L_D$, $L \gg L_D$ (рис. 8.25). Плазма контрагируется вдоль большого размера L . Что же касается малого размера, то вдоль него плазма однородна — в этом направлении идет основной отвод тепла из газа и выходит излучение.

Обсудим контрагированное состояние в рассматриваемом случае сильной электронной теплопроводности. Она сглаживает неоднородности температуры так, что в первом приближении можно считать температуру в шнуре и в переходной области к неионизованному газу постоянной. Решение, контрагированное по оси x , имеет вид, представленный на рис. 8.26. Размер переходной области определяется размером критической флюктуации L_D (более узким фронт быть не может) [63]. Шнур, не связанный со стенками, может существовать, если поток диффузии $D_a dn_e/dx$ на стенку равен нулю. Следовательно, эффект диффузии должен быть уравновешен объемной ионизацией — рекомбинацией. Такое распределение потока j представлено на рис. 8.26, б. Плотность электронов в шнуре соответствует верхней ветви кривой $n_e(T_e)$ (рис. 8.24) так, что в шнуре реализуется устойчивая неравновесная плазма. Основной объем шнура пространственно однороден и в нем $j = 0$. Как следует из рис. 8.26, именно знакопеременность потока j позволяет сформировать фронт. В части фронта, непосредственно прилегающей к шнуру, происходит ионизация $j > 0$. Диффузион-

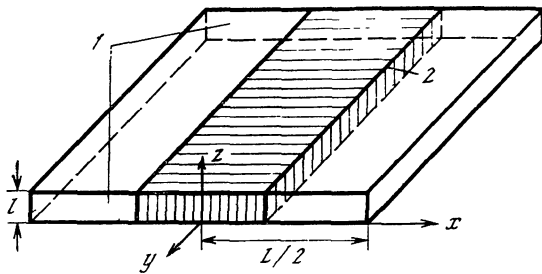


Рис. 8.25. Геометрия разряда [63]

1 — электроды, 2 — токовый шнур контрагированного разряда

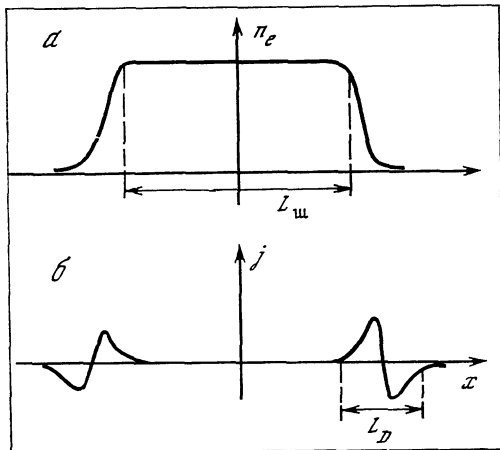


Рис. 8.26. Распределение плотности электронов n_e (плотности тока) (а) и скорости ионизации — рекомбинации j (б) в контрагированном разряде [61]

ный пространственный поток переносит эти электроны в периферийную область фронта, где имеет место рекомбинация $j < 0$. Таким образом, все электроны, появившиеся в его прищуровой области, рекомбинируют в периферийной. Это означает, что³

$$\int_0^{n_e^+(T_e)} j(n_e, T_e) dn_e = 0. \quad (8.54)$$

³ Это условие также следует из уравнения $D_a d^2 n_e / dx^2 = j$ и граничных условий, которые описывают фронт

$$\int_0^{n_e^+(T_e)} j(n_e, T_e) dn_e = \frac{1}{2} D_a \left(\frac{dn_e}{dx} \right)^2 \Big|_{x_2}^{x_1} = 0,$$

где x_1, x_2 — границы фронта.

Уравнение (8.54) определяет единственное значение T_e^* , при котором возможна контракция, и, следовательно, единственное значение напряженности поля $(\mathcal{E}^*)^2 = 3m^2v^2T_e^*/(Me^2)$. Эта величина автоматически устанавливается при сжатии разряда. Определив T_e^* , \mathcal{E}^* и $n_e^+(T_e^*)$, находим плотность тока в шнуре $J^* = n_e^+(T_e^*) \cdot e^2 (\mathcal{E}^*)^2 / (mv)$, которая называется нормальной плотностью тока.

Следует отметить, что наряду с рассмотренным решением — широким токовым шнуром — система стационарных уравнений (8.49) допускает и другие неоднородные решения [62]. Одним из них является, например, узкая область пониженной плотности тока, окруженная однородным разрядом. Подобная ситуация характерна для условий перехода от однородного разряда к контрагированному.

В зависимости от того, в каком режиме горит распределенный разряд, контрагированное состояние может быть реализовано либо при увеличении тока I , либо при его уменьшении. Если распределенный разряд соответствует ветви $n^+(T_e)$, то при уменьшении I (увеличении R_6) плотность тока $J = I/s$ (s — площадь электродов) достигает значения $J_c = n_c e^2 \mathcal{E} / (mv)$, где n_c — граничное стабильное значение n_e (рис. 8.24). Состояния с $J < J_c$ находятся на падающем участке вольт-амперной характеристики и неустойчивы. Неоднородные флюктуации расслаивают разряд на токовые шнуры. Состояния со многими шнурами неустойчивы [64]. Тогда плазма перейдет в состояние с однородным шнуром с нормальной плотностью тока J^* , что возможно при единственном значении напряженности поля \mathcal{E}^* . Размер шнура $L_{ш}$ определяется током $I = J^* s L_{ш} / L$ и уменьшается, если далее уменьшать I . При этом плотность тока в шнуре остается постоянной.

Контракция, вызванная развитием ионизационной неустойчивости, наблюдалась в аргоне и гелии [65]. В аргоне при $p = 15$ мм рт. ст. в трубке радиуса $R = 1,5$ см реализовалась $T_e \simeq 1$ эВ. Время τ , составляло по оценкам 10^{-3} с. В области перехода в контрагированное состояние наблюдались пульсации напряжения с характерным временем, близким к τ .

Если вольт-амперная характеристика однородного разряда носит не S -образный, а N -образный характер, то развитие ионизационной неустойчивости приводит не к контракции плазмы, а к ее расслоению поперек поля — к образованию страт. Возникновение страт явилось, по сути дела, проявлением неустойчивости низкотемпературной плазмы, обнаруженным еще в прошлом столетии. В [58, 59] и рассмотрены явления, связанные со стратификацией разрядов.

8.5.2. Перегревная неустойчивость электронного газа

Перегревная неустойчивость вызывается неустойчивостью баланса энергии электронов. По-видимому, впервые перегревная неустойчивость низкотемпературной плазмы обсуждалась в [66]. В зависимости от особенностей теплообмена электронов с газом и стен-

ками, от характера потерь энергии на возбуждение и ионизацию перегретая неустойчивость может развиваться по-разному. Однако основные закономерности можно проанализировать на следующем примере. Рассмотрим слабоионизованную плазму, в которой электроны нагреваются полем, а теряют энергию при упругих столкновениях с атомами. Будем считать скорости неупругих соударений столь большими, что концентрацию электронов можно определять по формуле Саха с T_e . Газ, получая энергию от электронов, отводит тепло к стенкам. Будем считать, что давление газа поддерживается постоянным (открытая система). Возникновение неустойчивости связано с нагревом газа (рост T), вызванным взаимодействием газа с электронами и приводящим к уменьшению его плотности, так как $n = p/T$. Уменьшение n в свою очередь приводит к росту T_e , поскольку уменьшается частота упругих столкновений. Рост T_e опять усиливает нагрев так, что процесс развивается лавинообразно.

Перегретая неустойчивость слабоионизованной плазмы подробно обсуждается в [67]. Развитие неустойчивости может привести к тепловой контракции газа. Это явление исследовано экспериментально и теоретически в [68], где отмечено, что, кроме уменьшения плотности рассеивателей вследствие теплового расширения газа, важную роль может играть изменение роли кулоновских столкновений с ионами в суммарной частоте столкновений. В [63, 69] построена теория одномерной контракции. Была отмечена аналогия явлений в плазме и полупроводниках. Одномерная контракция наблюдалась в [69].

Состояние рассматриваемой плазмы описывается уравнениями баланса энергии электронного газа и газа атомов, уравнением Саха, уравнениями Максвелла и условием постоянства давления

$$\sigma \mathcal{E}^2 = Q_{el} + E_1 \frac{dn_e}{dt} - \nabla(\lambda_e \nabla T_e), \quad n_e = n_e^0(T_e), \quad (8.55)$$

$$Q_{el} = A(T - T_w), \quad p = nT, \quad \mathbf{J} = \sigma \mathbf{E}, \quad \operatorname{div} \mathbf{J} = 0, \quad \operatorname{rot} \mathbf{E} = 0.$$

В балансе энергии газа коэффициент A введен для описания теплоотдачи от атомов к стенке, T_w — температура стенки.

Как и в предыдущем разделе, проведем линейный анализ системы (8.55) на устойчивость относительно малых неоднородных возмущений типа $\delta T_e(\mathbf{r}, t) = \delta T_e \exp(ik\mathbf{r} + \gamma t)$. Зависимости ряда величин от плотности частиц газа обусловлены зависимостями частот столкновений от плотности. Поэтому они имеют следующий вид: $\sigma \sim n^{-1}$, $Q_{el} \sim n$, $\lambda_e \sim n^{-1}$, $A \sim n^{-1}$. Для простоты полагаем $E_1 \gg T_e$. Поэтому, в частности, $dn_e/dt = (E_1/2T_e^2)n_e dT_e/dt$. Вычисления полностью подобны тем, которые проведены при получении выражения (8.52). В итоге для инкремента неустойчивости γ имеем

$$\frac{E_1^2}{2T_e^2} n_e \gamma = - \frac{E_1}{T_e} \frac{n_e}{\tau_{el}} \frac{k_n^2}{k^2} + \frac{n_e}{\tau_{el}} \frac{E_1}{3T_e} - k^2 \lambda_e, \quad (8.56)$$

где обозначены те же, что и в (8.52).

Отсюда следует, что максимальный инкремент соответствует условию $k_y = 0$, т. е. разбиению плазмы на нити тока. При полном токе $I = \text{const}$ это может привести к контракции плазмы. При $k_y = 0$ наименьший размер нарастающих флюктуаций

$$L_T = \pi[\tau_{ei}D(3T_e/2E_1)]^{1/2}. \quad (8.57)$$

Неоднородности меньшего размера рассасываются электронной теплопроводностью за время $\sim \tau_{ei}(T_e/E_1)$. Множитель T_e/E_1 обусловлен тем, что тепло затрачивается не столько на нагрев соб-

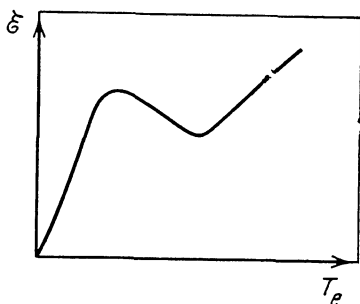


Рис. 8.27. Зависимость напряженности поля от температуры электронов при наличии неустойчивости однородного состояния

ственно электронов, сколько на создание ионизации, по величине соответствующей T_e . Характерное время развития неустойчивости имеет порядок $\tau_{ei}(E_1/T_e)$.

Вольт-амперная характеристика однородного состояния $I(\mathcal{E})$ имеет характерный S-образный вид. Он обусловлен наличием падающего участка на зависимости $\mathcal{E}(T_e)$, представленной на рис. 8.27. При сильном нагреве газа, когда температура T намного превышает T_w , с увеличением \mathcal{E} температура электронов падает в соответствии с соотношением, которое легко получить из (8.55):

$$\mathcal{E}^2 = \frac{1}{4} A p q \sqrt{m T_e} e^2 n_e^0(T_e), \quad (8.58)$$

где q — сечение рассеяния электронов на атомах.

В [63, 70] детально исследовано контрагированное одномерное решение. Температуры в шнуре соответствуют устойчивым значениям на высокотемпературной ветви кривой $\mathcal{E}(T_e)$ (см. рис. 8.27). Переходная область формируется электронной теплопроводностью так, чтобы поток тепла непосредственно от электронов к стенкам отсутствовал — разряд не связан непосредственно со стенками. Толщина переходной области порядка L_T .

Выше был рассмотрен лишь один из путей развития тепловой неустойчивости и возникновения контрагированного состояния. Обе неустойчивости могут быть тесно связаны между собой, а контракция может вызываться иными физическими причинами, приводящими к таким сильнонелинейным зависимостям параметров плазмы, которые делают плазму неустойчивой. Кроме того, отметим, что в физике газового разряда под контракцией часто понимают любое значительное «обострение» распределения концентрации или температуры электронов по радиусу разряда. Подробное обсуждение этих вопросов представляет собой самостоятельную задачу и не является нашей целью.

НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ КИНЕТИКИ МОЛЕКУЛЯРНОЙ ПЛАЗМЫ

Кинетика в неравновесной молекулярной или атомно-молекулярной плазме усложнена многообразием возможных элементарных процессов — возбуждения и девозбуждения вращений, колебаний, электронных состояний, процессов, приводящих к ионизации и рекомбинации, ионной конверсии и т. д. Число исследований неравновесной молекулярной плазмы в настоящее время резко возрастает в значительной мере благодаря широким возможностям создания активных молекулярных сред для газовых лазеров. Тем не менее еще нельзя считать, что основные вопросы кинетики неравновесной молекулярной плазмы решены. Но в широком круге явлений уже достигнута известная ясность. В данной главе рассматривается ряд вопросов из этого круга явлений.

В разд. 9.1 рассмотрен баланс энергии электронов в условиях, когда интенсивно возбуждаются колебания и вращения молекул. Обладая малыми порогами возбуждения, эти процессы в широком диапазоне условий, по сути дела, определяют возможности нагрева электронного газа. В разд. 9.2 рассмотрено влияние возбуждения колебаний на функцию распределения электронов по энергиям. При больших интенсивностях возбуждения колебаний важными становятся характеристики подсистемы колебательных состояний. В разд. 9.3 рассматриваются распределение молекул по колебательным уровням и баланс энергии колебаний. В разд. 9.4 — рекомбинация в молекулярной среде. Взаимодействия возбужденных атомов с молекулами, приводящие к изменению вращательных и колебательных состояний, могут во много раз увеличить скорость рекомбинации. В разд. 9.5 рассмотрены баланс энергии электронов и рекомбинация в атомно-молекулярной плазме, в наиболее изученной смеси азота и цезия. Диссоциативная рекомбинация и ассоциативная ионизация были рассмотрены в гл. 6.

9.1. Баланс энергии электронов

Особенности баланса энергии электронов в молекулярных газах обусловлены потерями энергии при неупругих процессах, имеющих малые значения пороговых энергий и значительные величины эффективных сечений. Это относится к возбуждению вращательных и колебательных состояний. Благодаря малым значениям пороговых энергий вращения и колебания возбуждаются уже при небольших значениях средней энергии электронов. При этом

в отличие от упругих столкновений, характеризующихся малой эффективностью энергообмена $\delta = 2m/M$, при каждом акте возбуждения колебаний или вращений электрон теряет энергию, равную колебательному или вращательному кванту. Это делает очень важными вопросы, связанные с обменом энергией между электронами и молекулами с возбужденными колебаниями и вращениями.

Первая, но уже систематическая информация о потерях энергии в молекулярном газе была получена еще Таунсендом и его сотрудниками при обработке результатов дрейфовых экспериментов. Элементарные соображения позволяют выразить величину $\delta_{эф}$ (долю энергии электрона, теряемую при единичном столкновении) через измеряемые величины — скорость дрейфа w в поле \mathcal{E} и коэффициент диффузии D . В самом деле, средняя энергия, теряе-

Таблица 9.1. Значения $\delta_{эф} (\mathcal{E}/p)$ — доли энергии, теряемой электроном при одном столкновении с молекулой

| \mathcal{E}/p В/(см·мм рт. ст.) | $\delta_{эф} \cdot 10^4$ | | | |
|--------------------------------------|--------------------------|------|-------|------|
| | H_2 | | N_2 | |
| | 1 | 2 | 1 | 2 |
| 0,1 | 10,6 | 13,1 | 3,11 | 3,84 |
| 0,2 | 16,0 | 19,9 | 3,07 | 3,78 |
| 0,3 | 18,1 | 22,3 | 2,90 | 3,58 |
| 0,4 | 18,2 | 22,5 | 3,03 | 3,74 |
| 0,5 | 18,6 | 23,0 | 3,10 | 3,83 |
| 0,6 | 19,2 | 23,7 | 3,23 | 4,05 |
| 0,7 | 19,1 | 23,6 | 3,52 | 4,35 |
| 0,8 | 18,9 | 23,4 | 3,86 | 4,76 |
| 0,9 | 18,8 | 23,2 | 4,20 | 5,18 |
| 1,0 | 19,3 | 23,8 | 4,52 | 5,58 |
| 1,2 | 19,9 | 24,5 | 5,27 | 6,51 |
| 1,5 | 22,1 | 27,3 | 6,73 | 8,32 |
| 1,8 | 24,5 | 30,3 | 8,20 | 10,1 |
| 2,0 | 25,2 | 31,1 | 9,05 | 11,2 |
| 3 | 30,6 | 37,8 | 14,5 | 18,0 |
| 4 | 35,8 | 44,2 | 20,6 | 25,4 |
| 5 | 41,4 | 51,0 | 26,9 | 33,2 |
| 10 | 61,3 | 75,6 | 66,9 | 82,6 |
| 15 | 81,0 | 100 | 114 | 141 |
| 20 | 111 | 138 | 166 | 205 |

Примечание. Значения 1 получены в предположении максвелловского распределения электронов по энергии, 2 — в предположении дройвестейновского распределения.

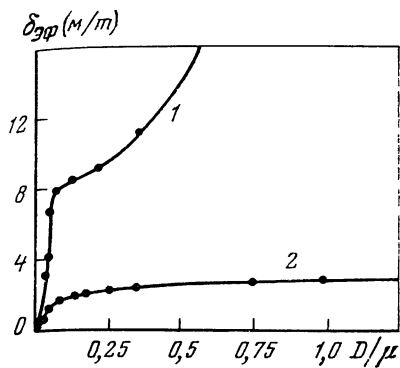


Рис 9.1. Произведение фактора потерь энергии на отношение масс $\delta_{эф}(M/m)$ при столкновениях электронов в водороде (1) и гелии (2) в зависимости от средней энергии $\bar{\epsilon} \approx eD/\mu$ [3]

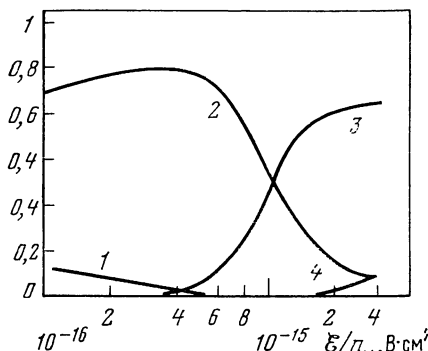


Рис. 9.2. Доля энергии, передаваемая электронами в плазме азота на возбуждение вращений (1), колебаний (2), электронных состояний (3) и на ионизацию (4) [5]

мая при одном столкновении, равна $mw^2/2$, а средняя энергия электрона $\bar{\epsilon} = eD\mathcal{E}/w$. Тогда

$$\delta_{эф} = \psi \frac{m}{e} \frac{w^3}{\mathcal{E}D}. \quad (9.1)$$

Величина $\delta_{эф}$ является функцией от \mathcal{E}/n_m (n_m — концентрация молекул), т. е. характеризует свойства данного молекулярного газа. Безразмерный коэффициент пропорциональности ψ в (9.1) зависит, но не очень значительно, от вида функции распределения электронов по энергии $f(\epsilon)$ и может быть вычислен [1]. В табл. 9.1 представлены данные, полученные в [2] на основе результатов дрейфовых экспериментов. На рис. 9.1 показаны зависимости $\delta_{эф}$ от eD/μ (μ — подвижность электрона), т. е. от средней энергии электронов $\bar{\epsilon}$ в водороде и гелии [3]¹. Из табл. 9.1 и рис. 9.1 следует, что потери энергии в молекулярных газах сильно превышают значения, соответствующие упругим столкновениям.

Большие успехи в расшифровке результатов дрейфовых экспериментов достигнуты в работах Фелпса и др. (см. [3, 4]). Была получена обширная информация о сечениях возбуждения вращательных, колебательных и электронных уровней молекул. Некоторые из этих результатов приведены в гл. 2. В настоящее время имеется большое число работ, в которых структура баланса энергии электронов в различных газах изучается на основе решения уравнения Больцмана с учетом упругих и неупругих столкновений (см. далее разд. 9.2). После того как функция распределения электронов по энергии $f(\epsilon)$ найдена, скорость обмена энергией

¹ Фактически на рис. 9.1 показаны не величины средних относительных потерь $\delta_{эф} = \Delta\epsilon/\epsilon$, а отношение средних величин $\Delta\epsilon/\bar{\epsilon}$. Эти два параметра заметно отличаются при малых \mathcal{E}/n_m , но затем сближаются.

при неупругих столкновениях между электронами и молекулами вычисляется как сумма вкладов переходов между всевозможными молекулярными состояниями

$$Q_{in} = n_e \sum_j n_j \sum_n (E_j - E_n) \int q_{jn}(\epsilon) \sqrt{2\epsilon/m} f(\epsilon) \sqrt{\epsilon} d\epsilon, \quad (9.2)$$

n_j — концентрация молекул на j -м уровне, E_j — энергия этого уровня, $q_{jn}(\epsilon)$ — эффективное сечение для перехода $j \rightarrow n$.

На рис. 9.2 показано распределение полной мощности $\sigma \mathcal{E}^2$, подводимой к электронному газу, между вращательными, колебательными и электронными степенями свободы [5]. Преобладающими являются потери энергии на возбуждение колебаний. Они доминируют, пока средняя энергия не повысится до уровня $\bar{\epsilon} \approx 3 \div 4$ эВ, при котором с большой эффективностью возбуждаются электронные состояния. Вращательные переходы в условиях рис. 9.2 мало заметны, поскольку при $\mathcal{E}/n_m = 10^{-16}$ В·см² величина $\bar{\epsilon}$ уже близка к 1 эВ, т. е. значительно превышает пороговую энергию возбуждения колебаний. Потери энергии на вращения преобладают при значительно меньших \mathcal{E}/n_m .

В [6, 7] предложен приближенный способ расчета распределения вводимой в разряд энергии по различным степеням свободы молекулы. Этот метод основан на том, что в широкой области параметров разряда значительная часть энергии электронов расходуется на возбуждение колебаний. Это позволяет не учитывать возбуждение электронных состояний и ионизацию молекул, а потери при упругих столкновениях учесть приближенно, пренебрегая зависимостью частоты $\nu(\epsilon)$ от энергии. В этом случае можно рассчитать баланс энергии, основываясь лишь на результатах дрейфовых экспериментов. Баланс энергии запишем в виде

$$en_e \mathcal{E} w / n_m = (Q_{el} + Q_r + Q_v) / n_m. \quad (9.3)$$

Здесь Q_{el} , Q_r , Q_v — потери энергии при упругих соударениях и при возбуждении вращений и колебаний. Учитывая сказанное выше о частоте $\nu(\epsilon)$, для Q_{el} имеем

$$Q_{el} / n_m = \delta e \mathcal{E} n_e \bar{\epsilon} / (n_m m w), \quad \bar{\epsilon} = 3eD / 2\mu, \quad (9.4)$$

где $\bar{\epsilon} \gg T$. Таким образом, Q_{el} вычисляется, если из эксперимента известна скорость дрейфа w .

Рассмотрим потери энергии, вызванные возбуждением вращений квадрупольных молекул, к числу которых относятся такие важные молекулы, как N_2 , H_2 и др. Заметим, что если такая молекула находится в j -м вращательном состоянии, то возможны лишь переходы с изменением вращательного момента $j \rightarrow j \pm 2$. Поэтому

$$Q_r = n_e \sum_j n_j B [(4j+6) q_{j,j+2}(\epsilon) - (4j-2) q_{j,j-2}(\epsilon)] \sqrt{2\epsilon/m}, \quad (9.5)$$

где n_j — концентрация молекул на j -м вращательном уровне, $q_{j,j \pm 2}(\epsilon)$ — сечение вращательных переходов, $B(4j+6)$ и

$B(4j - 2)$ — значения энергии, теряемой и приобретаемой электроном при переходах $j \rightarrow j \pm 2$. Усреднение в (9.5) должно проводиться по $f(\varepsilon)$.

Задача вычисления (9.5) упрощается, поскольку из формул, приведенных в гл. 2, следует, что при $j \gg 1$ и $\varepsilon \gg B_j$

$$q_{j, j \pm 2} = (8/15) \pi Q a_0^2 = q_0, \quad (9.6)$$

Q — квадрупольный момент молекулы в атомных единицах ea_0^2 (для азота $Q = 1,04$). Приближение (9.6) применимо, поскольку с учетом Больцмановской населенности n_j основной вклад в (9.5) дают вращательные моменты $j_{\max} \approx \sqrt{T/B} \gg 1$. Подставляя (9.6) в (9.5) и учитывая, что $\sqrt{2\varepsilon/m} \approx \sqrt{16\bar{\varepsilon}/(3\pi m)}$, получаем [8]

$$Q_r/n_m = n_e q_0 \sqrt{16\bar{\varepsilon}/(3\pi m)} 8B. \quad (9.7)$$

Выражения (9.3), (9.4) и (9.7) дают возможность определить величину потерь энергии на возбуждение колебаний Q_v и, следовательно, усредненную вероятность возбуждения колебательного уровня $P(\bar{\varepsilon})$

$$Q_v = n_e n_m \hbar \omega \sum_v v P_{0v}(\bar{\varepsilon}) \equiv n_e n_m \hbar \omega P(\bar{\varepsilon}), \quad (9.8)$$

$P_{0v}(\bar{\varepsilon})$ — усредненная по распределению $f(\varepsilon)$ вероятность колебательного перехода $0 \rightarrow v$ при столкновении с электроном

$$P_{0v}(\bar{\varepsilon}) = \int_{\hbar\omega}^{\infty} f(\varepsilon) \sqrt{\varepsilon} q_{0v}(\varepsilon) \sqrt{2\varepsilon/m} d\varepsilon. \quad (9.9)$$

Величина $P(\bar{\varepsilon})$ является средней вероятностью возбуждения колебательных уровней молекул при заданном распределении электронов по энергии. В табл. 9.2, заимствованной из [6], приведены значения $P(\bar{\varepsilon})$, полученные указанным способом для разных молекулярных газов. Использование этих результатов позволяет при различных значениях параметра \mathcal{E}/n_m определить потери энергии на возбуждение колебаний и оценить отрыв энергии электронов.

При больших значениях степени ионизации функция распределения становится близкой к максвелловской, и для Q_r и Q_v можно получить выражения, аналогичные выражению для Q_{el} (см. гл. 7). Исходя из (9.5),

$$Q_r = n_e n_m q_0 \sqrt{\frac{8T_e}{\pi m} \frac{8B}{T_e}} (T_e - T). \quad (9.10)$$

В этой формуле отношение $8B/T_e$ является фактором энергообмена, аналогичным фактору $\delta = 2m/M$ для Q_{el} (9.4).

Скорость обмена энергией между электронами и колебательно-возбужденными молекулами Q_v вычислена в [9, 10] при некоторых предположениях о зависимости вероятностей переходов от колебательных квантовых чисел. Показано, что в плазме газового

Таблица 9.2. Средняя вероятность возбуждения колебаний молекул электронным ударом $P(\bar{\varepsilon})$ в зависимости от параметра \mathcal{E}/n_M в различных газах [6]

| \mathcal{E}/P , В/(см·мм рт. ст.) | $(\mathcal{E}/n_M) \cdot 10^{16}$, В·см ² | $\omega \cdot 10^{-5}$, см/с | $\bar{\varepsilon}$, эВ | $P(\bar{\varepsilon}) \cdot 10^{10}$, см ² /с |
|--|--|----------------------------------|--------------------------|--|
| H ₂ | | | | |
| 0,3 | 0,091 | 6,0 | 0,13 | — |
| 1,0 | 0,30 | 9,5 | 0,32 | 0,21 |
| 3,0 | 0,91 | 18 | 0,64 | 2,2 |
| 10 | 3 | 37 | 1,5 | 2,5 |
| 30 | 9,1 | 100 | 3,8 | 6,6 |
| N ₂ | | | | |
| 0,1 | 0,03 | 3,09 | 0,13 | — |
| 0,6 | 0,18 | 5,9 | 0,67 | 0,22 |
| 2,0 | 0,61 | 12,5 | 1,2 | 2,3 |
| 10 | 3,0 | 42 | 1,8 | 43 |
| 30 | 9,1 | 95 | 2,6 | 290 |
| CO ₂ | | | | |
| 2,0 | 0,61 | 11 | — | — |
| 5,0 | 1,5 | 40 | 0,235 | 21 |
| 10 | 3,0 | 100 | 1,5 | 100 |
| 20 | 6,0 | 140 | 3 | 290 |
| 33 | 10,0 | 170 | 4,5 | 580 |
| 55 | 15,0 | 190 | 6,0 | 980 |

разряда потери энергии на возбуждение колебаний могут играть главную роль в балансе энергии электронов.⁴ Для многих молекул, таких, как H₂ и CO₂, вероятности одноквантовых переходов $P_{k, k+1}$ во много раз превосходят вероятности многоквантовых переходов $P_{k, k+n}$, $n \geq 2$. Поэтому последними можно пренебречь, а приняв для молекулы модель гармонического осциллятора, воспользоваться для $P_{k+1, k}$ соотношением $P_{k+1, k} = (k+1) P_{10}$. Тогда для Q_v можно записать

$$Q_v = n_e n_M \hbar \omega P_{01} \left(1 - \exp \frac{\hbar \omega}{T_v} \right) \sum_{k=0}^{\infty} (k+1) \exp \left(- \frac{k \hbar \omega}{T_v} \right) \times \\ \times \left\{ 1 - \exp \left[- \hbar \omega \left(\frac{1}{T_v} - \frac{1}{T_e} \right) \right] \right\}. \quad (9.11)$$

Здесь учтено, что колебательные уровни заселены в соответствии с колебательной температурой T_v , $n_k = n_M [1 - \exp(-\hbar \omega / T_v)] \times \exp(-k \hbar \omega / T_v)$, а также что вероятности возбуждения и тушения связаны соотношением детального баланса $P_{k, k+1} = P_{k+1, k} \times \exp(-\hbar \omega / T_e)$. Суммирование в (9.11) проводится с помощью формул $\sum_k e^{-k\theta} = (1 - e^{-\theta})^{-1}$, $\sum_k k e^{-k\theta} = -d(\sum_k e^{-k\theta})/d\theta$. В итоге

получаем

$$Q_v = n_e n_M \hbar \omega P_{10} [\exp(-\hbar \omega / T_e) - \exp(-\hbar \omega / T_v)] \times \\ \times [1 - \exp(-\hbar \omega / T_v)]^{-1}. \quad (9.12)$$

Если обе температуры T_e и T_v намного превосходят величину колебательного кванта, то из (9.12) получаем

$$Q_n = n_e n_M \hbar \omega P_{10} \frac{T_e - T_v}{T_e}. \quad (9.13)$$

Это выражение аналогично по форме записи потерям энергии при упругих столкновениях (7.30) при естественной замене фактора $\delta = 2m/M$ на $\hbar \omega / T_e$. Выражение (9.13) уже было записано при обсуждении влияния потерь Q_v на величину отрыва электронной температуры (см. гл. 4). Величина P_{10} обычно меняется в пределах $10^{-11} - 10^{-8}$ см³/с. Отсюда и следует, что при добавлении молекул в атомарный газ Q_v сопоставима с потерями при упругих столкновениях электронов с атомами при $n_M/n \approx 10^{-3} \ll 1$.

Для ряда молекул (N_2 , CO) взаимодействие с электроном носит резонансный характер. Резонансы возникают из-за захвата электрона молекулой с образованием нестабильного отрицательного иона, после распада которого молекула может остаться колебательно возбужденной. Если время жизни нестабильного состояния много больше периода колебаний, то «память» об исходном колебательном состоянии теряется и распад идет по любому каналу. Поэтому вероятности многоквантовых и одноквантовых переходов оказываются близкими. Предполагая, что $P_{n+k, n} \approx P_{10}$, т. е. вообще не зависит от k и n , можно получить выражение для Q_v , аналогичное (9.12).

$$Q_v = n_e n_M \hbar \omega P_{10} \left\{ \frac{\exp(-\hbar \omega / T_e)}{[1 - \exp(-\hbar \omega / T_e)]^2} - \frac{\exp(-\hbar \omega / T_v)}{[1 - \exp(-\hbar \omega / T_v)]^2} \right\}. \quad (9.14)$$

Это выражение использовано в ряде работ для расчета баланса энергии электронов в азоте и воздухе [10] (см. также разд. 9.5).

9.2. Функция распределения электронов по энергиям

Процессы возбуждения колебаний электронным ударом играют очень важную роль в плазме газовых лазеров. Этим объясняется повышенный интерес к функции распределения электронов по энергии в условиях, когда возбуждение колебаний в слабоионизованной плазме оказывает сильное воздействие на $f(\epsilon)$. Для этого должно выполняться следующее неравенство:

$$\frac{\hbar \omega}{\delta \epsilon} \frac{v_{01}(\epsilon)}{v(\epsilon)} \gg 1. \quad (9.15)$$

Здесь $v_{01}(\epsilon) = n_M \sqrt{2\epsilon/m} q_{01}(\epsilon)$ — частота возбуждения колеба-

ний $0 \rightarrow 1$ электронным ударом, $\nu(\varepsilon)$ — частота упругих соударений. Если неравенство (9.15) выполняется, то возбуждение колебаний оказывает существенное влияние на симметричную часть функции распределения. Обычно можно считать, что $\nu_{01}(\varepsilon) \ll \ll \nu(\varepsilon)$. Это означает, что неупругие столкновения не влияют на характер распределения электронов по импульсам. Тогда асимметричная часть функции распределения по-прежнему определяется выражением (7.14).

Кинетическое уравнение запишем, добавляя в (7.15) интеграл неупругих столкновений, описывающий колебательное возбуждение:

$$\frac{\partial}{\partial \varepsilon} \left\{ \delta \nu(\varepsilon) \varepsilon^{1/2} \left(f + T \frac{\partial f}{\partial \varepsilon} \right) + \frac{2e^2 g^2}{3m\nu(\varepsilon)} \varepsilon^{1/2} \frac{\partial f}{\partial \varepsilon} \right\} + I_\nu(\varepsilon) = 0, \quad (9.16)$$

$$I_\nu(\varepsilon) = - \sum_{\nu' < \nu''} [\nu_{\nu'\nu''}(\varepsilon) f(\varepsilon) \sqrt{\varepsilon} - \nu_{\nu'\nu''}(\varepsilon + E_{\nu''} - E_{\nu'}) \sqrt{\varepsilon + E_{\nu''} - E_{\nu'}} f(\varepsilon + E_{\nu''} - E_{\nu'})].$$

Первая сумма в $I_\nu(\varepsilon)$ учитывает уход электронов из интервала энергии от ε до $\varepsilon + d\varepsilon$ в результате возбуждения $\varepsilon \rightarrow \varepsilon - (E_{\nu''} - E_{\nu'})$, вторая — приход электронов в этот интервал энергии в результате актов возбуждения, совершенных более быстрыми электронами: $\varepsilon + (E_{\nu''} - E_{\nu'}) \rightarrow \varepsilon$. Условие $\nu' < \nu''$ означает пренебрежение обратными процессами, поскольку колебательная температура считается много меньше средней энергии электронов. Уравнение (9.16), а также более сложные уравнения с учетом ударов второго рода, межэлектронных столкновений, возбуждения электронных состояний и т. п. решались рядом авторов численно в широком диапазоне условий [5, 11—17].

Рассмотрим сначала простейший предельный случай, допускающий простое решение. Ограничимся учетом переходов $0 \rightarrow 1$ и будем интересоваться большими энергиями $\varepsilon \gg \hbar\omega$. Последнее позволяет в интеграле столкновений провести разложение по малому параметру $\hbar\omega/\varepsilon$ и привести интеграл столкновений I_ν к диффузионному виду

$$I_\nu = -\nu_{01}(\varepsilon) f(\varepsilon) \sqrt{\varepsilon} + \nu_{01}(\varepsilon + \hbar\omega) \sqrt{\varepsilon + \hbar\omega} f(\varepsilon + \hbar\omega) \approx \approx \hbar\omega d [\sqrt{\varepsilon} \nu_{01}(\varepsilon) f(\varepsilon)]/d\varepsilon. \quad (9.17)$$

Правая часть выражения (9.17) содержит лишь член, описывающий «динамическое трение», а член с коэффициентом диффузии отсутствует. Это обусловлено тем, что удары второго рода в (9.17) не учитываются — колебательное возбуждение снимается не электронами, а атомами газа.

Подставляя (9.17) в (9.16) и считая при этом газ холодным, пренебрегаем членом, пропорциональным T . Получаем уравнение, решение которого напоминает (7.111):

$$f(\varepsilon) = c \exp \left[- \int_0^\varepsilon \frac{3\delta m \nu^2(\varepsilon')}{2\varepsilon^2 g^2} d\varepsilon' \left(1 + \frac{\hbar\omega}{\varepsilon'} \frac{\nu_{01}(\varepsilon')}{\nu(\varepsilon')} \right) \right]. \quad (9.18)$$

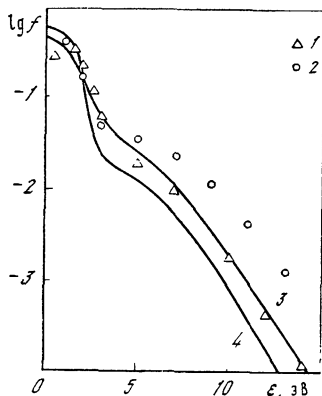
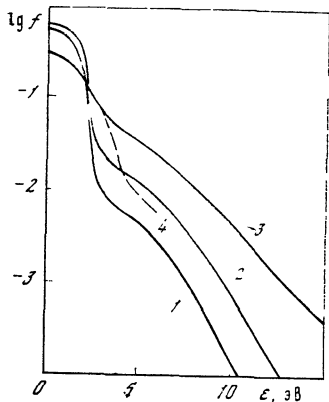


Рис. 9.3. Функция распределения электронов в азоте [16] ($T_v = 0$)

1 — $\mathcal{E}/n_M = 6 \cdot 10^{-16}$ В·см², $\bar{\varepsilon} = 1,3$ эВ; 2 — $9 \cdot 10^{-16}$, 2,1; 3 — $1,2 \cdot 10^{-15}$, 3,0 [16]; 4 — $\mathcal{E}/n_M = 8 \cdot 10^{-16}$ В·см², $\bar{\varepsilon} = 2$ эВ [15]

Рис. 9.4. Функция распределения электронов в азоте

Эксперимент: 1 — $\mathcal{E}/n_M = 8,5 \cdot 10^{-16}$ В·см², $T_v = 0,7$ эВ [18]; 2 — $8,5 \cdot 10^{-16}$, $T_v = T$ [19].
Расчет по [16]: 3 — $\mathcal{E}/n_M = 8,4 \cdot 10^{-16}$ В·см², $T_v = 0,7$ эВ; 4 — $9 \cdot 10^{-16}$, $T_v = 0$

Отсюда следует, что при $v_{j0} = 0$ электроны нагреваются полем до $T_{эф} = 2e^2\mathcal{E}^2/(3\delta m v)$ (полагаем для простоты, что частота $\nu(\varepsilon)$ не зависит от ε). При наличии потерь на возбуждение $T_{эф}$ уменьшается:

$$T_{эф} = [2e^2\mathcal{E}^2/(3\delta m v)] [1 + \hbar\omega v_{01}/(\delta\varepsilon v)]^{-1}. \quad (9.19)$$

Этот результат соответствует выводам предыдущего раздела. Отсюда следует, что если параметр (9.15) близок к единице, то при $\varepsilon \gtrsim \hbar\omega$ функция распределения должна в молекулярном газе спадать заметно быстрее, чем в атомарном.

На рис. 9.3 приведены результаты численного решения уравнения Больцмана в азоте [16]. При малых \mathcal{E}/n_M , что соответствует и меньшим $\bar{\varepsilon}$, $f(\varepsilon)$ резко спадает вблизи $\varepsilon_1 \approx 1,7$ эВ. Это значение энергии, по сути дела, является пороговым для возбуждения колебаний. Оно существенно больше величины кванта $\hbar\omega$ ($\hbar\omega \approx 0,3$ эВ), что связано с особенностью зависимости сечения q_{01} от ε при резонансном механизме возбуждения колебаний (см. гл. 2). Далее в интервале энергии от $\varepsilon_2 \approx 3,5$ эВ до $\varepsilon_3 \approx 7$ эВ $f(\varepsilon)$ убывает с ростом ε медленнее. Это объясняется тем, что при $\varepsilon_2 \gtrsim 3,5$ эВ электроны не возбуждают колебания молекул азота (см. гл. 2, где представлены сечения возбуждения). При $\varepsilon \gtrsim \varepsilon_3$ функция распределения быстро спадает, поскольку энергия электронов теряется на возбуждение электронных состояний молекул. Эти особенности поведения $f(\varepsilon)$ прослеживаются в результатах ряда экспериментальных работ [18, 22].

С ростом \mathcal{E}/n_m , т. е. с ростом $\bar{\epsilon}$, $f(\epsilon)$ становится более плавной функцией ϵ , и, когда $\bar{\epsilon}$ приближается к наибольшей пороговой энергии ϵ_3 , $f(\epsilon)$ сглаживается. Эта закономерность носит общий характер и при больших \mathcal{E}/n_m имеет место и в атомарных газах (см. подразд. 7.4.1). На рис. 9.4 проведено сопоставление расчетной функции распределения с экспериментальными данными [18, 19]. При сравнении с расчетной $f(\epsilon)$ в [16] учитывалось, что в экспериментальных условиях [18] населенности нижней группы колебательных уровней могли быть описаны введением колебательной температуры $T_v = 0,7$ эВ. В целом совпадение результатов расчета с экспериментом является вполне удовлетворительным. Следует отметить, что данные [19] несколько завышены в области больших ϵ , поскольку в отличие от [18] в [19] не была проведена коррекция второй производной зондового тока на величину ионной составляющей.

В работах [13, 15] получены сравнительно простые аналитические выражения для $f(\epsilon)$ в молекулярном газе. Основное внимание уделено влиянию на $f(\epsilon)$ столкновений с молекулами, приводящих к возбуждению колебательных уровней из основного состояния. В [15] учитывались также встречные процессы девозбуждения, при этом распределение молекул по колебательным уровням принималось больцмановским при T_v . Было сделано, однако, довольно сильное упрощающее предположение — не учитывались переходы между колебательно-возбужденными состояниями. Если пренебречь также интегралами упругих столкновений электронов с атомами, межэлектронных столкновений и столкновений, приводящих к возбуждению вращений, то кинетическое уравнение приобретает вид

$$\frac{\partial}{\partial \epsilon} \left[\frac{2e^2 \mathcal{E}^2}{3m\nu(\epsilon)} \epsilon^{1/2} \frac{\partial f}{\partial \epsilon} \right] + I_v(\epsilon) = 0, \quad (9.20)$$

$$I_v(\epsilon) = \sum_v \left[-\nu_{0v}(\epsilon) f(\epsilon) \sqrt{\epsilon} + \nu_{0v}(\epsilon + E_v) f(\epsilon + E_v) \sqrt{\epsilon + E_v} - \right. \\ \left. - \nu_{v0}(\epsilon) f(\epsilon) \sqrt{\epsilon} + \nu_{v0}(\epsilon - E_v) f(\epsilon - E_v) \sqrt{\epsilon - E_v} \right].$$

В отличие от (9.16) в (9.20) учтены столкновения как первого, так и второго родов, происходящие с частотами ν_{0v} и ν_{v0} , E_v — энергия уровня v .

Исходя из рассмотрения особенностей взаимодействия электрона с молекулой, весь диапазон ϵ был разбит на четыре области. В первой, заключенной в интервале энергии от 0 до порога возбуждения ϵ_1 , отличны от нуля лишь члены $I_v(\epsilon)$, играющие роль источников электронов. Источники расположены на расстоянии $\hbar\omega$ друг от друга, почти равномерно покрывая всю первую область. Это связано с тем, что для таких молекул как N_2 , CO сечения одноквантовых и многоквантовых переходов близки и при этом отличны от нуля лишь в интервале энергии $\epsilon_1 \leq \epsilon \leq \epsilon_2$. Запишем [15] формальное решение уравнения (9.20), считая для простоты

транспортное сечение q , входящее в $\nu(\epsilon)$, не зависящим от ϵ ,

$$f(\epsilon) = c_0 + \frac{3\sqrt{m}q}{\sqrt{2}e^2\sigma^2} \int_0^\epsilon \frac{d\epsilon'}{\epsilon'} \int_0^{\epsilon'} I_\nu(\epsilon'') d\epsilon'' \quad (9.21)$$

Источник $I_\nu(\epsilon'')$ входит под знак двойного интегрирования. Поэтому вид решения $f(\epsilon)$ слабочувствителен к тонким деталям поведения $I_\nu(\epsilon)$ в этой области. Полагая I_ν константой, получаем решение в виде

$$f(\epsilon) = c_0 + c_1\epsilon, \quad 0 \leq \epsilon \leq \epsilon_1. \quad (9.22)$$

Вторая область соответствует $\epsilon_1 \leq \epsilon \leq \epsilon_2$. Электроны этих энергий интенсивно возбуждают колебания, и, как следует из (9.18) и результатов, представленных на рис. 9.3 и 9.4, $f(\epsilon)$ в этой области резко падает с ростом ϵ . Аппроксимируем $f(\epsilon)$ выражением

$$f(\epsilon) = c_2 + c_3 \exp[-\lambda(\epsilon - \epsilon_1)], \quad \epsilon_1 \leq \epsilon \leq \epsilon_2, \quad (9.23)$$

содержащим пока неопределенный параметр λ .

Третья область соответствует $\epsilon_2 \leq \epsilon \leq \epsilon_3$, где ϵ_3 — порог возбуждения электронных состояний. В этой области $I_\nu = 0$, и уравнение (9.20) имеет следующее решение:

$$f(\epsilon) = c_4 + c_5 \ln \epsilon, \quad \epsilon_2 \leq \epsilon \leq \epsilon_3. \quad (9.24)$$

В четвертой области, $\epsilon \geq \epsilon_3$, действует «сток» электронов, обусловленный возбуждением электронных состояний и ионизацией. Как и в подразд. 7.2.3, он описывается интегралом столкновений $I(\epsilon) = -\nu_{1\Sigma}(\epsilon) f(\epsilon) \sqrt{\epsilon}$. Решение уравнения Больцмана в этой области может быть записано в квазиклассическом приближении. Для упрощения выкладок применим более грубое приближение бесконечно мощного стока (см. подразд. 7.2.3). Тогда при отыскании решения при $\epsilon \leq \epsilon_3$ можно принять $f(\epsilon_3) = 0$.

Как и в подразд. 7.2.2 константы c_i ($i = 1-5$) определяются в процессе сшивки решений, полученных в различных областях, константа c_0 — из условия нормировки $f(\epsilon)$

$$\begin{aligned} f(\epsilon) &= c_0 (1 + A\epsilon), \quad 0 \leq \epsilon \leq \epsilon_1, \\ f(\epsilon) &= c_0 \{1 + A\epsilon_1 + A/\lambda - (A/\lambda) \exp[-\lambda(\epsilon - \epsilon_1)]\}, \\ \epsilon_1 &\leq \epsilon \leq \epsilon_2, \\ f(\epsilon) &= c_0 \{1 + A[\epsilon_1 + 1/\lambda - (1/\lambda) \exp[-\lambda(\epsilon_2 - \epsilon_1)]] + \\ &+ \epsilon_2 \ln(\epsilon/\epsilon_2) \exp[-\lambda(\epsilon_2 - \epsilon_1)]\}, \quad \epsilon_2 \leq \epsilon \leq \epsilon_3, \end{aligned} \quad (9.25)$$

где $A = -\{\epsilon_1 + 1/\lambda - (1/\lambda) \exp[-\lambda(\epsilon_2 - \epsilon_1)] + \epsilon_2 \ln(\epsilon_3/\epsilon_2) \exp[-\lambda(\epsilon_2 - \epsilon_1)]\}^{-1}$. Для определения параметра $1/\lambda$, который для интервала энергии $\epsilon_1 \leq \epsilon \leq \epsilon_2$ представляет эффективную температуру, в [15] используется уравнение баланса энергии электронов

$$\sigma^2 = \epsilon_2 n_e \nu_{1\Sigma} + Q_\nu. \quad (9.26)$$

Функции $\sigma(\lambda)$ и $\nu_{1\Sigma}(\lambda)$ легко вычисляются по формулам (7.27)

и (7.73). Потери энергии на возбуждение колебаний довольно просто записываются в том случае, если $T_v = 0$ и можно пренебречь ударами второго рода. Тогда

$$Q_v = n_e n_M \int_{\varepsilon_1}^{\varepsilon_2} f(\varepsilon) \left[\sum_v E_v \nu_{0v}(\varepsilon) \sqrt{2\varepsilon/m} \right] \sqrt{\varepsilon} d\varepsilon. \quad (9.27)$$

Функция $\sum_v E_v \nu_{0v}$ определяется сечениями возбуждения [колебательных уровней, представленными в гл. 2 для азота. Укажем также, что для азота $\varepsilon_1 = 1,7$, $\varepsilon_2 = 3,5$, $\varepsilon_3 = 6,7$ эВ.

Вычисления, проведенные в [13, 15] для азота, показывают, что, несмотря на ряд допущений, выражения (9.25) неплохо передают основные качественные закономерности изменения $f(\varepsilon)$. На рис. 9.4 приведено сопоставление приближенной функции распределения (пунктир) с результатами более точных численных расчетов.

В заключение этого раздела заметим, что если плазму можно считать сильноионизованной ($\delta v(\varepsilon) \ll \nu_e(\varepsilon)$), то критериальное неравенство (9.15) следует заменить на следующее:

$$\frac{\hbar\omega}{\varepsilon} \frac{\nu_{01}(\varepsilon)}{\nu_e(\varepsilon)} \gg 1, \quad (9.28)$$

где $\nu_e(\varepsilon)$ — частота межэлектронных столкновений (см. (7.33)). При достаточно больших n_e/n_M имеет место максвелловское распределение электронов по энергиям.

9.3. Распределение молекул по колебательным уровням²

В неравновесной плазме распределение молекул по вращательным колебательным и электронным состояниям определяется совокупностью столкновительных и радиационных процессов.

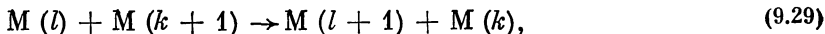
Энергетический интервал между соседними вращательными уровнями молекул обычно мал по сравнению со средней энергией поступательного движения. Обмен энергией между вращательным и поступательным движениями происходит весьма быстро. Поэтому распределение молекул по вращательным уровням близко к равновесному с температурой поступательного движения T .

Колебательные кванты молекул в сотни раз больше вращательных и при умеренных температурах превышают среднюю энергию поступательного движения тяжелых частиц. Обмен колебательной и поступательной энергией (для краткости VT-обмен) затруднен. Это связано с малостью периода колебаний молекулы $2\pi/\omega$ по сравнению с τ — временем взаимодействия сталкивающихся частиц. Поэтому сечение VT-обмена оказывается адиабатически малым $q \sim \exp(-\omega\tau)$ [23]. Отметим, что с ростом колеба-

² Этот раздел написан А. А. Ликальтером.

тельного квантового числа, т. е. по мере уменьшения колебательного кванта, скорость VT-обмена существенно возрастает.

Важную роль в формировании распределения молекул по колебательным уровням играет обмен колебательными квантами (для краткости, колебательный, или VV-обмен), под которым понимается процесс



где $M(l)$ — молекула с колебательным квантовым числом l (рис. 9.5). Этот процесс (если учесть ангармоничность колебаний) сопровождается превращением лишь небольшой части колебательной энергии в поступательную (или обратно). Поэтому он идет с большой скоростью даже при низких температурах.

Вероятность радиационных переходов между колебательными уровнями разных электронных термов может быть весьма большой. К тому же электронно-колебательные полосы почти не реабсорбируются. Поэтому этот процесс может существенно влиять на распределение молекул по колебательным уровням возбужденных электронных термов. Радиационные переходы между колебательными состояниями одного и того же электронного терма (VR-переходы на рис. 9.5) имеют значительно меньшую вероятность (а для симметричных молекул вообще запрещены). Поэтому VR-переходы оказывают слабое влияние на колебательное распределение основного электронного терма.

Колебания молекул эффективно возбуждаются электронными ударами (EV-переходы). Этот процесс особенно важен, если температура электронов T_e значительно превышает T . В этом случае колебания молекул могут быть сильно возбуждены, другими словами, значительно заселяется большое число колебательных уровней.

Энергия электронного возбуждения молекул имеет тот же порядок величины, что и энергия возбуждения атомов (как правило, несколько эВ). Поэтому доля молекул в возбужденных электронных состояниях невелика даже в равновесных условиях. В нерав-

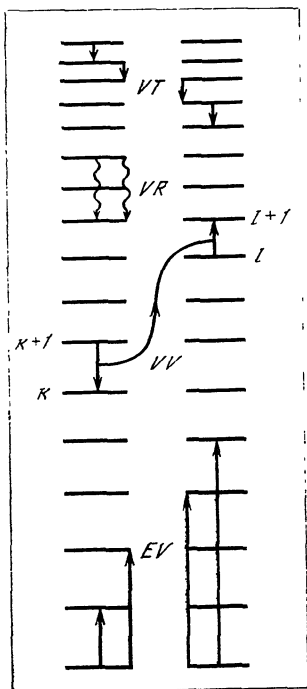


Рис. 9.5. Схема колебательных уровней двухатомной молекулы и основных элементарных процессов

EV — возбуждение электронным ударом, VV — колебательный обмен (дугой показана передача возбуждения от одной молекулы к другой), VR — радиационные процессы, VT — колебательно-поступательный обмен.

Встречные процессы не показаны

новесной молекулярной плазме она еще меньше вследствие радиационных переходов и различных процессов дезактивации. В силу этого при изучении распределения молекул по колебательным уровням можно отвлечься от существования возбужденных электронных состояний.

Обратимся к более подробному анализу распределения молекул по колебательным уровням основного электронного терма. Для начала сопоставим характеристики скоростей различных процессов. Столкновительные процессы описываются коэффициентами скорости $\bar{q}v$, где q — сечение процесса, v — относительная скорость сталкивающихся частиц. Усреднение проводится по функции распределения по скоростям (в литературе для $\bar{q}v$ используется также термин «константа скорости»). Сравним для примера скорости различных процессов в молекулярном азоте. Коэффициент скорости VV-обмена имеет при комнатных температурах величину примерно $5 \cdot 10^{-13}$ см³/с [24], причем температурная зависимость сравнительно слабая. Коэффициент скорости VT-обмена, напротив, очень сильно растет с температурой. Для нижних колебательных уровней при 2000 К он достигает примерно 10^{-15} см³/с, а при температуре 4000—5000 К имеет уже такой же порядок, как коэффициент скорости VV-обмена [6]. Коэффициент скорости возбуждения колебательных уровней электронами (EV-процесс) при $T_e \sim \sim 1$ эВ имеет величину около $3 \cdot 10^{-9}$ см³/с [12]. Нетрудно оценить, используя приведенные коэффициенты, что при $n_e/n_{N_2} \lesssim 10^{-5}$ и $T \lesssim 2000$ —3000 К VV-обмен протекает быстрее других процессов.

9.3.1. Квазиравновесие.

Структура колебательного распределения

В атомарной плазме обмен энергией при столкновениях электрона с тяжелой частицей затруднен и, наоборот, весьма эффективен при межэлектронных столкновениях. В результате электронный газ образует квазизамкнутую систему с равновесным распределением по энергиям, температура которой определяется балансом энергии электронного газа. Аналогичная ситуация возникает при рассмотрении распределения по колебательным состояниям (VT-обмен затруднен, а VV-обмен весьма эффективен). Возникает распределение по колебательным состояниям, известное как квазиравновесное, или распределение Тринора [25]. Если молекулу можно представить как гармонический осциллятор, то обмен квантами идет без дефекта энергии, а распределение Тринора совпадает с больцмановским при некоторой колебательной температуре. Ангармонизм приводит к несохранению энергии колебаний при обмене квантами, что ограничивает обсуждаемую аналогию.

Приведем вывод распределения Тринора. Сохраняющейся величиной при VV-обмене является не энергия колебаний, а лишь число квантов. Действительно, появление молекулы на уровне с колебательным квантовым числом ν можно рассматривать как

рождение ν -квантов. Очевидно, что при VV-обмене (9.29) сохраняется полное число квантов сталкивающихся молекул, т. е. $(l) + (k + 1) = (l + 1) + (k)$.

Предположим, что колебательный обмен является доминирующим процессом на всех колебательных уровнях (в дальнейшем учитывается, что для группы самых верхних уровней это предположение фактически не выполняется). Тогда произвольное начальное распределение с течением времени стремится к квазиравновесию, при котором каждый процесс обмена квантами уравнивается встречным [26],

$$Q_{l, l+1}^{k+1, k} n_l n_{k+1} - Q_{l+1, l}^{k, k+1} n_{l+1} n_k = 0, \quad (9.30)$$

где $Q_{l, l+1}^{k+1, k}$ — коэффициент скорости колебательного обмена, n_l — населенность колебательного уровня. Решением (9.30) должно быть, в частности, равновесное больцмановское распределение. Легко видеть вместе с тем, что больцмановское распределение, умноженное на экспоненциальную функцию колебательного числа, также будет решением (9.30). Это и есть распределение Тринора

$$n_\nu = n_0 \exp(\gamma\nu - E_\nu/T), \quad (9.31)$$

где E_ν — энергия возбуждения уровня ν , T — температура газа, γ — произвольный параметр. Подставим в (9.31) выражение для спектра ангармонического осциллятора

$$E_\nu = \hbar\omega\nu - x\hbar\omega\nu^2. \quad (9.32)$$

Здесь $\hbar\omega$ — наибольший колебательный квант, x — постоянная ангармонизма. Тогда квазиравновесное распределение запишется в виде

$$n_\nu = n_0 \exp(-2b\alpha\nu + b\nu^2), \quad (9.33)$$

где n_0 — населенность основного колебательного уровня, введены безразмерные параметры $b = x\hbar\omega/T$ и α (замещающий γ). Параметр α легко связать с температурой заселения первого уровня T_ν . Приравнявая значение распределения (9.33) при $\nu = 1$ величине $n_0 \exp(-E_1/T_\nu)$, получаем

$$\alpha = T/2xT_\nu + 1/2. \quad (9.34)$$

Для молекул азота $\hbar\omega = 2330 \text{ см}^{-1}$, $x\hbar\omega = 14,5 \text{ см}^{-1}$. При $T = 300 \text{ К}$ и $T_\nu = 1000 \text{ К}$ имеем $b = 0,07$ и $\alpha = 24$, а при $T_\nu = 3000 \text{ К}$ получаем $\alpha \simeq 8$. При малых ν распределение Тринора экспоненциально убывает. В области $\nu \ll \alpha$ оно мало отличается от больцмановского с эффективной колебательной температурой, равной температуре заселения первого уровня. Однако при $\nu = \alpha$ распределение (9.33) проходит через минимум (рис. 9.6, б). Это связано с тем, что ангармонический сдвиг энергии, пропорциональный ν^2 , приводит к увеличению населенности высоких уровней.

В приведенном выводе предполагалось, что обмен квантами является доминирующим процессом при всех колебательных чис-

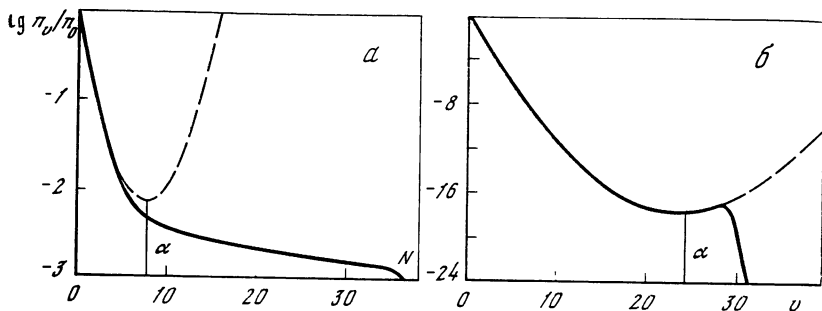


Рис. 9.6. Распределение молекул по колебательным уровням
 Штрихи — распределение Тринора для слабого (б) и сильного (а) возбуждения

лах. Но на верхних колебательных уровнях, где квант $\hbar\omega_v = E_{v+1} - E_v$ существенно уменьшается, резко возрастает скорость VT-обмена. Фактически на верхних уровнях главную роль играет именно VT-обмен, устанавливающий здесь больцмановское распределение при температуре газа. При этом вид колебательного распределения в целом существенно зависит от величины эффективной колебательной температуры.

Рассмотрим случай низкой колебательной температуры (или, иначе, случай слабого возбуждения) [27]. Под «низкой» будем понимать колебательную температуру, при которой населенность высоких колебательных уровней настолько мала, что выполняется неравенство

$$Q_{v+1,v}^{0,1} n_0 \gg Q_{v+1,v}^{v-1,v} n_v. \quad (9.35)$$

Если условие (9.35) выполнено, то основным процессом (самым быстрым) является обмен квантами с молекулами на наиболее населенных нижних колебательных уровнях. Во всей области колебательных чисел, где этот процесс доминирует, устанавливается квазиравновесное распределение. В этой области, очевидно, никак не сказывается наличие больцмановской части распределения (на верхних уровнях). Действительно, колебательный обмен с больцмановской частью несуществен, если выполнено (9.35).

Переход к больцмановской части распределения происходит области больших колебательных чисел, при которых наиболее быстрым процессом становится VT-обмен. Как уже отмечалось выше, с увеличением v коэффициент скорости VT-обмена $P_{v+1,v}$ быстро возрастает (рис. 9.7). Одновременно разность колебательных квантов $\hbar\omega - \hbar\omega_v$ увеличивается, тем самым возрастает величина колебательной энергии, которая переходит в поступательную (или наоборот) при VV-обмене. В соответствии с этим величина $Q_{v+1,v}^{0,1}$ быстро падает с увеличением v (см. рис. 9.7, где изображена константа обратного процесса). Резкое изменение коэф-

коэффициентов скорости $\mathcal{P}_{v+1, v}$ и $Q_{v+1, v}^{0,1}$ приводит к тому, что переход от триноровского распределения к больцмановскому происходит в узкой области, в которой частоты VV- и VT-обмена сравнимы. Общий вид колебательного распределения в случае слабого возбуждения показан на рис. 9.6, б.

Резко отличается от рассмотренного выше случай высокой колебательной температуры (иначе, случай сильного возбуждения), когда неравенство (9.35) меняется на противоположное. Последнее означает, что основным процессом является квазирезонансный колебательный обмен, связывающий молекулы на уровнях с близкими колебательными числами. Посредством квазирезонансного VV-обмена влияние больцмановской части распределения распространяется, вообще говоря, на всю область колебательных чисел. В этом и состоит главное отличие случая сильного возбуждения. При этом само существование больцмановской части распределения приводит к отличию распределения от триноровского даже в той области, где VV-обмен является доминирующим процессом.

9.3.2. Стационарное распределение в случае сильного возбуждения

Аналитическая теория колебательного распределения в случае сильного возбуждения была предложена в [28] и получила дальнейшее развитие в [29—37].

Рассмотрим общую картину элементарных процессов (рис. 9.5). Возбуждение колебаний электронным ударом (EV) происходит главным образом в области малых колебательных чисел. Диссипация колебательной энергии осуществляется путем VT-обмена, который эффективен при больших значениях v . В результате вдоль оси колебательных чисел возникает поток энергии (колебательных квантов). Основным механизмом переноса колебательных квантов является VV-обмен. Сущность этого процесса состоит в следующем. Пусть первая молекула совершает переход $k + 1 \rightarrow k$, а вторая — $l \rightarrow l + 1$. Тогда молекулы, населяющие состояния k и $k + 1$, теряют, а молекулы, населяющие l и $l + 1$, приобретают один колебательный квант. Тем самым колебательный квант как бы совершает пробег $l - k$. Можно говорить также о пробеге возбуждения. Запишем выражение для потока колебательных квантов (потока возбуждений) через сечение оси колебательных чисел в точ-

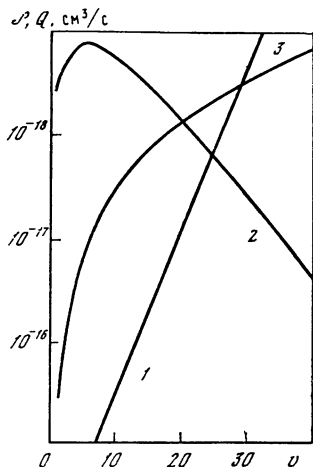


Рис. 9.7. Коэффициент скорости VT- и VV-обмена для N_2 ($T = 500$ K) [24]

1—3 — $\mathcal{P}_{v, v-1}$; $Q_{v-1, v}^{1,0} \cdot 10^{-3}$ и $Q_{v, v-1}^{0,0} \cdot 10^{-6}$ соответственно

$$P_v = \sum_{k < v} \sum_{l \geq v} Q_{l, l+1}^{k+1, k} \left[n_l n_{k+1} - n_{l+1} n_k \exp \left(- \frac{\hbar \omega_k - \hbar \omega_l}{T} \right) \right], \quad (9.36)$$

где $\hbar \omega_l$ — текущая величина колебательного кванта ($\hbar \omega_l = E_{l+1} - E_l = \hbar \omega - 2x \hbar \omega_l$). Каждый член суммы — разность числа прямых и обратных процессов, т. е. равен результирующему числу возбуждений, передаваемых с некоторого перехода, лежащего ниже сечения v , на какой-либо переход, лежащий выше v . Суммирование распространяется на все такие переходы. При квазиравновесии каждый член суммы и все выражение (9.36), разумеется, обращаются в нуль.

Представим коэффициент скорости VV-обмена в следующем виде:

$$Q_{l, l+1}^{k+1, k} = Q (l+1) (k+1) \exp [-\Delta(l-k)], \quad (9.37)$$

где Q и Δ — параметры, определяемые из эксперимента. Для N_2 , например, при $T = 300$ К $Q = 5 \cdot 10^{-13}$ см³/с и $\Delta = 0,4$ [24]. Множители $(l+1)$ и $(k+1)$ дают такую же зависимость коэффициента скорости от колебательных чисел, как для гармонических осцилляторов. Экспонента описывает зависимость скорости VV-обмена от разности квантов, пропорциональной $l-k$, т. е. учитывает ангармоничность. Для симметричных молекул (например, для N_2), не имеющих дипольного момента, представление (9.37) следует из теории элементарных процессов (см. [27]). В других случаях (например, для CO) (9.37) можно рассматривать как аппроксимационную зависимость.

Экспоненциальное убывание скорости VV-обмена с ростом пробега возбуждения $l-k$ позволяет ввести средний пробег возбуждения, который, очевидно, пропорционален $1/\Delta$. Для медленно спадающих распределений, характерная длина изменения которых на оси v много больше среднего пробега возбуждений, поток возбуждений имеет диффузионный характер. Тогда выражение (9.36) можно преобразовать к дифференциальной форме. Для этого представим отношение населенностей соседних уровней в виде $n_{l+1}/n_l = \exp(\ln n_{l+1} - \ln n_l)$, а разность логарифмов заменим на логарифмическую производную. Тогда $n_{l+1} n_k / n_l n_{k+1} \simeq \exp[(l-k) d^2 \ln n / dv^2]$. С помощью этого соотношения выражение в скобках в (9.36) записывается в виде $n_l n_{k+1} \{1 - \exp[(l-k) \times (-2b + d^2 \ln n / dv^2)]\}$. Разложим входящую сюда экспоненту и вынесем медленно меняющиеся по сравнению с $\exp[-\Delta(l-k)]$ множители за знаки суммы в (9.36). Оставшаяся сумма

$$\sum_{k < v} \sum_{l \geq v} (l-k) \exp[-\Delta(l-k)] \simeq 2/\Delta^3.$$

В результате получаем [28, 31]

$$P_v = \frac{2Q}{\Delta^3} v^2 n_v^2 [2b - d^2 \ln n_v / dv^2]. \quad (9.38)$$

Как и следовало ожидать, поток возбуждений обращается в нуль для квазиравновесного распределения (9.33).

Остановимся на области применимости (9.38). Средний пробег возбуждения должен быть значительно меньше характерной длины изменения населенности $|d \ln n_v/dv| (1/\Delta) \ll 1$. Вторым условием является малость дефекта энергии VV-обмена (на среднем пробеге) по сравнению с температурой газа, использованная при разложении экспоненты, т. е. $2b (1/\Delta) \ll 1$. Это является аналогом малости энергетического интервала между уровнями по сравнению с температурой для уравнения Фоккера — Планка (см. гл. 5). Наконец, дифференциальное представление применимо, вообще говоря, только вдали от границ, в частности, должно быть $v \gg 1/\Delta$. Если некоторые из этих уравнений не выполнены, требуется специальное рассмотрение (см. [32—34]).

В области колебательных чисел $v < N$, где доминирует VV-обмен (величина N определяется далее), в первом приближении поток возбуждений постоянен и равен суммарной накачке. Уравнение (9.38) представляет уравнение для колебательного распределения. Граничное условие состоит в том, что при больших v распределение должно убывать, как больцмановское. Вторым условием является нормировка распределения.

Там, где величина Π мала по сравнению с каждым из членов, образующих разность в правой части (9.38), решение этого уравнения мало отличается от (9.33). Но с ростом v наличие потока становится определяющим фактором. Легко видеть, что существует решение уравнения (9.38), имеющее в области больших v вид

$$n_v = c/v. \quad (9.39)$$

Действительно, подстановка (9.39) в (9.38) показывает, что это решение удовлетворяет уравнению при $2bv^2 \gg 1$, когда логарифмической производной в (9.38) можно пренебречь. Детальный анализ уравнения (9.38) показывает, что его решение, имеющее при промежуточных колебательных числах вид (9.39), гладко переходит в больцмановскую часть распределения на границе области, где доминирует VT-обмен. Коэффициент пропорциональности c в (9.39) можно определить, сшивая это выражение с (9.33) при $v \sim \alpha$. Более точное выражение найдено в [28]

$$n_v/n_0 = (\alpha/v) \exp(-b\alpha^2 - 1/2), \quad v > \alpha. \quad (9.40)$$

Медленно меняющуюся часть колебательного распределения ($\sim 1/v$) называют «плато».

Переход от плато к больцмановской части распределения происходит в области колебательных чисел, при которых частота VT-обмена становится больше частоты квазирезонансного VV-обмена. Вследствие сильной зависимости коэффициента скорости VT-обмена от колебательного числа переходная область узкая. Положение N (точки перехода) можно найти по формуле [29]

$$N = \frac{1}{\Delta} \ln \frac{2\tilde{Q}\alpha n_\alpha \Delta}{\mathcal{P}_{10} n_M}, \quad (9.41)$$

где \mathcal{P}_{10} — коэффициент скорости VT-обмена, $\tilde{Q} = 4bQ/\Delta^3$.

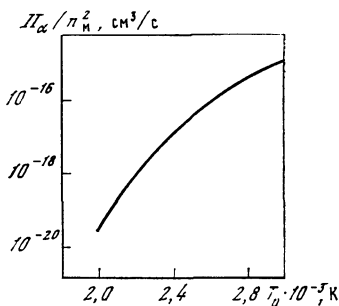
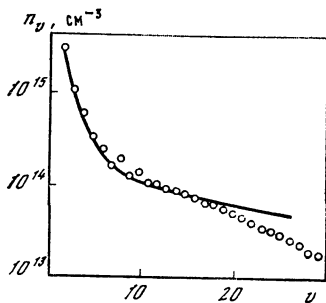


Рис. 9.8. Экспериментальные [41] (точк) и теоретические (линия) значения колебательного распределения CO

Рис. 9.9 Величина потока возбуждений в N_2 при $T = 300$ К в зависимости от колебательной температуры

Таким образом, в случае сильного возбуждения колебательное распределение состоит из трех частей (см. рис. 9.6, а) — спадающей ветви триноровского распределения (9.33) при $v < \alpha$, плато (9.40) при $\alpha < v < N$ и больцмановской части при $v > N$. По мере понижения T_v длина плато ($N - \alpha$) уменьшается вплоть до исчезновения. При этом колебательное распределение принимает вид, характерный для случая слабого возбуждения.

Экспериментальное распределение молекул CO (в тлеющем электрическом разряде) по колебательным уровням, отвечающее случаю сильного возбуждения, показано на рис. 9.8. Некоторое отличие экспериментального распределения от теоретического в области плато связано с влиянием диффузии и тушения возбужденных молекул на стенках.

Остановимся на некоторых физических следствиях существования плато. Наличие большого числа молекул на высоких колебательных уровнях создает возможность быстрого протекания диссоциации. В возбужденном азоте диссоциация идет с высокой скоростью. Так, экспериментальные данные [38] показывают, что в тлеющем разряде в N_2 на диссоциацию может идти 20% вложенной энергии.

В физике газоразрядной плазмы важную роль может играть ассоциативная ионизация с участием колебательно-возбужденных молекул. Наличие плато интенсифицирует этот процесс. Анализ экспериментальных данных [39] показывает, что он может давать главный вклад в ионизацию в тлеющем разряде в азоте. Этот механизм ионизации привлекается для объяснения неустойчивости самостоятельного разряда в [40].

Существование плато в колебательном распределении молекул CO в тлеющем разряде тесно связано с механизмом работы СО-лазера. Теория распределений с плато имеет прямое приложение в теории СО-лазера [42].

9.3.3. Баланс колебательной энергии

Выше отмечалось, что колебания молекул при определенных условиях образуют квазизамкнутую подсистему, обмен энергией внутри которой происходит гораздо быстрее обмена энергией с другими степенями свободы. Параметром колебательного распределения является эффективная колебательная температура T_v . Величина T_v определяется балансом колебательной энергии, в который в общем случае дают вклад EV- и VT-обмен, спонтанное излучение (VR) и диффузионный уход возбужденных молекул на стенку.

Получим сначала выражение величины потока возбуждений через параметр α . Подстановка (9.40) в (9.38) дает

$$P = \tilde{Q} n_0^2 \alpha^2 \exp(-2b\alpha^2 - 1), \quad (9.42)$$

где α связано с колебательной и газовой температурами согласно (9.34). Выше принималось, что P не зависит от колебательного числа. Однако при всех колебательных числах действуют положительные и отрицательные источники квантов, связанные с упомянутыми процессами возбуждения и тушения колебаний. При этом P становится функцией колебательного числа. Более подробное рассмотрение, однако, показывает [32], что формула (9.42) для потока возбуждений остается справедливой (с точностью до множителя порядка единицы), причем (9.42) дает величину потока P_α при $v \sim \alpha$. Универсальная зависимость P_α от колебательной температуры позволяет находить последнюю из баланса колебательной энергии или числа квантов q_T в триноровской области $v < \alpha$, не рассматривая явно процессы при $v > \alpha$. Число квантов $q_T = \sum_{v < \alpha} v n_v$ связано с T_v приближенным соотношением (получаемым при замене триноровского распределения больцмановским)

$$q_T \simeq n_m [\exp(\hbar\omega/T_v) - 1]^{-1}. \quad (9.43)$$

Уравнение для q_T имеет вид

$$\frac{dq_T}{dt} = W - W' - P_\alpha, \quad (9.44)$$

где W — суммарная накачка (EV-обмен), W' — сток квантов при $v < \alpha$ (VR- и VT-обмен и диффузия), P_α — поток возбуждений из триноровской области. Накачка связана в основном с возбуждением нижних уровней. Поэтому можно использовать формулу для потерь энергии электронов Q_v (см. разд. 9.1), полученную в случае больцмановского распределения по колебательным уровням с T_v . Величины W и Q_v связаны приближенно соотношением $Q_v \simeq \hbar\omega W$. Сток квантов W' можно вычислить по формуле

$$W' \simeq q_T (A_{10} + \psi^{\mathcal{P}} n_m + 1/\tau_D). \quad (9.45)$$

Здесь A_{10} — вероятность излучения на переходе $1 \rightarrow 0$. Второй член учитывает VT-тушение (если $T_v \gg T$, обратный процесс

можно не учитывать); ψ — множитель порядка единицы, зависящий от параметра Δ , определяющего скорость VT-обмена [43]. Член q_T/τ_D учитывает диффузию колебательно-возбужденных молекул, τ_D — характерное время диффузии. Данные по вероятностям процессов для многих молекул можно найти, например, в [6].

В случае стационарной диссоциации к P_α надо добавить αj_α где j_α — поток молекул, непосредственно связанный со скоростью этого процесса.

Уравнение баланса квантов (9.45) позволяет определить колебательную температуру. Наиболее сильно зависит от T_v величина потока возбуждений P_α . На рис. 9.9 приведен график функции $P_\alpha(T_v)$ для N_2 при $T = 300$ K. В условиях, когда существенную роль играют как процессы возбуждения колебаний электронами, так и удары второго рода, уравнение баланса энергии колебаний оказывается взаимосвязанным с уравнением баланса энергии электронов, обсуждаемым в разд. 9.1. Тогда значения T_v и T_e следует определять при их совместном решении.

В заключение кратко обсудим распределения по колебательным уровням трехатомных молекул (CO_2 , NO_2 и др.). Трехатомные молекулы имеют три основные частоты колебаний, соответствующие трем нормальным модам. Если частота одной колебательной моды значительно отличается от двух других и не находится с ними в резонансе, то эта мода может быть слабо связана с другими. Последнее означает, что обмен квантами данной моды (VV-обмен) происходит гораздо быстрее, чем обмен с другими модами (VV'-обмен). Этому условию удовлетворяет, например, соотношение частот VV- и VV'-обмена при комнатных температурах для антисимметричных колебаний CO_2 . Такая мода может рассматриваться как изолированная. Распределение молекул по колебательным числам изолированной моды (при равных нулю колебательных числах остальных мод) имеет такой же вид, как для двухатомных молекул. Диссипация квантов колебательной моды происходит путем размена на кванты других мод (VV'-обмен). Мода с самым малым квантом участвует в VT-обмене. Баланс числа квантов изолированной моды при сильном возбуждении можно записать аналогично (9.44) [31].

Колебательные моды с близкими частотами или с частотами, находящимися в резонансе, нельзя рассматривать изолированно. Таковы, например, связанные ферми-резонансом симметричные продольные и деформационные колебания молекул CO_2 . Квазиравновесное распределение молекул по уровням энергии, соответствующим различным квантовым числам связанных мод, характеризуется одной общей колебательной температурой. Это распределение может иметь довольно сложный вид [26], связанный с мультиплетной структурой колебательного спектра ферми-резонансных мод.

9.4. Электрон-ионная рекомбинация в молекулярных газах

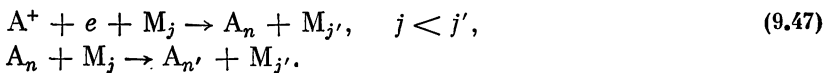
В гл. 6 отмечалось, что при достаточно высоких давлениях рекомбинация в атомарном газе может протекать в результате столкновений рекомбинирующей пары с нейтральными атомами



Электрон, отдавая избыточную энергию атому A , переходит в связанное с ионом состояние, в результате чего и протекает рекомбинация. Благодаря малой эффективности обмена энергией при взаимодействии электрона с тяжелой частицей скорость рекомбинации электрон — ион — атом невелика (коэффициент рекомбинации (6.31) пропорционален фактору $\delta = 2m/M$). В данном разделе рассматривается электрон-ионная рекомбинация в молекулярном газе. Эффективность энергообмена электрона с молекулами, благодаря возможности возбуждения вращательных и колебательных степеней свободы, велика (см. разд. 9.1). Поэтому коэффициенты рекомбинации при столкновениях трех частиц в молекулярной среде оказываются значительно более высокими, нежели в атомарном газе. Сначала рассмотрим рекомбинацию, сопровождающуюся возбуждением вращений молекул, а затем рекомбинацию, связанную с возбуждением колебаний. Покажем, что в слабоионизованном молекулярном газе эти механизмы рекомбинации являются основными.

9.4.1. Рекомбинация, сопровождающаяся возбуждением вращений молекул

Рассмотрим процесс рекомбинации и дальнейшей релаксации по возбужденным атомным состояниям, сопровождаемый актами возбуждения вращений:



Для простоты плазму будем считать изотермической $T = T_e$. Рекомбинация протекает интенсивно, например, при снятии сильного внешнего поля \mathcal{E} . Поэтому достаточно быстрые процессы энергообмена, рассмотренные выше, обычно успевают выровнять температуры компонент плазмы, прежде чем плазма рекомбинирует. В противном случае переход к $T \neq T_e$ проводится так же, как и в гл. 6 при совместном рассмотрении рекомбинации по схемам электрон — электрон — ион и электрон — ион — атом.

Температуру будем считать, с одной стороны, достаточно малой, чтобы узкое место в энергетическом спектре атома лежало в области высоковозбужденных состояний, где и происходили бы основные процессы. С другой стороны, $T \gg B$, где B — вращательная постоянная молекулы, мера вращательного кванта энергии. В этих условиях применимо диффузионное приближение, исполь-

зованное Питаевским для определения коэффициента рекомбинации (см. гл. 6). Коэффициент рекомбинации дается выражением

$$\alpha = \left[2(2\pi m T)^{3/2} n_M \int_0^\infty e^{-\frac{E}{T}} \frac{dE}{g(E) \nu(E)} \right]^{-1}, \quad (9.48)$$

а скорость рекомбинации $dn_e/dt = -\alpha n_e n_i n_M$. В (9.48) $D(E)$ — коэффициент диффузии в пространстве энергии, $g(E)$ — плотность энергетических состояний (5.23), $g(E) = Ry^{3/2} E^{-3/2}$.

Рассмотрим сначала случай молекул, не обладающих дипольным моментом [44] (см. также [45]). В разд. 9.1 отмечалось, что при столкновении с молекулой, находящейся в j -м состоянии, возможны лишь переходы с изменением вращательного момента j на $j \pm 2$. Поэтому

$$D(E) = \frac{1}{2} \sum_j n_j B^{2\nu} \overline{[(4j+6)^2 q_{j,j+2} + (4j-2)^2 q_{j,j-2}]}, \quad (9.49)$$

где приняты те же обозначения, что и при записи формулы (9.5). Усреднение в (9.49) проводится по функции распределения электронов в кулоновском поле иона в соответствии с (5.22).

Распределение молекул по вращательным уровням будем считать больцмановским

$$n_j = n_M (B/T) (2j+1) \exp[-j(j+1)B/T].$$

Так как мы предполагаем условие $T \gg B$ выполненным, то в (9.49) основную роль играют $j \gg 1$, и поэтому суммирование по j может быть заменено интегрированием. Основной вклад дают при этом $j_{\max} \approx \sqrt{2T/B}$. Отсюда следует, что потери энергии при одном столкновении электрона с молекулой приблизительно составляют $4Bj_{\max} = 2\sqrt{2BT}$. Это дает условие применимости диффузионного приближения

$$2\sqrt{2BT} \ll T. \quad (9.50)$$

Это условие позволяет, так же как и в разд. 9.1, воспользоваться формулой (9.6).

Производя подстановки в (9.49) и выполняя интегрирование, получаем

$$D(E) = 4q_Q B T n_M \bar{v}. \quad (9.51)$$

Усреднение скорости электрона по функции распределения электрона, связанного в поле иона, аналогично разд. 2.5

$$\bar{v} = \frac{8}{3}\pi \sqrt{2E/m}.$$

Подставляя полученные выражения в (9.49), получаем коэффициент рекомбинации в среде квадрупольных молекул [44]

$$\alpha_r = \frac{8\sqrt{2\pi}}{3} \frac{e^6 q_Q}{\sqrt{m}} \frac{B}{T^{3/2}} = \frac{8\sqrt{2\pi}}{3} \left(\frac{e^2}{T}\right)^3 \frac{B}{T} q_Q \sqrt{\frac{T}{m}}. \quad (9.52)$$

С точностью до численного множителя выражение для α_r может быть записано при использовании элементарной теории Томсона [46]

$$\alpha_r n_m = (4\pi/3) r_T^3 \delta_r \nu, \quad r_T = e^2/T, \quad (9.53)$$

где $\nu = n_m q_Q \sqrt{T/m}$ — частота столкновений электрона с молекулами, $\delta_r = B/T$ — фактор энергообмена (9.10).

Рекомбинирующий электрон при столкновениях с молекулами теряет энергию, не только возбуждая вращения, но и в упругом взаимодействии, т. е. по схеме (9.46). Сопоставим α_r (9.52) с коэффициентом рекомбинации α (6.31)

$$\frac{\alpha_r}{\alpha} = \frac{1}{2} \frac{q_Q}{q} \frac{B}{T\delta} \frac{T}{T_e}. \quad (9.54)$$

Здесь q — транспортное сечение рассеяния электрона на молекуле, $\delta = 2m/M$. Например, для молекулы азота $Q = 1,7$ а. е., $q \approx 10^{-16}$ см². Поэтому при $T = 0,1$ эВ рекомбинация, сопровождаемая возбуждением молекул, протекает более чем на порядок быстрее.

Перейдем к рассмотрению рекомбинации в среде дипольных молекул [47]. Характерной особенностью дипольных молекул являются большие значения сечений рассеяния электронов, обладающие сильной зависимостью от энергии электрона ε . Как следует из формул, приведенных в гл. 2, значения сечений возбуждения и дезактивации $j \rightarrow j \pm 1$ при больших j становятся близкими и равными

$$q_{j \rightarrow j \pm 1} \approx q_D \frac{Ry}{2\varepsilon} \ln \frac{2\varepsilon}{B_j}. \quad (9.55)$$

Здесь $q_D = (8\pi/3) D^2 a_0^2$, D — дипольный момент молекулы в атомных единицах. Правильное с точностью до численного множителя выражение для α_r можно получить с помощью томсоновской теории

$$\alpha_r \approx \left(\frac{\varepsilon^2}{T}\right)^3 \frac{B}{T} \left[\sqrt{\frac{T}{m}} q_{j \rightarrow j \pm 1}(T) \right] \approx \frac{e^6 q_D}{\sqrt{m}} \frac{B Ry}{T^{3/2}} \ln \left(2 \sqrt{\frac{T}{B}} \right). \quad (9.56)$$

Поскольку под логарифмом в (9.55) стоит большая величина, то значение j было заменено на $j_{\max} \approx \sqrt{T/B}$. Проводя вычисление α_r таким же образом, как это сделано в случае квадрупольных молекул, получаем [47]

$$\alpha_r = \frac{8\sqrt{2\pi}}{9} \frac{e^6 Ry q_D}{\sqrt{m}} \frac{B}{T^{3/2}} \ln \left(2 \sqrt{\frac{T}{B}} \right). \quad (9.57)$$

Предположим, что плазма содержит как молекулы, так и атомы с концентрациями n_m и n_a соответственно. Сопоставим скорость рекомбинации $\alpha_r n_e n_i n_m$ со скоростью рекомбинации по схеме

электрон — ион — атом $\alpha n_e n_i n_a$. Получаем

$$\frac{\alpha_r n_M}{\alpha n_a} = \frac{1}{3} \frac{B}{\delta T} \frac{Ry}{T} \frac{q_D}{q} \frac{n_M}{n_a} \ln \left(2 \sqrt{\frac{T}{B}} \right). \quad (9.58)$$

Отсюда следует, что, даже если $n_M/n_a \approx 10^{-3}$, роль молекул в увеличении скорости рекомбинации может быть значительна. Например, молекула воды ($D = 0,74$ а. е.) в качестве третьей частицы при рекомбинации на три порядка эффективнее атома инертного газа и на два порядка эффективнее квадрупольной молекулы азота.

9.4.2. Рекомбинация, сопровождающаяся возбуждением молекулярных колебаний

Рассмотрим диффузионное движение рекомбинирующего электрона (под действием столкновений с электронами или атомами), на которое накладываются переходы, вызванные возбуждением колебаний молекул. Поскольку, как правило, колебательный квант велик ($\hbar\omega \gtrsim T$), то диффузионное приближение непригодно для учета этих переходов. На рис. 9.10 схематично показаны возможные типы переходов, вызываемых возбуждением колебаний. Изображен случай, когда $\hbar\omega \gg T$. Обсудим роль тех или иных переходов, следуя работе [48].

Связанный электрон, диффундируя в результате столкновений, сопровождающихся малыми изменениями энергии, при переходе, обозначенном на рис. 9.10 цифрой 1, теряет очень большую энергию $\Delta E \gtrsim T$ и сразу оказывается в области, лежащей ниже узкого места, расположенного в области энергий связи, близких к T . Такие электроны, выбывая из диффузионного потока, быстро достигают основного состояния. Возможна и другая ситуация, когда свободный электрон захватывается ионом в результате возбуждения колебаний (процесс 3). Очевидно, что этот процесс при условии $\hbar\omega \gg T$ будет не столь заметно влиять на суммарную скорость рекомбинации. Дело в том, что частоты переходов 3 пропорциональны $\exp(-\hbar\omega/T)$, а эффективные сечения не столь сильно отличаются от сечений переходов слабосвязанного электрона в область больших энергий связи E . Частоты переходов 2 из непрерывного спектра в область, лежащую ниже узкого места, вообще говоря, не малы. Поэтому они дают вклад в рекомбинацию, которую можно назвать прямой рекомбинацией. Скорость прямой рекомбинации вычисляется отдельно и суммируется со скоростью ступенчатой рекомбинации. Что же касается 1 и 3, то они могут быть рассмотрены как стоки и источники в уравнении для распределения связанных электронов в энергетическом пространстве $n(E)$. Такой же способ учета совсем других процессов — диссоциативной рекомбинации и ассоциативной ионизации — был рассмотрен в гл. 5, так что между этими процессами имеется формальная аналогия.

Рассмотрим влияние переходов типа 1 (см. рис. 9.10) на рас-

пределение связанных электронов по энергии $n(E)$ и скорость рекомбинации. Электроны диффундируют в пространстве энергии под воздействием столкновений со свободными электронами или возбуждая вращения молекул. При этом часть электронов «сваливается» вниз по оси энергии в результате возбуждения колебаний. Поэтому к диффузионному уравнению, записанному в гл. 5, добавим сток, вызываемый возбуждением колебаний:

$$\frac{d}{dE} \left[D(E) \left(\frac{dn}{dE} - \frac{dn^0(E)}{dE} \frac{n}{n^0(E)} \right) \right] - F(E) n = 0. \quad (9.59)$$

Здесь $n^0(E)$ — равновесная концентрация (5.34), $D(E)$ — коэффициент диффузии. Для диффузии, вызываемой возбуждением вращений, $D(E) = 4q_0 B T n_m (8\pi/3) \sqrt{2E/m}$ (9.51). Функция $F(E)$ — вероятность возбуждения колебаний молекулы при столкновении с электроном, имеющим энергию связи E . Соответственно

$$F(E) = n_m \overline{q_v(v) v}, \quad (9.60)$$

где $q_v(v)$ — сечение возбуждения колебаний, $v(E)$ — скорость электрона в поле иона. Усреднение проводится по функции распределения электронов в поле иона

$$\begin{aligned} F(E) &= \frac{2n_m}{g(E)} \int \frac{dp dr}{2\pi\hbar^3} q_v(v) v \delta\left(\frac{e^2}{r} - E - \frac{mv^2}{2}\right) = \\ &= \frac{16\sqrt{2}E^{3/2}}{\pi} \frac{n_m}{\sqrt{m}} \int_0^\infty \frac{d\varepsilon \varepsilon q_v(\varepsilon)}{(E + \varepsilon)^4}. \end{aligned} \quad (9.61)$$

Поскольку пороговая энергия $\hbar\omega$ много больше тех значений E , для которых вычисляется $F(E)$, то приближенно

$$F(E) = \frac{8\sqrt{2}}{\pi} \left(\frac{E}{\hbar\omega}\right)^{3/2} n_m q_v \sqrt{\frac{\hbar\omega}{m}}, \quad (9.62)$$

где q_v — среднее значение сечения возбуждения.

Из рассмотрения уравнения (9.59) следует, во-первых, что параметром, определяющим эффективность возбуждения колебаний, является отношение

$$\gamma = \frac{F(T) T^2}{D(T)} = \frac{q_v}{q_0} \left(\frac{T}{\hbar\omega}\right)^3 \frac{\hbar\omega}{B} \frac{3}{4\pi^2}. \quad (9.63)$$

Этот параметр представляет произведение отношений сечений, факторов энергообмена и множителя $(T/\hbar\omega)^3$, учитывающего высокий порог возбуждения колебаний. Если $\gamma \approx 1$, то в районе узкого места переходы, вызываемые возбуждением колебаний, столь же заметны, как и переходы, обусловленные передачей энергии на вращения. Причем, поскольку $F(E) \sim E^{3/2}$, а $D(E) \sim E^{1/2}$, то с ростом E роль первых переходов резко возрастает, а вторыми в первом приближении можно пренебречь.

Уравнение (9.59) после перехода к переменным $y(E) = n(E)/$

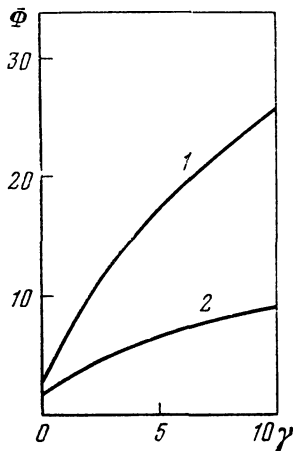
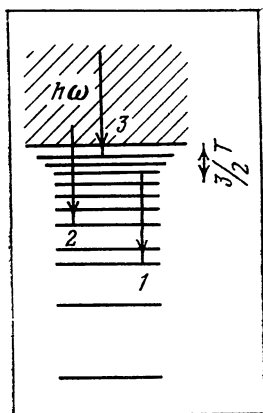


Рис. 9.10. Переходы рекомбинирующего электрона, вызываемые возбуждением колебаний молекулы для $\hbar\omega \gg T$

Рис. 9.11. Отношение коэффициента рекомбинации, вычисленного с учетом возбуждения колебаний, к коэффициенту рекомбинации, вычисленному без учета этого процесса [48]

1, 2 — параметр γ по (9.63) и (9.66) соответственно

$/n^0(E)$, $x = E/T$ может быть приведено к виду

$$\frac{d^2y}{dx^2} + \left(1 + \frac{2}{x}\right) \frac{dy}{dx} - \gamma x^2 y = 0. \quad (9.64)$$

Решение (9.64) в [48] позволило вычислить поток в энергетическом пространстве, т. е. скорость рекомбинации (процедура решения аналогична изложенной в гл. 6). В итоге

$$\alpha = \alpha_r \Phi(\gamma),$$

$$\Phi(\gamma) = 4\gamma \{4\gamma^{1/4} [\Gamma(3/4 + (16\gamma^{1/2})^{-1}) / \Gamma(1/4 + (16\gamma^{1/2})^{-1})] - 1\}^{-1} \quad (9.6)$$

(α_r дается формулой (9.52)), Γ — гамма-функция. Зависимость $\Phi(\gamma)$ представлена на рис. 9.11 (кривая 1). Используя эти данные, можно вычислить коэффициент рекомбинации. Например, в азоте при $T = 1000$ и 1500 К имеем соответственно $\gamma = 0,3$, $\Phi = 3,4$ и $\gamma = 1$, $\Phi = 7$ [48].

Молекулы могут быть добавкой к атомарному газу, и поэтому диффузионный поток может быть в основном обусловлен упругими столкновениями электрон—атом. Тогда параметром, аналогичным (9.63), является

$$\gamma = \frac{F(T) T^2}{D(T)} = \frac{3}{4} \left(\frac{T}{\hbar\omega}\right)^3 \frac{\hbar\omega}{\delta T} \frac{q_v}{q} \frac{n_m}{n_a}. \quad (9.66)$$

где $D(T)$ дается выражением (2.111). На рис. 9.11 приведена соответствующая зависимость $\Phi(\gamma)$ — отношение коэффициентов

рекомбинации — с молекулами и без молекул (линия 2). Как видно, значения $\Phi(\gamma)$ на линии 2 ниже, чем соответствующие 1. Это связано с тем, что с ростом E относительная роль переходов, вызываемых возбуждением колебаний, возрастает не столь резко, $D(E) \sim E^{3/2}$.

Если степень ионизации в плазме значительна, т. е.

$$\frac{n_e}{n_m} \frac{T}{B} \frac{e^4 \bar{\Lambda}}{T^2 q_Q} \gg 1, \quad \frac{n_e}{n_a} \frac{1}{\delta} \frac{e^4 \bar{\Lambda}}{T^2 q} \gg 1,$$

то диффузионный поток в пространстве энергии определяется столкновениями со свободными электронами. В этой ситуации параметром, аналогичным (9.63), является

$$\gamma = \frac{18\sqrt{2}}{\sqrt{\pi}} \frac{n_m}{n_e} \left(\frac{T_e}{\hbar\omega}\right)^3 \frac{\hbar\omega}{T_e} \frac{q_v T_e^2}{4\sqrt{2\pi} e^4 \bar{\Lambda}}, \quad (9.67)$$

где $\bar{\Lambda} = 0,2$ — кулоновский логарифм для неупругих столкновений (см. гл. 2). Если $\gamma \gg 1$, то роль молекул существенна. Если принять $T_e = 0,2$ эВ, $q_v = 10^{-16}$ см², $\hbar\omega/T_e = 10$, то $\gamma \gg 1$, лишь если $n_e/n_m \lesssim 10^{-4}$. При больших степенях ионизации влиянием столкновений с атомами и молекулами на скорость рекомбинации можно пренебречь.

Оценим теперь скорость прямой рекомбинации — процесс 2 на рис. 9.10. Желая получить оценку, воспользуемся томсоновским приближением (9.53). Поскольку рассматривается случай $T \ll \hbar\omega$, то томсоновский радиус $r_T = e^2/(\hbar\omega)$. В самом деле, электрон, попав в поле ядра ($-e^2/r$), должен набрать кинетическую энергию $mv^2/2 = \hbar\omega$, с тем чтобы отдать ее на возбуждение. Таким образом,

$$\alpha_{пр} = \frac{4\pi}{3} \left(\frac{e^2}{\hbar\omega}\right)^3 \frac{\hbar\omega}{T} q_v \sqrt{\frac{T}{m}}. \quad (9.68)$$

Отношение $\alpha_{пр}/\alpha_r = (q_v/q_Q) (\hbar\omega/B) (T/\hbar\omega)^3$, если α_r соответствует (9.52), является малой величиной.

Проведенное выше рассмотрение относилось к области низких температур. Если, наоборот, $\hbar\omega \lesssim T$, картина становится иной. Во-первых, нельзя пренебречь переходами типа 3 (см. рис. 9.10), поскольку фактор $\exp(-\hbar\omega/T)$ порядка единицы. Во-вторых, возможны переходы, вызванные возбуждением колебаний, которые не могли быть показаны на рис. 9.10. Ими являются переходы, возможные внутри области узкого места, если $\hbar\omega \lesssim T$. Рекомбинация в этих условиях рассмотрена в [49]. Конкретные вычисления проведены для молекулярного газа HCl, $\hbar\omega = 0,36$ эВ. Оказалось, что при степени ионизации $x = 10^{-4}$ и при $T_e < 0,1$ эВ доминирующей является чисто диффузионная рекомбинация электрон — электрон — ион. При $0,1$ эВ $< T_e < 0,33$ эВ наиболее существенным каналом является рекомбинация, обусловленная процессами типа 3. При этом с ростом T_e становятся также важными переходы внутри области узкого места. При $x = 10^{-3}$ конкуренцию диф-

фузионной рекомбинации могут составить только процессы типа 3. Однако для этого температура должна быть не очень мала, $T_e \gtrsim 0,25$ эВ.

9.4.3. Границы применимости.

Сопоставление с экспериментом

Диффузионное приближение хорошо применимо при сравнительно низких температурах (см. гл. 6). При высоких T оно приводит к завышенным значениям коэффициентов рекомбинации. Обсудим, следуя в основном [50], применимость диффузионного приближения в молекулярном газе.

Рекомбинация в молекулярном газе исследовалась численно в [51] с использованием системы уравнений баланса. Учитывались процессы упругого рассеяния связанного электрона на молекуле, а также возбуждение колебательных и вращательных уровней. Вычислены коэффициенты рекомбинации в среде молекул H_2 , N_2 , H_2O . На рис. 9.12 показаны результаты, полученные для H_2 . Обращают внимание большие величины коэффициентов рекомбинации. Так, при $n_m = 3 \cdot 10^{19}$ см $^{-3}$ в водороде $\alpha n_m = 8 \cdot 10^{-9}$ см 3 /с при $T = 2000$ К, в то время как в гелии при тех же условиях $\alpha n_a = 2 \cdot 10^{-11}$ см 3 /с [52]. Роль переходов, вызванных возбуждением вращений и колебаний, с ростом T усиливается, что качественно соответствует результатам, полученным в предыдущих разделах.

Численные результаты [51] показывают, что без учета возбуждения колебаний (т. е. когда основную роль играют возбуждения вращений) коэффициенты рекомбинации получаются значительно меньшими, чем величины α_r (9.52) и (9.57). Причина расхождения заключается в том, что характерные величины энергии, теряемой электроном при возбуждении вращений, оказываются меньше расстояний между атомными уровнями в области узкого места. Так, характерная энергия, теряемая электроном при возбуждении вращений квадрупольной молекулы, составляет $4Bj_{\max} \approx 2\sqrt{2BT}$. Узкое место находится при $E = 2T$, поскольку $D(E) \sim \sqrt{E}$. Диффузионное приближение применимо при $\Delta E = 2E^{3/2}Ry^{-1/2} \lesssim 2\sqrt{2BT}$. Это приводит к неравенству $T \lesssim \sqrt{BRy}/2$, что означает для азота $T \lesssim 90$ К, для водорода $T \lesssim 500$ К.

На рис. 9.13, заимствованном из [50], показаны расчетные значения α в среде молекул азота без учета и с учетом переходов при колебательном возбуждении. Там же приведены значения α , вычисленные по (9.52) и (9.65). Из этого рисунка следует, что результаты диффузионного приближения (9.52) сильно завышены. Заметим (и это будет существенно для дальнейшего), что коэффициенты рекомбинации, полученные в [51] с учетом возбуждения колебаний (кривая 2), оказываются близки к тем значениям, которые даются формулой (9.52).

Рис. 9.12. Произведение коэффициента рекомбинации α на концентрацию молекул водорода n_M в зависимости от T при различных значениях n_M (см^{-3}) [51]

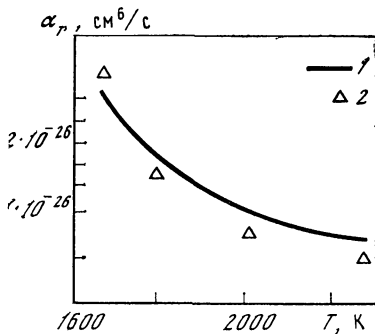
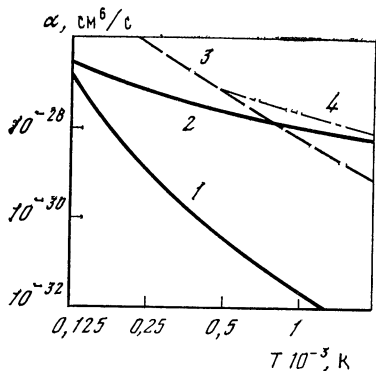
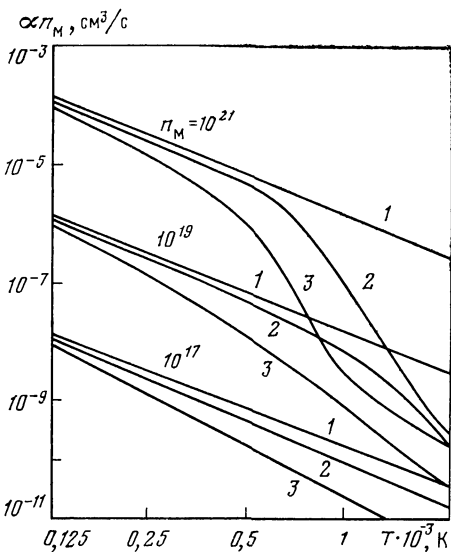
1 — учитывает все типы переходов, 2 — исключены колебательные переходы, 3 — исключены колебательные и вращательные переходы

Рис. 9.13. Коэффициент рекомбинации в среде молекул N_2

1 — с учетом возбуждения вращений [51], 2 — с учетом возбуждения вращений и колебаний [51], 3 — с учетом возбуждения вращений (9.52) [44], 4 — с учетом возбуждения вращений и колебаний [48]

Рис. 9.14. Измеренные и расчетные (9.57) значения α_r в продуктах сгорания [47]

1 — расчет, 2 — эксперимент



Скорость рекомбинации и ионизации измерялась в равновесной слабоионизованной плазме продуктов сгорания [53, 54]. Электроны и ионы возникали при внесении в молекулярную среду малых добавок легкоионизирующегося металла (Pb, Na, K и др.). Продукты сгорания углеводородных топлив содержат пары воды. Молекулы воды обладают значительным дипольным моментом, $D = 0,74$ а. е. Поэтому роль других молекул, присутствующих в продуктах сгорания, оказывается несущественной. В [47] проведено сопоставление измеренных и расчетных значений коэффициентов рекомбинации. При этом предполагалось, что изменения энергии электрона связаны в основном с возбуждением вращения только вокруг оси с наименьшим моментом инерции I_{\min} так, что в формулу (9.57) следует вместо B подставить $B_{\max} = \hbar^2/2I_{\min}$. Как следует из рис. 9.14, несмотря на ряд сделанных допущений, формула (9.57) находится в хорошем согласии с экспериментом

[53]. Экспериментальные точки, полученные в [54], также ложатся вблизи расчетной кривой рис. 9.4.

По указанным выше причинам формула (9.57) в области $T \approx \approx 2000$ К формально неприменима. Однако, как отмечалось при обсуждении рис. 9.13, переоценка эффекта возбуждений вращений, содержащаяся в (9.57), компенсируется отсутствием учета возбуждения колебаний. Этим объясняется хорошее соответствие эксперимента и расчета на рис. 9.14.

9.5. Некоторые вопросы кинетики атомно-молекулярной плазмы

Кинетика молекулярной или атомно-молекулярной плазмы отличается большим разнообразием протекающих процессов. Именно поэтому теория неравновесной молекулярной плазмы еще далека от своего завершения, хотя в целом ряде исследований достигнуто понимание природы неравновесности в широких диапазонах условий. В данном разделе мы ограничимся рассмотрением молекулярной плазмы, содержащей малые добавки паров щелочных металлов. Для простоты изложения, следуя в основном работам [10, 50], будем говорить об азоте с примесью цезия, хотя аналогичные эффекты могут иметь место в плазме других составов.

Щелочной металл является легкоионизируемой компонентой, поставляющей электроны и ионы. Молекулы не ионизируются, поскольку для этого требуются гораздо более высокие температуры, но, взаимодействуя с электрон-атомной подсистемой, молекулы оказывают сильное воздействие на энергетические и кинетические характеристики плазмы. Речь идет не только о процессах, рассмотренных в предыдущих разделах данной главы. На первый план выступает интенсивный энергообмен в столкновениях между возбужденными атомами цезия и молекулами азота. В этих процессах эффективно участвуют низколежащие возбужденные состояния атома, роль которых в кинетике весьма велика.

На рис. 9.15 схематически показаны основные процессы. К ним относятся ET — упругие столкновения электронов и тяжелых частиц, VE — возбуждение и ионизация атомов электронным ударом, EV — возбуждение колебательных уровней электронным ударом, R — выход излучения за пределы плазмы, BV — обмен энергией между электронными возбужденными состояниями атомов и колебаниями молекул, VT — обмен энергией между колебаниями и поступательной энергией тяжелых частиц (колебательная релаксация). В работе [55] обращено внимание на важную роль в балансе энергии электронов BV-процессов, т. е. переходов между возбужденными уровнями атома при столкновении с молекулой, сопровождающихся изменением ее колебательного состояния

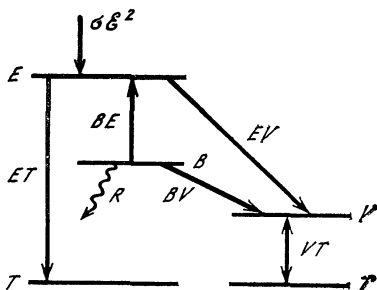


К этим процессам относится тушение резонансного излучения

паров металлов в молекулярных газах, т. е. столкновения, приводящие к переходу атома из первого возбужденного состояния в основное, $2 \rightarrow 1$. Эксперименты указывают, что если сечения тушения q_{21} в инертных газах весьма невелики ($\sim 10^{-18}$ см²), то в молекулярных газах они могут достигать значений, близких к $q_{21} \approx 10^{-14}$ см² [56, 57]. Столь большие значения обусловлены тем, что в процессе столкновения образуется промежуточный комплекс

Рис. 9.15. Схема процессов в плазме молекул и паров щелочных металлов [10]

T — поступательные степени свободы молекул и атомов, E — свободные электроны, B — возбужденные атомы, V — колебания молекул



$\text{Cs}^+ - \text{N}_2^-$, который распадается затем на атом Cs в основном состоянии и колебательно-возбужденную молекулу N_2 [58].

Запишем баланс энергии электронов во внешнем поле \mathcal{E}

$$\sigma \mathcal{E}^2 = Q_{el} + Q_{in} = Q_{el} + Q_v + Q_R + Q_{BV} + Q_D. \quad (9.70)$$

В правой части наряду с упругими потерями Q_{el} и неупругими потерями при возбуждении колебаний молекул Q_v (см. разд. 9.1) учтены неупругие потери энергии электронов на возбуждение и ионизацию атомов. Последние (см. гл. 7) удобно вычислять не непосредственно, а через стоки энергии — при высвечивании Q_R , в результате диффузии к стенкам Q_D и при снятии возбуждения молекулами Q_{BV} . Пренебрегая для простоты Q_R и Q_D , баланс энергии запишем в виде

$$\sigma \mathcal{E}^2 = Q_{el}(1 + \gamma), \quad \gamma = (Q_v + Q_{BV})/Q_{el}. \quad (9.71)$$

Параметр γ оценивает роль столкновений с молекулами в балансе энергии, Q_v дается формулами, приведенными в разд. 9.1. Для Q_{BV} , если пренебречь обратным процессом, приводящим к возбуждению атомов, можно записать

$$Q_{BV} = \Delta E n_2 n_M k_{21}, \quad k_{21} = q_{21} \bar{v}, \quad (9.72)$$

где $\Delta E = E_1 - E_2$ — энергия возбуждения атома, n_2 — населенность его возбужденного состояния, $\bar{v} = \sqrt{8T_e/(\pi m)}$ — средняя скорость электрона. Задача состоит в выяснении величины γ и сопоставлении ее с экспериментальными значениями. При этом будет показано, что Q_{BV} может вносить основной вклад в потери энергии электронов.

Задача упрощается, если населенность n_2 можно считать бальмановской $n_2^0(T_e)$. Для этого надо, чтобы столкновения с молеку-

лами не играли в кинетике заселения заметной роли по сравнению со столкновениями с электронами. Это соответствует выполнению условия

$$\frac{n_e n_2 w_{21}}{n_M n_2 k_{21}} \approx \frac{n_e}{n_M} \sqrt{\frac{MT_e}{mT}} \gg 1. \quad (9.73)$$

Приближенное равенство в (9.73) возникло с учетом того, что сечения дезактивации атома Cs электронами и молекулами N_2 близки к 10^{-14} см², т. е. близки друг другу, а скорости электронов и молекул отличаются в меру $\sqrt{MT_e/(mT)}$, где M — масса молекулы. Выражение (9.73) может выполняться, но далеко не всегда. В слабоионизованной плазме ВV-процессы могут играть важную роль в кинетике возбуждения и ионизации. Эти вопросы будут рассмотрены позже.

Предположим, однако, что (9.73) выполняется, т. е. $n_2 = n_2^0(T_e)$. Это может иметь место, например, когда и азот и цезий являются добавками к инертному газу. Сопоставим Q_{BV} и Q_v . Учтем, что в азоте эффективный порог возбуждения составляет $\varepsilon_1 \approx 1,7$ эВ (см. разд. 9.2). Тогда

$$\frac{Q_{BV}}{Q_v} \approx \frac{\Delta E}{\varepsilon_1} \frac{\exp(-\Delta E/T_e)}{\exp(-\varepsilon_1/T_e)} \frac{n}{n_e} \frac{k_{21}}{P_{10}}, \quad (9.74)$$

где n — концентрация атомов цезия. Если учесть, что $\Delta E \approx \varepsilon_1$, $k_{21} \approx P_{10}$ (два порядка разницы в эффективных сечениях компенсируются разницей в средних скоростях), то окажется $Q_{BV}/Q_v \approx \approx n/n_e$. Отсюда следует, что при малых степенях ионизации цезиевой присадки $Q_{BV} \gg Q_v$. Лишь когда цезий сильно ионизован, потери на возбуждение колебаний становятся сопоставимыми с потерями, вызываемыми тушением молекулами электронно-возбужденных состояний.

С потерями при ВV-процессах конкурируют радиационные потери энергии в резонансных линиях цезия Q_R

$$\frac{Q_R}{Q_{BV}} = \frac{A_{21}^*}{n_M k_{21}}, \quad (9.75)$$

где A_{21}^* — вероятность радиационного перехода с учетом реабсорбции. Если $A_{21}^* = 10^6$ с⁻¹ (например, в смеси с инертным газом при давлении $p = 1$ атм (7.59)), то при $n_M \gtrsim 10^{16}$ см⁻³ радиационными потерями можно пренебречь.

В [55] величина γ (9.74) вычислена и сопоставлена с результатами обработки измерений [59, 60] (рис. 9.16). Эксперимент проводился в смеси аргона, азота и цезия при давлении $p = 1$ атм, относительная концентрация цезия составляла $n/N = 5 \cdot 10^{-4}$ (N — концентрация атомов Ar), доля азота могла меняться в пределах $(0 \div 3,2) \cdot 10^{-2}$. Рассматривая рис. 9.16, заметим прежде всего, что величина γ при $T_e = \text{const}$ пропорциональна n_M , если выполняется двухтемпературное приближение, т. е. если $n_2 =$

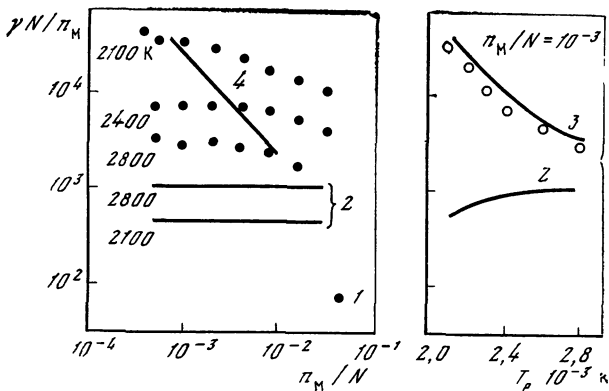


Рис. 9.16. Относительные потери энергии на одну молекулу $\gamma N/n_M$

1 — результаты измерений [59, 60] при $p = 1$ атм, $T = 1800$ К, $n/N = 5 \cdot 10^{-4}$; 2—4 — расчет [55] (2 — кривые $\gamma N/n_M$, учитывающие лишь потери Q_p ($Q_{VB} = 0$), 3 — $\gamma N/n_M$, 4 — граница области $n_2 = n_2^0 f(T_e)$)

$= n_2^0$. Кривая 4, соответствующая замене неравенства (9.73) равенством, отделяет эту область — вне ее $\gamma N/n_M$ зависит от n_M/N . При расчете линий 2 (см. рис. 9.16) ограничивались учетом потерь на возбуждение колебаний в соответствии с (9.14) (заметим, что в условиях опыта T_v близко к T). Эти потери оказываются значительно меньше экспериментальных. Оказывается возможным объяснить наблюдаемые зависимости лишь дополнительным учетом процессов дезактивации возбужденных атомов цезия молекулами азота (3). Даже небольшие примеси молекул могут существенно влиять на баланс энергии электронов в плазме.

Вопрос о влиянии ВV-процессов на кинетику ионизации—рекомбинации рассмотрен в [50, 61]. При этом в отличие от подхода, использованного в разд. 9.4, не предполагалось, что связанный электрон в процессе движения по уровням атома взаимодействует с электронами как свободный. В самом деле, наиболее интересные события, как ниже будет показано, происходят при значительных энергиях связи, когда такое предположение было бы неверным. Ниже рассмотрено вычисление коэффициента рекомбинации, происходящей при одновременном воздействии столкновений с электронами и молекулами. Приводятся результаты сопоставления с экспериментом.

Для вычисления коэффициента рекомбинации требуется информация о вероятностях всех процессов (9.69). В настоящее время она отсутствует. Однако имеющиеся экспериментальные и теоретические данные позволили авторам [61] прийти к следующим выводам. При снятии возбуждения атома молекулой с наибольшей вероятностью заселяются состояния, ближайшие к исходному уровню атома. При этом колебательные уровни молекулы заселяются почти равномерно внутри того интервала ν , который определяется

условием сохранения энергии. Это позволяет вероятность одно-квантовой дезактивации, усредненную по колебательным состояниям, представить в следующем виде:

$$k_{n, n-1} = \pi r_{\Pi}^2 \bar{v}_M. \quad (9.76)$$

Здесь \bar{v}_M — средняя скорость относительного движения молекулы и атома, r_{Π} — координата точки пересечения потенциальных кривых ковалентного (CsN_2) и ионного (Cs^+N_2^-) состояний. Эта величина меняется не очень сильно, так что с ростом n сечение πr_{Π}^2 возрастает всего лишь от $0,8 \cdot 10^{-14}$ см² до $1,5 \cdot 10^{-14}$ см².

Поскольку оба процесса, приводящих к рекомбинации (столкновения с электронами и молекулами), являются одноквантовыми, то коэффициент рекомбинации α дается формулами модифицированного диффузионного приближения (см. гл. 6). Если температуры газа T и электронов T_e близки, то достаточно к вероятности тушения электронами добавить вероятность тушения молекулами. Тогда

$$\alpha n_e = \frac{g_1}{2} \left(\frac{2\pi\hbar^2}{mT} \right)^{3/2} e^{E_1/T} \left\{ \sum_{n \geq 2} \frac{g_1}{g_n} e^{E_n/T} \frac{1}{z_{n, n-1} + k_{n, n-1} n_M} \right\}^{-1}, \quad (9.77)$$

где $z_{n, n-1}$ — эффективная вероятность перехода при столкновении с электронами (см. гл. 5). Поскольку $z_{n, n-1}$ резко возрастает по мере увеличения n , а $k_{n, n-1}$ остается почти неизменным, то ясно, что роль молекул велика в первую очередь для низколежащих возбужденных состояний. Если эта область распространяется и на район узкого места, то столкновения с молекулами влияют на величину α . Для этого при $E_n = 3T_e/2$ должно выполняться неравенство

$$z_{n, n-1} \lesssim k_{n, n-1} n_M. \quad (9.78)$$

Выполним соответствующие оценки.

Чтобы предельно упростить выкладки, перейдем к приближению, в котором энергия связи квазинепрерывна. Тогда место $z_{n, n-1}$ занимает величина $z(E)$

$$z(E) = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{n_e e^4 \bar{\Lambda} \text{Ry}}{\sqrt{mT} E^2}, \quad (9.79)$$

где $\bar{\Lambda} = 0,2$. Хотя такой переход оправдан лишь, если $E_k - E_{k-1} \ll T_e$, полученные ниже выводы качественно справедливы и при малых k . С помощью (9.79) неравенство (9.78) можно переписать в виде

$$E \leq \text{Ry} \frac{n_e}{n_M} \sqrt{\frac{\pi}{4} \frac{T}{\text{Ry}}} \sqrt{\frac{M}{m} \frac{e^2 \bar{\Lambda} T^{-2}}{q}}, \quad (9.80)$$

где E — энергия связи, при которой еще существенны столкновения с молекулами. Здесь сечение девозбуждения $q \approx 1,5 \cdot 10^{-14}$ см². Критерий (9.80) дает, например, при $n_e/n_M = 10^{-4}$ и $T = 2000$ К

величину энергии $E \approx 0,05$ эВ, лежащую выше узкого места $3T/2$, вычисленного в допущении о преобладании столкновений с электронами. Следовательно, в этих условиях роль молекул очень существенна.

В [61] коэффициент рекомбинации вычислялся по более сложной формуле, приведенной в гл. 6, в которой учитывается неизотермичность компонент плазмы $T_e \neq T$ (см. подразд. 6.3.4). Рассчитанные значения α представлены на рис. 9.17, где приведены также экспериментальные данные [62], полученные в условиях послесвечения азотно-цезиевой плазмы. В целом рассчитанные и измеренные значения согласуются. При $n_M/n_e \gg \gg 10^3$ молекулы сильно влияют на скорость рекомбинации. Причем тем сильнее, чем выше температура. Качественно этот вывод следует из неравенства (9.80), которое, положив $E = 3T/2$, можно переписать в виде

$$\frac{n_M}{n_e} \geq \frac{2}{3} \left(\frac{Ry}{T} \right)^{3/2} \sqrt{\frac{\pi}{4} \sqrt{\frac{M}{m} \frac{e^2 \bar{\Lambda} Ry^{-2}}{q}}} . \quad (9.81)$$

На рис. 9.17 приведены также значения суммарного коэффициента рекомбинации α , полученные в аддитивном приближении:

$$\alpha = \alpha_e + \alpha_M (n_M/n_e), \quad (9.82)$$

где первый член описывает рекомбинацию в отсутствие молекул, а второй — в условиях, когда несущественно влияние электронов (скорость рекомбинации $dn_e/dt = -\alpha n_e^2 n_i$). В области $n_M/n_e \approx \approx 10^4 \div 10^5$ аддитивные величины α (9.82) значительно меньше точных значений (до четырех раз). Столь заметные погрешности, даваемые формулой (9.82), вызваны существенно разной зависимостью $z_{n, n-1}$ и $k_{n, n-1}$ от n . В случае, когда основную роль при рекомбинации с участием молекул и электронов играют переходы, вызываемые возбуждением вращений молекул (например, молекул воды (см. разд. 9.4)), вероятности которых растут с ростом n примерно так же, как и $z_{n, n-1}$, отклонения от аддитивности при $T_e = = T$ не превышают 20% [50].

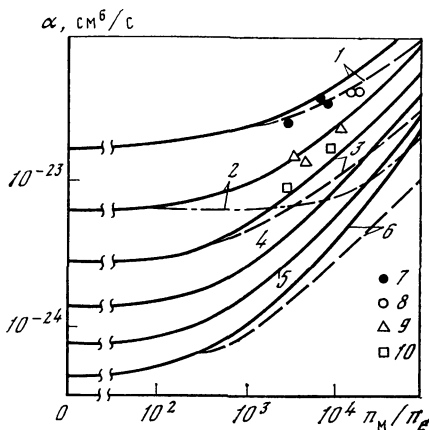


Рис. 9.17. Коэффициент α рекомбинации в N_2 —Cs-плазме

Расчет [61] при $T_e = 0,15$ эВ (1), 0,18 (2), 0,21 (3), 0,24 (4), 0,27 (5), 0,30 (6) (линии — $T = 0,05$ эВ, штрихи — $T = T_e$, штрихпунктир — приближение (9.82)). Эксперимент [62] при $T_e = 0,15$ эВ (7), 0,168 (8), 0,185 (9), 0,20 (10)

| r_0 | $T_e = 10^4 \text{K}$ | | | | | | | | | | | |
|-------------------------------|-----------------------|--------|--------|--------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|----------------------|--------|
| | $\rightarrow 0$ | 10^7 | 10^8 | 10^9 | 10^{10} | 10^{11} | 10^{12} | 10^{13} | 10^{14} | 10^{15} | $\rightarrow \infty$ | |
| $r_0(4)$ | 8,6-11 | 1,0-10 | 1,0-10 | 2,6-10 | 7,0-10 | 3,3-9 | 3,4-8 | 5,5-7 | 1,9-6 | 1,9-6 | 1,9-6 | 2,5-6 |
| | 2,1-10 | 2,6-10 | 3,7-10 | 6,9-10 | 1,9-9 | 9,1-9 | 8,9-8 | 9,0-7 | 2,1-6 | 2,1-6 | 2,1-6 | 2,5-6 |
| $r_0(5)$ | 1,1-7 | 1,3-7 | 1,6-7 | 2,3-7 | 4,1-7 | 1,1-6 | 6,2-6 | 9,4-5 | 6,0-4 | 9,1-4 | 9,1-4 | 9,7-4 |
| | 2,2-7 | 2,7-7 | 3,3-7 | 4,8-7 | 9,0-7 | 2,6-6 | 1,4-5 | 1,7-4 | 7,1-4 | 9,3-4 | 9,3-4 | 9,7-4 |
| $r_0(6)$ | 6,0-6 | 7,5-6 | 9,1-6 | 1,3-5 | 2,4-5 | 7,2-5 | 5,6-4 | 6,4-3 | 1,5-2 | 1,8-2 | 1,8-2 | 1,8-2 |
| | 1,1-5 | 1,4-5 | 1,7-5 | 2,5-5 | 4,8-5 | 1,5-4 | 1,1-3 | 8,4-3 | 1,6-2 | 1,8-2 | 1,8-2 | 1,8-2 |
| $T_e = 10^5 \text{K}$ | | | | | | | | | | | | |
| $r_0(2)$ | 2,2-19 | 2,7-19 | 3,3-19 | 4,6-19 | 8,2-19 | 2,1-18 | 8,9-18 | 6,5-17 | 7,9-16 | 1,1-14 | 2,9-13 | 2,9-13 |
| | 8,9-9/ n_e | 1,1-9 | 1,4-10 | 2,0-11 | 3,6-12 | 9,7-13 | 4,3-13 | 3,1-13 | 2,9-13 | 2,9-13 | 2,9-13 | 2,9-13 |
| $r_0(3)$ | 8,8-10 | 1,1-9 | 1,3-9 | 1,9-9 | 3,4-9 | 9,0-9 | 4,2-8 | 4,4-7 | 5,7-6 | 1,9-5 | 2,4-5 | 2,4-5 |
| | 3,0-9 | 3,9-9 | 4,7-9 | 6,7-9 | 1,2-8 | 3,4-8 | 1,6-7 | 1,4-6 | 1,1-5 | 2,1-5 | 2,4-5 | 2,4-5 |
| $r_0(4)$ | 2,4-6 | 3,0-6 | 3,7-6 | 5,2-6 | 9,6-6 | 2,7-5 | 1,7-4 | 2,1-3 | 7,8-3 | 1,0-2 | 1,0-2 | 1,0-2 |
| | 5,7-6 | 7,2-6 | 8,9-6 | 1,3-5 | 2,4-5 | 7,0-5 | 4,2-4 | 3,5-3 | 8,7-3 | 1,0-2 | 1,0-2 | 1,0-2 |
| $r_0(5)$ | 1,0-4 | 1,3-4 | 1,6-4 | 2,3-4 | 4,4-4 | 1,5-3 | 1,3-2 | 6,7-2 | 1,0-1 | 1,1-1 | 1,1-1 | 1,1-1 |
| | 2,1-4 | 2,6-4 | 3,2-4 | 4,7-4 | 9,2-4 | 3,1-3 | 2,2-2 | 7,8-2 | 1,0-1 | 1,1-1 | 1,1-1 | 1,1-1 |
| $r_0(6)$ | 8,3-4 | 1,1-3 | 1,3-3 | 1,9-3 | 4,0-3 | 1,9-2 | 1,2-1 | 2,6-1 | 3,1-1 | 3,1-1 | 3,1-1 | 3,1-1 |
| | 1,5-3 | 2,0-3 | 2,4-3 | 3,6-3 | 7,6-3 | 3,3-2 | 1,6-1 | 2,8-1 | 3,1-1 | 3,1-1 | 3,1-1 | 3,1-1 |
| $T_e = 2 \cdot 10^5 \text{K}$ | | | | | | | | | | | | |
| $r_0(2)$ | 1,4-10 | 1,8-10 | 2,2-10 | 3,1-10 | 5,5-10 | 1,4-9 | 6,1-9 | 5,2-8 | 7,0-7 | 6,1-6 | 2,4-5 | 2,4-5 |
| | 8,0-8/ n_e | 1,0-1 | 1,2-2 | 1,8-3 | 3,2-4 | 8,6-5 | 3,8-5 | 2,7-5 | 2,5-5 | 2,4-5 | 2,4-5 | 2,4-5 |
| $r_0(3)$ | 1,0-5 | 1,3-5 | 1,5-5 | 2,2-5 | 4,0-5 | 1,1-4 | 7,0-4 | 6,9-3 | 2,4-2 | 3,1-2 | 3,2-2 | 3,2-2 |
| | 3,4-5 | 4,3-5 | 5,3-5 | 7,5-5 | 1,4-4 | 4,0-1 | 2,1-3 | 1,3-2 | 2,8-2 | 3,1-2 | 3,2-2 | 3,2-2 |
| $r_0(4)$ | 5,7-4 | 7,3-4 | 9,0-4 | 1,3-3 | 2,6-3 | 9,7-3 | 7,1-2 | 2,1-1 | 2,6-1 | 2,7-1 | 2,8-1 | 2,8-1 |
| | 1,3-3 | 1,7-3 | 2,1-3 | 3,1-3 | 6,1-3 | 2,1-2 | 1,1-1 | 2,3-1 | 2,7-1 | 2,7-1 | 2,8-1 | 2,8-1 |

Таблица П.1 (продолжение)

| Коэффициент | $n_e, \text{см}^{-3}$ | | | | | | | | | | | |
|-------------------------------|----------------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|----------------------|
| | $\rightarrow 0$ | 10^8 | 10^9 | 10^{10} | 10^{11} | 10^{12} | 10^{13} | 10^{14} | 10^{15} | 10^{16} | 10^{17} | $\rightarrow \infty$ |
| $T_e = 2 \cdot 10^3 \text{K}$ | | | | | | | | | | | | |
| $r_0(5)$ | 4,0 ⁻³ | 5,2 ⁻³ | 6,5 ⁻³ | 9,9 ⁻³ | 2,3 ⁻² | 1,2 ⁻¹ | 3,8 ⁻¹ | 5,3 ⁻¹ | 5,8 ⁻¹ | 5,8 ⁻¹ | 5,8 ⁻¹ | 5,8 ⁻¹ |
| $r_0(6)$ | 8,0 ⁻³ | 1,0 ⁻² | 1,3 ⁻² | 2,0 ⁻² | 4,4 ⁻² | 1,8 ⁻¹ | 4,3 ⁻¹ | 5,5 ⁻¹ | 5,8 ⁻¹ | 5,8 ⁻¹ | 5,8 ⁻¹ | 5,8 ⁻¹ |
| | 1,2 ⁻² | 1,6 ⁻² | 2,1 ⁻² | 3,4 ⁻² | 1,1 ⁻¹ | 4,0 ⁻¹ | 6,6 ⁻¹ | 7,6 ⁻¹ | 7,8 ⁻¹ | 7,8 ⁻¹ | 7,9 ⁻¹ | 7,9 ⁻¹ |
| | 2,2 ⁻² | 2,9 ⁻² | 3,7 ⁻² | 6,0 ⁻² | 1,7 ⁻¹ | 4,7 ⁻¹ | 6,9 ⁻¹ | 7,7 ⁻¹ | 7,9 ⁻¹ | 7,9 ⁻¹ | 7,9 ⁻¹ | 7,9 ⁻¹ |
| | $\rightarrow 0$ | 10^8 | 10^{10} | 10^{11} | 10^{12} | 10^{13} | 10^{14} | 10^{15} | 10^{16} | 10^{17} | 10^{18} | $\rightarrow \infty$ |
| $T_e = 4 \cdot 10^3 \text{K}$ | | | | | | | | | | | | |
| $r_0(2)$ | 4,9 ⁻⁶ | 6,2 ⁻⁶ | 7,6 ⁻⁶ | 1,1 ⁻⁵ | 1,9 ⁻⁵ | 4,9 ⁻⁵ | 2,4 ⁻⁴ | 2,2 ⁻³ | 1,8 ⁻² | 6,2 ⁻² | 8,5 ⁻² | 8,5 ⁻² |
| $r_0(3)$ | 3,5 ⁻¹¹ / n_e | 4,2 ² | 5,5 ¹ | 7,0 ⁰ | 1,4 | 3,5 ⁻¹ | 1,4 ⁻¹ | 9,2 ⁻² | 8,5 ⁻² | 8,5 ⁻² | 8,5 ⁻² | 8,5 ⁻² |
| | 1,4 ⁻³ | 1,8 ⁻³ | 2,2 ⁻³ | 3,1 ⁻³ | 6,0 ⁻³ | 2,2 ⁻² | 1,3 ⁻¹ | 3,5 ⁻¹ | 4,2 ⁻¹ | 4,5 ⁻¹ | 4,7 ⁻¹ | 4,7 ⁻¹ |
| | 6,6 ⁻³ | 8,4 ⁻³ | 1,0 ⁻² | 1,5 ⁻² | 2,7 ⁻² | 7,8 ⁻² | 2,7 ⁻¹ | 4,3 ⁻¹ | 4,6 ⁻¹ | 4,7 ⁻¹ | 4,7 ⁻¹ | 4,7 ⁻¹ |
| | 1,1 ⁻² | 1,5 ⁻² | 1,8 ⁻² | 2,8 ⁻² | 7,3 ⁻² | 3,1 ⁻¹ | 6,0 ⁻¹ | 7,4 ⁻¹ | 7,7 ⁻¹ | 7,9 ⁻¹ | 7,9 ⁻¹ | 7,9 ⁻¹ |
| | 2,6 ⁻² | 3,4 ⁻² | 4,2 ⁻² | 6,3 ⁻² | 1,5 ⁻¹ | 4,3 ⁻¹ | 6,8 ⁻¹ | 7,7 ⁻¹ | 7,9 ⁻¹ | 7,9 ⁻¹ | 7,9 ⁻¹ | 7,9 ⁻¹ |
| | 3,2 ⁻² | 4,2 ⁻² | 5,5 ⁻² | 1,0 ⁻¹ | 3,3 ⁻¹ | 6,8 ⁻¹ | 8,5 ⁻¹ | 9,0 ⁻¹ | 9,2 ⁻¹ | 9,2 ⁻¹ | 9,2 ⁻¹ | 9,2 ⁻¹ |
| | 6,2 ⁻² | 8,2 ⁻² | 1,0 ⁻¹ | 1,8 ⁻¹ | 4,5 ⁻¹ | 7,5 ⁻¹ | 8,8 ⁻¹ | 9,2 ⁻¹ | 9,2 ⁻¹ | 9,2 ⁻¹ | 9,2 ⁻¹ | 9,2 ⁻¹ |
| | 5,8 ⁻² | 8,1 ⁻² | 1,1 ⁻¹ | 2,7 ⁻¹ | 6,4 ⁻¹ | 8,6 ⁻¹ | 9,4 ⁻¹ | 9,6 ⁻¹ | 9,7 ⁻¹ | 9,7 ⁻¹ | 9,7 ⁻¹ | 9,7 ⁻¹ |
| | 1,0 ⁻¹ | 1,4 ⁻¹ | 1,9 ⁻¹ | 3,9 ⁻¹ | 7,2 ⁻¹ | 9,0 ⁻¹ | 9,5 ⁻¹ | 9,7 ⁻¹ | 9,7 ⁻¹ | 9,7 ⁻¹ | 9,7 ⁻¹ | 9,7 ⁻¹ |
| | $\rightarrow 0$ | 10^{10} | 10^{11} | 10^{12} | 10^{13} | 10^{14} | 10^{15} | 10^{16} | 10^{17} | 10^{18} | 10^{19} | $\rightarrow \infty$ |
| $T_e = 8 \cdot 10^3 \text{K}$ | | | | | | | | | | | | |
| $r_0(2)$ | 1,2 ⁻⁸ | 1,5 ⁻³ | 1,8 ⁻³ | 2,5 ⁻³ | 4,5 ⁻³ | 1,3 ⁻² | 7,1 ⁻² | 3,7 ⁻¹ | 7,0 ⁻¹ | 7,7 ⁻¹ | 7,8 ⁻¹ | 7,8 ⁻¹ |
| | 1,0 ⁻¹⁴ / n_e | 1,2 ⁴ | 1,4 ³ | 1,7 ² | 1,9 ¹ | 2,4 ⁰ | 9,4 ⁻¹ | 8,0 ⁻¹ | 7,8 ⁻¹ | 7,8 ⁻¹ | 7,8 ⁻¹ | 7,8 ⁻¹ |

| | $\rightarrow 0$ | 10^{10} | 10^{11} | 10^{12} | 10^{13} | 10^{14} | 10^{15} | 10^{16} | 10^{17} | 10^{18} | $\rightarrow \infty$ |
|---------------------------------|----------------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|----------------------|
| $r_0(3)$ | 2, 0 ⁻² | 2, 6 ⁻² | 3, 3 ⁻² | 5, 0 ⁻² | 1, 2 ⁻¹ | 4, 3 ⁻¹ | 7, 2 ⁻¹ | 8, 5 ⁻¹ | 9, 3 ⁻¹ | 9, 5 ⁻¹ | 9, 5 ⁻¹ |
| | 6, 6 ⁻¹ | 8, 1 ⁻¹ | 9, 4 ⁻¹ | 1, 2 | 1, 2 | 1, 0 | 9, 5 ⁻¹ | 9, 5 ⁻¹ | 9, 5 ⁻¹ | 9, 5 ⁻¹ | 9, 5 ⁻¹ |
| $r_0(4)$ | 6, 1 ⁻² | 8, 2 ⁻² | 1, 1 ⁻¹ | 2, 2 ⁻¹ | 5, 6 ⁻¹ | 8, 3 ⁻¹ | 9, 6 ⁻¹ | 9, 8 ⁻¹ | 9, 9 ⁻¹ | 9, 9 ⁻¹ | 9, 9 ⁻¹ |
| | 3, 3 ⁻¹ | 4, 0 ⁻¹ | 4, 8 ⁻¹ | 6, 7 ⁻¹ | 9, 4 ⁻¹ | 9, 9 ⁻¹ | 9, 9 ⁻¹ | 9, 9 ⁻¹ | 9, 9 ⁻¹ | 9, 9 ⁻¹ | 9, 9 ⁻¹ |
| $r_0(5)$ | 1, 1 ⁻¹ | 1, 1 ⁻¹ | 2, 4 ⁻¹ | 5, 5 ⁻¹ | 8, 4 ⁻¹ | 9, 5 ⁻¹ | 9, 8 ⁻¹ | 9, 9 ⁻¹ | 1, 0 | 1, 0 | 1, 0 |
| | 3, 2 ⁻¹ | 4, 1 ⁻¹ | 5, 3 ⁻¹ | 8, 0 ⁻¹ | 9, 7 ⁻¹ | 1, 0 | 1, 0 | 1, 0 | 1, 0 | 1, 0 | 1, 0 |
| $r_0(6)$ | 1, 5 ⁻¹ | 2, 4 ⁻¹ | 4, 5 ⁻¹ | 7, 9 ⁻¹ | 9, 4 ⁻¹ | 9, 8 ⁻¹ | 9, 9 ⁻¹ | 1, 0 ⁰ | 1, 0 | 1, 0 | 1, 0 |
| | 3, 5 ⁻¹ | 4, 8 ⁻¹ | 6, 8 ⁻¹ | 9, 1 ⁻¹ | 9, 9 ⁻¹ | 1, 0 | 1, 0 | 1, 0 | 1, 0 | 1, 0 | 1, 0 |
| $T_e = 1,6 \cdot 10^4 \text{K}$ | | | | | | | | | | | |
| $r_0(2)$ | 2, 3 ⁻² | 2, 6 ⁻² | 2, 9 ⁻² | 3, 5 ⁻² | 4, 9 ⁻² | 9, 6 ⁻² | 3, 2 ⁻¹ | 7, 8 ⁻¹ | 9, 4 ⁻¹ | 9, 6 ⁻¹ | 9, 6 ⁻¹ |
| | 9, 8 ¹⁸ / n_e | 9, 4 ⁴ | 8, 7 ³ | 6, 7 ² | 3, 7 ¹ | 3, 0 | 1, 2 | 9, 8 ⁻¹ | 9, 6 ⁻¹ | 9, 6 ⁻¹ | 9, 6 ⁻¹ |
| $r_0(3)$ | 9, 8 ⁻² | 1, 1 ⁻¹ | 1, 3 ⁻¹ | 1, 6 ⁻¹ | 3, 0 ⁻¹ | 6, 8 ⁻¹ | 8, 9 ⁻¹ | 9, 7 ⁻¹ | 9, 9 ⁻¹ | 1, 0 | 1, 0 |
| | 6, 9 | 6, 6 | 6, 1 | 4, 6 | 2, 1 | 1, 1 | 1, 0 | 1, 0 | 1, 0 | 1, 0 | 1, 0 |
| $r_0(4)$ | 1, 8 ⁻¹ | 2, 0 ⁻¹ | 2, 4 ⁻¹ | 3, 9 ⁻¹ | 7, 4 ⁻¹ | 9, 2 ⁻¹ | 9, 8 ⁻¹ | 9, 9 ⁻¹ | 1, 0 | 1, 0 | 1, 0 |
| | 2, 5 | 2, 4 | 2, 0 | 1, 7 | 1, 2 | 1, 0 | 1, 0 | 1, 0 | 1, 0 | 1, 0 | 1, 0 |
| $r_0(5)$ | 2, 4 ⁻¹ | 2, 9 ⁻¹ | 4, 0 ⁻¹ | 7, 0 ⁻¹ | 9, 1 ⁻¹ | 9, 8 ⁻¹ | 9, 9 ⁻¹ | 1, 0 | 1, 0 | 1, 0 | 1, 0 |
| | 1, 7 | 1, 6 | 1, 5 | 1, 2 | 1, 0 | 1, 0 | 1, 0 | 1, 0 | 1, 0 | 1, 0 | 1, 0 |
| $r_0(6)$ | 2, 9 ⁻¹ | 3, 8 ⁻¹ | 6, 0 ⁻¹ | 8, 7 ⁻¹ | 9, 7 ⁻¹ | 9, 9 ⁻¹ | 1, 0 | 1, 0 | 1, 0 | 1, 0 | 1, 0 |
| | 1, 5 | 1, 4 | 1, 2 | 1, 1 | 1, 0 | 1, 0 | 1, 0 | 1, 0 | 1, 0 | 1, 0 | 1, 0 |
| $T_e = 3,2 \cdot 10^4 \text{K}$ | | | | | | | | | | | |
| $r_0(2)$ | 1, 3 ⁻¹ | 1, 3 ⁻¹ | 1, 4 ⁻¹ | 1, 5 ⁻¹ | 1, 9 ⁻¹ | 2, 8 ⁻¹ | 6, 1 ⁻¹ | 9, 2 ⁻¹ | 9, 8 ⁻¹ | 9, 8 ⁻¹ | 9, 9 ⁻¹ |
| | 1, 5 ¹⁵ / n_e | 1, 3 ⁵ | 1, 1 ⁴ | 7, 7 ² | 3, 9 ¹ | 3, 5 | 1, 2 | 1, 0 | 9, 9 ⁻¹ | 9, 9 ⁻¹ | 9, 9 ⁻¹ |

Таблица П.1 (продолжение)

| Коэффициент | $\eta_e, \text{ см}^{-3}$ | | | | | | | | | | | | $\rightarrow \infty$ |
|----------------------------------|---------------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|----------------------|-------------------|----------------------|
| | $\rightarrow 0$ | 10^{10} | 10^{11} | 10^{12} | 10^{13} | 10^{14} | 10^{15} | 10^{16} | 10^{17} | 10^{18} | $\rightarrow \infty$ | | |
| $T_e = 3,2 \cdot 10^4 \text{ К}$ | | | | | | | | | | | | | |
| $r_0(3)$ | 2,5 ⁻¹ | 2,7 ⁻¹ | 2,9 ⁻¹ | 3,4 ⁻¹ | 5,0 ⁻¹ | 8,2 ⁻¹ | 9,5 ⁻¹ | 9,9 ⁻¹ | 9,9 ⁻¹ | 4,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 |
| | 1,2 ¹ | 1,1 ¹ | 9,2 | 6,1 | 2,4 | 1,2 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 |
| $r_0(4)$ | 3,4 ⁻¹ | 3,7 ⁻¹ | 4,1 ⁻¹ | 5,7 ⁻¹ | 8,4 ⁻¹ | 9,6 ⁻¹ | 9,9 ⁻¹ | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 |
| | 4,3 | 3,8 | 3,2 | 2,1 | 1,2 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 |
| $r_0(5)$ | 4,0 ⁻¹ | 4,5 ⁻¹ | 5,5 ⁻¹ | 8,0 ⁻¹ | 9,5 ⁻¹ | 9,9 ⁻¹ | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 |
| | 2,9 | 2,5 | 2,0 | 1,3 | 1,1 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 |
| $r_0(6)$ | 4,5 ⁻¹ | 5,3 ⁻¹ | 7,2 ⁻¹ | 9,1 ⁻¹ | 9,8 ⁻¹ | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 |
| | 2,4 | 2,0 | 1,5 | 1,1 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 |
| $T_e = 6,4 \cdot 10^4 \text{ К}$ | | | | | | | | | | | | | |
| $r_0(2)$ | 3,5 ⁻¹ | 3,6 ⁻¹ | 3,7 ⁻¹ | 3,8 ⁻¹ | 4,2 ⁻¹ | 5,2 ⁻¹ | 8,0 ⁻¹ | 9,6 ⁻¹ | 9,9 ⁻¹ | 9,9 ⁻¹ | 9,9 ⁻¹ | 9,9 ⁻¹ | 9,9 ⁻¹ |
| | 1,7 ¹⁵ / n_e | 1,5 ⁶ | 1,3 ⁴ | 8,6 ² | 4,3 ¹ | 3,9 | 1,3 | 1,0 ¹ | 1,0 ¹ | 1,0 ¹ | 1,0 ¹ | 1,0 ¹ | 1,0 ¹ |
| $r_0(3)$ | 4,7 ⁻¹ | 4,8 ⁻¹ | 5,0 ⁻¹ | 5,4 ⁻¹ | 6,8 ⁻¹ | 9,0 ⁻¹ | 9,8 ⁻¹ | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 |
| | 1,6 ¹ | 1,4 ¹ | 1,2 ¹ | 7,7 ⁰ | 2,7 | 1,2 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 |
| $r_0(4)$ | 5,4 ⁻¹ | 5,6 ⁻¹ | 6,0 ⁻¹ | 7,2 ⁻¹ | 9,0 ⁻¹ | 9,8 ⁻¹ | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 |
| | 5,7 | 5,0 | 4,1 | 2,5 | 1,3 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 |
| $r_0(5)$ | 5,8 ⁻¹ | 6,2 ⁻¹ | 7,0 ⁻¹ | 8,7 ⁻¹ | 9,7 ⁻¹ | 9,9 ⁻¹ | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 |
| | 3,8 | 3,2 | 2,5 | 1,5 | 1,1 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 |
| $r_0(6)$ | 6,2 ⁻¹ | 6,8 ⁻¹ | 8,1 ⁻¹ | 9,4 ⁻¹ | 9,9 ⁻¹ | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 |
| | 3,1 | 2,5 | 1,7 | 1,2 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 |

| | $\rightarrow 0$ | 10^{10} | 10^{11} | 10^{12} | 10^{13} | 10^{14} | 10^{15} | 10^{16} | 10^{17} | 10^{18} | $\rightarrow \infty$ |
|----------------------------------|-----------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|----------------------|
| $T_e = 1,28 \cdot 10^8 \text{K}$ | | | | | | | | | | | |
| $r_0(2)$ | $6,8^{-1}$ | $6,9^{-1}$ | $6,9^{-1}$ | $7,0^{-1}$ | $7,3^{-1}$ | $7,9^{-1}$ | $9,2^{-1}$ | $9,8^{-1}$ | $9,9^{-1}$ | $9,9^{-1}$ | $9,9^{-1}$ |
| | $2,1^{15}/n_e$ | $1,9^5$ | $1,6^4$ | $1,1^3$ | $5,3^1$ | $4,6$ | $1,3$ | $1,0$ | $1,0$ | $9,9^{-1}$ | $9,9^{-1}$ |
| $r_0(3)$ | $7,2^{-1}$ | $7,3^{-1}$ | $7,4^{-1}$ | $7,7^{-1}$ | $8,5^{-1}$ | $9,5^{-1}$ | $9,9^{-1}$ | $1,0$ | $1,0$ | $1,0$ | $1,0$ |
| | $2,2^1$ | $1,9^1$ | $1,6^1$ | $1,0^1$ | $3,3$ | $1,3$ | $1,0$ | $1,0$ | $1,0$ | $1,0$ | $1,0$ |
| $r_0(4)$ | $7,6^{-1}$ | $7,7^{-1}$ | $7,9^{-1}$ | $8,5^{-1}$ | $9,5^{-1}$ | $9,9^{-1}$ | $1,0$ | $1,0$ | $1,0$ | $1,0$ | $1,0$ |
| | $7,4$ | $6,4$ | $5,3$ | $3,1$ | $1,3$ | $1,0$ | $1,0$ | $1,0$ | $1,0$ | $1,0$ | $1,0$ |
| $r_0(5)$ | $7,8^{-1}$ | $8,0^{-1}$ | $8,4^{-1}$ | $9,3^{-1}$ | $9,9^{-1}$ | $1,0$ | $1,0$ | $1,0$ | $1,0$ | $1,0$ | $1,0$ |
| | $4,8$ | $4,1$ | $3,0$ | $1,7$ | $1,0$ | $1,0$ | $1,0$ | $1,0$ | $1,0$ | $1,0$ | $1,0$ |
| $r_0(6)$ | $7,9^{-1}$ | $8,2^{-1}$ | $9,0^{-1}$ | $9,7^{-1}$ | $9,9^{-1}$ | $1,0$ | $1,0$ | $1,0$ | $1,0$ | $1,0$ | $1,0$ |
| | $3,8$ | $3,1$ | $2,0$ | $1,3$ | $1,0$ | $1,0$ | $1,0$ | $1,0$ | $1,0$ | $1,0$ | $1,0$ |

Примечание. Верхняя строка каждой горизонтальной графы соответствует значениям коэффициентов населенностей оптически прозрачной плазмы, нижняя — плазме оптически непрозрачной для линий лаймановской серии.

Таблица П.2. Значения коэффициентов $r_1(K)$

| Коэффици- циент | n_e, cm^{-3} | | | | | | | | | | |
|-------------------------------|-----------------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|----------------------|
| | $\rightarrow 0$ | 10^9 | 10^{10} | 10^{11} | 10^{12} | 10^{13} | 10^{14} | 10^{15} | 10^{16} | 10^{17} | $\rightarrow \infty$ |
| $T_e = 4 \cdot 10^8 \text{K}$ | | | | | | | | | | | |
| $r_1(2)$ | $2,5^{-17}n_e$ | $2,5^{-8}$ | $2,5^{-7}$ | $2,5^{-6}$ | $2,5^{-5}$ | $2,5^{-4}$ | $2,5^{-3}$ | $2,4^{-2}$ | $2,0^{-1}$ | $6,7^{-1}$ | $9,2^{-1}$ |
| | $1,0$ | $1,0$ | $1,0$ | $1,0$ | $1,0$ | $9,9^{-1}$ | $9,5^{-1}$ | $9,2^{-1}$ | $9,2^{-1}$ | $9,2^{-1}$ | $9,2^{-1}$ |
| $r_1(3)$ | $1,0^{-17}n_e$ | $1,0^{-8}$ | $1,0^{-7}$ | $1,0^{-6}$ | $1,0^{-5}$ | $1,0^{-4}$ | $1,1^{-3}$ | $1,3^{-2}$ | $1,1^{-1}$ | $3,9^{-1}$ | $5,3^{-1}$ |
| | $6,0^{-15}n_e$ | $6,0^{-6}$ | $6,0^{-5}$ | $6,0^{-4}$ | $6,0^{-3}$ | $5,4^{-2}$ | $2,8^{-1}$ | $4,9^{-1}$ | $5,3^{-1}$ | $5,3^{-1}$ | $5,3^{-1}$ |
| $r_1(4)$ | $7,2^{-17}n_e$ | $7,2^{-9}$ | $7,2^{-8}$ | $7,1^{-7}$ | $6,9^{-6}$ | $5,7^{-5}$ | $4,8^{-4}$ | $5,3^{-3}$ | $4,5^{-2}$ | $1,5^{-1}$ | $2,1^{-1}$ |
| | $1,8^{-15}n_e$ | $1,8^{-6}$ | $1,8^{-5}$ | $1,8^{-4}$ | $1,8^{-3}$ | $1,9^{-2}$ | $1,1^{-1}$ | $1,9^{-1}$ | $2,1^{-1}$ | $2,1^{-1}$ | $2,1^{-1}$ |

Таблица П.2 (продолжение)

| Коэффициент | $n_e, \text{ см}^{-3}$ | | | | | | | | | | |
|----------------------------------|------------------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|----------------------|
| | $\rightarrow 0$ | 10^9 | 10^{10} | 10^{11} | 10^{12} | 10^{13} | 10^{14} | 10^{15} | 10^{16} | 10^{17} | $\rightarrow \infty$ |
| $T_e = 4,10^3 \text{ K}$ | | | | | | | | | | | |
| $r_1(5)$ | $6,1^{-18}n_e$ | $6,0^{-9}$ | $6,0^{-8}$ | $5,7^{-7}$ | $4,4^{-6}$ | $2,5^{-5}$ | $1,8^{-4}$ | $2,0^{-3}$ | $1,6^{-2}$ | $5,6^{-2}$ | $7,7^{-2}$ |
| | $1,1^{-15}n_e$ | $1,1^{-6}$ | $1,1^{-5}$ | $1,0^{-4}$ | $8,5^{-4}$ | $7,4^{-3}$ | $4,1^{-2}$ | $7,1^{-2}$ | $7,6^{-2}$ | $7,7^{-2}$ | $7,7^{-2}$ |
| $r_1(6)$ | $5,5^{-18}n_e$ | $5,4^{-9}$ | $5,2^{-8}$ | $4,3^{-7}$ | $2,3^{-6}$ | $1,0^{-5}$ | $7,2^{-5}$ | $7,7^{-4}$ | $6,5^{-3}$ | $2,2^{-2}$ | $3,0^{-2}$ |
| | $8,5^{-15}n_e$ | $8,2^{-7}$ | $7,9^{-6}$ | $6,3^{-5}$ | $3,8^{-4}$ | $2,9^{-3}$ | $1,6^{-2}$ | $2,8^{-2}$ | $3,0^{-2}$ | $3,0^{-2}$ | $3,0^{-2}$ |
| | $\rightarrow 0$ | 10^{10} | 10^{11} | 10^{12} | 10^{13} | 10^{14} | 10^{15} | 10^{16} | 10^{17} | 10^{18} | $\rightarrow \infty$ |
| $T_e = 8,10^3 \text{ K}$ | | | | | | | | | | | |
| $r_1(2)$ | $1,9^{-17}n_e$ | $1,9^{-7}$ | $1,9^{-6}$ | $1,9^{-5}$ | $1,9^{-4}$ | $1,9^{-3}$ | $1,8^{-2}$ | $1,0^{-1}$ | $2,0^{-1}$ | $2,2^{-1}$ | $2,2^{-1}$ |
| | $9,6^{-1}$ | $9,4^{-1}$ | $9,1^{-1}$ | $8,2^{-1}$ | $5,4^{-1}$ | $2,8^{-1}$ | $2,3^{-1}$ | $2,2^{-1}$ | $2,2^{-1}$ | $2,2^{-1}$ | $2,2^{-1}$ |
| $r_1(3)$ | $8,2^{-18}n_e$ | $8,2^{-8}$ | $8,1^{-7}$ | $8,0^{-6}$ | $7,7^{-5}$ | $6,1^{-4}$ | $4,5^{-3}$ | $2,4^{-2}$ | $4,7^{-2}$ | $5,1^{-2}$ | $5,2^{-2}$ |
| | $5,8^{-15}n_e$ | $5,6^{-5}$ | $5,4^{-4}$ | $4,8^{-3}$ | $2,6^{-2}$ | $4,7^{-2}$ | $5,1^{-2}$ | $5,2^{-2}$ | $5,2^{-2}$ | $5,2^{-2}$ | $5,2^{-2}$ |
| $r_1(4)$ | $6,0^{-18}n_e$ | $5,9^{-8}$ | $5,7^{-7}$ | $5,1^{-6}$ | $3,1^{-5}$ | $1,7^{-4}$ | $1,1^{-3}$ | $5,9^{-3}$ | $1,1^{-2}$ | $1,2^{-2}$ | $1,3^{-2}$ |
| | $1,8^{-15}n_e$ | $1,8^{-5}$ | $1,7^{-4}$ | $1,4^{-3}$ | $6,5^{-3}$ | $1,1^{-2}$ | $1,2^{-2}$ | $1,3^{-2}$ | $1,3^{-2}$ | $1,3^{-2}$ | $1,3^{-2}$ |
| $r_1(5)$ | $5,0^{-18}n_e$ | $4,8^{-8}$ | $4,4^{-7}$ | $2,7^{-6}$ | $1,1^{-5}$ | $5,0^{-5}$ | $3,2^{-4}$ | $1,7^{-3}$ | $3,3^{-3}$ | $3,6^{-3}$ | $3,6^{-3}$ |
| | $1,1^{-15}n_e$ | $1,0^{-5}$ | $8,9^{-5}$ | $5,3^{-4}$ | $2,0^{-3}$ | $3,3^{-3}$ | $3,6^{-3}$ | $3,6^{-3}$ | $3,6^{-3}$ | $3,6^{-3}$ | $3,6^{-3}$ |
| $r_1(6)$ | $4,5^{-18}n_e$ | $4,1^{-8}$ | $3,0^{-7}$ | $1,2^{-6}$ | $4,0^{-6}$ | $1,7^{-5}$ | $1,1^{-4}$ | $5,9^{-4}$ | $1,1^{-3}$ | $1,2^{-3}$ | $1,3^{-3}$ |
| | $8,6^{-15}n_e$ | $7,3^{-6}$ | $4,9^{-4}$ | $2,1^{-4}$ | $7,0^{-4}$ | $1,2^{-3}$ | $1,2^{-3}$ | $1,3^{-3}$ | $1,3^{-3}$ | $1,3^{-3}$ | $1,3^{-3}$ |
| | $\rightarrow 0$ | 10^{10} | 10^{11} | 10^{12} | 10^{13} | 10^{14} | 10^{15} | 10^{16} | 10^{17} | 10^{18} | $\rightarrow \infty$ |
| $T_e = 1,6 \cdot 10^4 \text{ K}$ | | | | | | | | | | | |
| $r_1(2)$ | $1,6^{-17}n_e$ | $1,6^{-7}$ | $1,6^{-6}$ | $1,5^{-5}$ | $1,6^{-4}$ | $1,5^{-3}$ | $1,1^{-2}$ | $3,2^{-2}$ | $3,9^{-2}$ | $4,0^{-2}$ | $4,0^{-2}$ |
| | $4,3^{-1}$ | $3,8^{-1}$ | $3,2^{-1}$ | $2,1^{-1}$ | $8,9^{-3}$ | $4,7^{-2}$ | $4,1^{-2}$ | $4,1^{-2}$ | $4,0^{-2}$ | $4,0^{-2}$ | $4,0^{-2}$ |

| | $\rightarrow 0$ | 10^{10} | 10^{11} | 10^{12} | 10^{13} | 10^{14} | 10^{15} | 10^{16} | 10^{17} | 10^{18} | $\rightarrow \infty$ |
|----------------------------------|-----------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|----------------------|
| r_2 (3) | $7, 2^{-18}n_e$ | $7, 1^{-8}$ | $7, 0^{-7}$ | $6, 8^{-6}$ | $5, 9^{-5}$ | $3, 3^{-4}$ | $1, 6^{-3}$ | $4, 1^{-3}$ | $4, 9^{-3}$ | $5, 1^{-3}$ | $5, 1^{-3}$ |
| r_3 (4) | $2, 9^{-15}n_e$ | $2, 5^{-5}$ | $2, 1^{-4}$ | $1, 3^{-3}$ | $3, 8^{-3}$ | $4, 9^{-3}$ | $5, 0^{-3}$ | $5, 1^{-3}$ | $5, 1^{-3}$ | $5, 1^{-3}$ | $5, 1^{-3}$ |
| r_1 (5) | $5, 2^{-18}n_e$ | $5, 1^{-8}$ | $4, 9^{-7}$ | $4, 0^{-6}$ | $1, 9^{-5}$ | $7, 1^{-5}$ | $3, 0^{-4}$ | $7, 8^{-4}$ | $9, 4^{-4}$ | $9, 6^{-4}$ | $9, 6^{-4}$ |
| | $9, 4^{-16}n_e$ | $8, 0^{-6}$ | $6, 4^{-5}$ | $3, 5^{-4}$ | $7, 9^{-4}$ | $9, 4^{-4}$ | $9, 6^{-4}$ | $9, 6^{-4}$ | $9, 6^{-4}$ | $9, 6^{-4}$ | $9, 6^{-4}$ |
| r_1 (6) | $4, 4^{-18}n_e$ | $4, 1^{-8}$ | $3, 5^{-7}$ | $1, 8^{-6}$ | $5, 9^{-6}$ | $1, 9^{-5}$ | $8, 1^{-5}$ | $2, 0^{-4}$ | $2, 5^{-4}$ | $2, 5^{-4}$ | $2, 5^{-4}$ |
| | $5, 7^{-16}n_e$ | $4, 6^{-6}$ | $3, 2^{-5}$ | $1, 2^{-4}$ | $2, 2^{-4}$ | $2, 5^{-4}$ | $2, 5^{-4}$ | $2, 5^{-4}$ | $2, 5^{-4}$ | $2, 5^{-4}$ | $2, 5^{-4}$ |
| r_1 (6) | $3, 8^{-18}n_e$ | $3, 4^{-8}$ | $2, 2^{-7}$ | $7, 7^{-7}$ | $2, 1^{-6}$ | $6, 6^{-6}$ | $2, 7^{-5}$ | $6, 8^{-5}$ | $8, 3^{-5}$ | $8, 4^{-5}$ | $8, 5^{-5}$ |
| | $4, 3^{-16}n_e$ | $3, 2^{-6}$ | $1, 6^{-5}$ | $4, 5^{-5}$ | $7, 4^{-5}$ | $8, 3^{-5}$ | $8, 5^{-5}$ | $8, 5^{-5}$ | $8, 5^{-5}$ | $8, 5^{-5}$ | $8, 5^{-5}$ |
| $T_e = 3, 2 \cdot 10^4 \text{K}$ | | | | | | | | | | | |
| r_1 (2) | $1, 5^{-7}$ | $1, 5^{-6}$ | $1, 5^{-5}$ | $1, 5^{-4}$ | $1, 5^{-3}$ | $1, 3^{-3}$ | $7, 2^{-2}$ | $1, 3^{-2}$ | $1, 4^{-2}$ | $1, 4^{-2}$ | $1, 4^{-2}$ |
| | $1, 0^{-1}$ | $8, 7^{-2}$ | $5, 6^{-2}$ | $2, 5^{-2}$ | $1, 6^{-2}$ | $1, 4^{-2}$ | $1, 4^{-2}$ | $1, 4^{-2}$ | $1, 4^{-2}$ | $1, 4^{-2}$ | $1, 4^{-2}$ |
| r_1 (3) | $6, 9^{-18}n_e$ | $6, 8^{-8}$ | $6, 7^{-7}$ | $6, 3^{-6}$ | $4, 9^{-5}$ | $2, 1^{-4}$ | $7, 3^{-4}$ | $1, 2^{-3}$ | $1, 3^{-3}$ | $1, 3^{-3}$ | $1, 3^{-3}$ |
| | $9, 7^{-16}n_e$ | $8, 3^{-6}$ | $6, 8^{-5}$ | $4, 0^{-4}$ | $1, 0^{-3}$ | $1, 3^{-3}$ | $1, 3^{-3}$ | $1, 3^{-3}$ | $1, 3^{-3}$ | $1, 3^{-3}$ | $1, 3^{-3}$ |
| r_1 (4) | $5, 0^{-18}n_e$ | $4, 8^{-8}$ | $4, 5^{-7}$ | $3, 4^{-6}$ | $1, 4^{-5}$ | $4, 2^{-5}$ | $1, 3^{-4}$ | $2, 1^{-4}$ | $2, 3^{-4}$ | $2, 3^{-4}$ | $2, 3^{-4}$ |
| | $3, 1^{-16}n_e$ | $2, 6^{-6}$ | $2, 0^{-5}$ | $9, 7^{-5}$ | $2, 0^{-4}$ | $2, 3^{-4}$ | $2, 3^{-4}$ | $2, 3^{-4}$ | $2, 3^{-4}$ | $2, 3^{-4}$ | $2, 3^{-4}$ |
| r_1 (5) | $4, 1^{-18}n_e$ | $3, 8^{-8}$ | $3, 2^{-7}$ | $1, 5^{-6}$ | $4, 2^{-6}$ | $1, 1^{-5}$ | $3, 4^{-5}$ | $5, 5^{-5}$ | $5, 9^{-5}$ | $6, 0^{-5}$ | $6, 0^{-5}$ |
| | $1, 9^{-16}n_e$ | $1, 5^{-6}$ | $9, 6^{-6}$ | $3, 2^{-5}$ | $5, 3^{-5}$ | $5, 9^{-5}$ | $6, 0^{-5}$ | $6, 0^{-5}$ | $6, 0^{-5}$ | $6, 0^{-5}$ | $6, 0^{-5}$ |
| r_1 (6) | $3, 6^{-18}n_e$ | $3, 1^{-8}$ | $1, 9^{-7}$ | $6, 0^{-7}$ | $1, 5^{-6}$ | $3, 8^{-6}$ | $1, 1^{-5}$ | $1, 8^{-5}$ | $2, 0^{-5}$ | $2, 0^{-5}$ | $2, 0^{-5}$ |
| | $1, 4^{-16}n_e$ | $9, 8^{-7}$ | $4, 7^{-6}$ | $1, 2^{-5}$ | $1, 8^{-5}$ | $2, 0^{-5}$ | $2, 0^{-5}$ | $2, 0^{-5}$ | $2, 0^{-5}$ | $2, 0^{-5}$ | $2, 0^{-5}$ |
| $T_e = 6, 4 \cdot 10^4 \text{K}$ | | | | | | | | | | | |
| r_1 (2) | $1, 6^{-17}n_e$ | $1, 6^{-7}$ | $1, 6^{-6}$ | $1, 6^{-5}$ | $1, 5^{-4}$ | $1, 3^{-3}$ | $5, 4^{-3}$ | $8, 0^{-3}$ | $8, 4^{-3}$ | $8, 5^{-3}$ | $8, 5^{-3}$ |
| | $5, 8^{-2}$ | $5, 1^{-2}$ | $4, 3^{-2}$ | $2, 8^{-2}$ | $1, 3^{-2}$ | $9, 1^{-3}$ | $8, 5^{-3}$ | $8, 5^{-3}$ | $8, 5^{-3}$ | $8, 5^{-3}$ | $8, 5^{-3}$ |
| r_1 (3) | $7, 3^{-18}n_e$ | $7, 2^{-8}$ | $7, 0^{-7}$ | $6, 5^{-6}$ | $4, 7^{-5}$ | $1, 8^{-4}$ | $4, 9^{-4}$ | $6, 8^{-4}$ | $7, 0^{-4}$ | $7, 1^{-4}$ | $7, 1^{-4}$ |
| | $5, 4^{-16}n_e$ | $4, 6^{-6}$ | $3, 8^{-5}$ | $2, 3^{-4}$ | $5, 7^{-4}$ | $6, 9^{-4}$ | $7, 1^{-4}$ | $7, 1^{-4}$ | $7, 1^{-4}$ | $7, 1^{-4}$ | $7, 1^{-4}$ |

Таблица II.2 (окончание)

| Коэффициент | $n_e, \text{ см}^{-3}$ | | | | | | | | | | |
|-----------------------------------|------------------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|----------------------|
| | 10^0 | 10^{11} | 10^{12} | 10^{13} | 10^{14} | 10^{15} | 10^{16} | 10^{17} | 10^{18} | 10^{19} | $\rightarrow \infty$ |
| $T_e = 6,4 \cdot 10^4 \text{ K}$ | | | | | | | | | | | |
| $r_1(4)$ | 5,0-8 | 4,7-7 | 3,4-6 | 4,3-5 | 3,5-5 | 8,6-5 | 4,2-4 | 1,2-4 | 1,2-4 | 1,2-4 | 1,2-4 |
| | 1,4-6 | 1,1-5 | 5,3-5 | 1,1-4 | 1,2-4 | 1,2-4 | 1,2-4 | 1,2-4 | 1,2-4 | 1,2-4 | 1,2-4 |
| $r_1(5)$ | 4,0-3 | 3,2-7 | 1,4-6 | 3,8-6 | 9,4-6 | 2,3-5 | 3,1-5 | 3,2-5 | 3,2-5 | 3,2-5 | 3,2-5 |
| | 8,0-7 | 5,2-6 | 1,7-5 | 2,9-5 | 3,2-5 | 3,2-5 | 3,2-5 | 3,2-5 | 3,2-5 | 3,2-5 | 3,2-5 |
| $r_1(6)$ | 3,2-8 | 1,9-7 | 5,9-7 | 4,4-6 | 3,2-6 | 7,7-6 | 1,0-5 | 1,0-5 | 1,1-5 | 1,1-5 | 1,1-5 |
| | 5,3-7 | 2,5-5 | 6,3-6 | 9,8-6 | 1,1-5 | 1,1-5 | 1,1-5 | 1,1-5 | 1,1-5 | 1,1-5 | 1,1-5 |
| $T_e = 1,28 \cdot 10^5 \text{ K}$ | | | | | | | | | | | |
| $r_1(2)$ | 1,8-7 | 1,8-6 | 1,8-5 | 1,7-4 | 1,4-3 | 5,1-3 | 7,0-3 | 7,3-3 | 7,3-3 | 7,3-3 | 7,3-3 |
| | 4,0-2 | 3,4-2 | 2,3-2 | 1,1-2 | 7,8-3 | 7,3-3 | 7,3-3 | 7,3-3 | 7,3-3 | 7,3-3 | 7,3-3 |
| $r_1(3)$ | 8,1-8 | 7,8-7 | 7,2-6 | 5,1-5 | 1,9-4 | 4,5-4 | 5,7-4 | 6,0-4 | 6,0-4 | 6,0-4 | 6,0-4 |
| | 3,8-6 | 3,2-5 | 1,9-4 | 4,9-4 | 5,9-4 | 6,0-4 | 6,0-4 | 6,0-4 | 6,0-4 | 6,0-4 | 6,0-4 |
| $r_1(4)$ | 5,6-8 | 5,2-7 | 3,7-6 | 1,4-5 | 3,6-5 | 8,1-5 | 1,0-4 | 1,1-4 | 1,1-4 | 1,1-4 | 1,1-4 |
| | 1,1-6 | 9,0-6 | 4,5-5 | 9,2-5 | 1,1-4 | 1,1-4 | 1,1-4 | 1,1-4 | 1,1-4 | 1,1-4 | 1,1-4 |
| $r_1(5)$ | 4,4-8 | 3,6-7 | 1,6-6 | 4,3-6 | 1,0-5 | 2,2-5 | 2,8-5 | 2,8-5 | 2,8-5 | 2,8-5 | 2,8-5 |
| | 6,5-7 | 4,3-6 | 1,5-5 | 2,5-5 | 2,8-5 | 2,8-5 | 2,9-5 | 2,9-5 | 2,9-5 | 2,9-5 | 2,9-5 |
| $r_1(6)$ | 3,6-8 | 2,1-7 | 6,7-7 | 1,6-6 | 3,5-6 | 7,5-6 | 9,5-6 | 9,8-6 | 9,8-6 | 9,8-6 | 9,8-6 |
| | 4,4-7 | 2,1-6 | 5,5-6 | 8,8-6 | 9,7-6 | 9,8-6 | 9,8-6 | 9,8-6 | 9,8-6 | 9,8-6 | 9,8-6 |

Примечание то же, что к табл. II.1; во втором столбце величину n_e следует считать в минус первой степени.

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ УРАВНЕНИЕ ФОККЕРА — ПЛАНКА И УРАВНЕНИЕ ФОККЕРА — ПЛАНКА В КОНЕЧНЫХ РАЗНОСТЯХ

В приложении показано, что от кинетической системы уравнений баланса можно перейти к уравнению Фоккера—Планка сначала в дифференциальной форме, а затем в конечно-разностной.

Населенность атома в состоянии k определяется из уравнения баланса (5.12)

$$\frac{dn_k}{dt} = \sum_n (n_n w_{nk} - n_k w_{kn}), \quad (\text{П.1})$$

где w_{kn} — вероятность перехода из состояния k в n . Пренебрегая дискретностью энергии при переходах, запишем эквивалентное (П.1) интегродифференциальное уравнение

$$\frac{dn(E)}{dt} = \int dE' [n(E') w(E', E) - n(E) w(E, E')]. \quad (\text{П.2})$$

Здесь $n(E)$ — концентрация атомов с энергией E , приходящаяся на интервал энергии от E до $E + dE$, причем $n(E) = n_k |dk/dE|$. Вероятности перехода w_{nk} и $w(E_n, E_k)$ связаны соотношением $w_{nk} = w(E_n, E_k) |dE_k/dk|$. Интегрирование (П.2) ведется по всей области отрицательных значений энергии до энергии атома в основном состоянии и по положительным энергиям, соответствующим переходам в континуум. Рассмотрим случай, когда $w(E, E')$ резко зависит от разности энергий $E - E'$ и сравнительно плавно от самих значений E и E' . Тогда вклад в интеграл (П.2) будут давать значения E' , близкие к E , и возможен переход от интегродифференциального уравнения (П.2) к уравнению в частных производных, описывающему диффузию в слабонеоднородной среде. Для осуществления этого перехода воспользуемся изящным приемом, предложенным в [2]. Умножим (П.2) на произвольную функцию $R(E)$ и проинтегрируем по E в той же области, что по E' . Получим

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \int R(E) dE n(E) &= \\ &= \iint dE dE' [n(E') w(E', E) R(E) - n(E) w(E, E') R(E)]. \end{aligned} \quad (\text{П.3})$$

Заменим в первом слагаемом правой части E на E' и наоборот, тогда двойной интеграл примет вид

$$\iint dE dE' n(E) w(E, E') [R(E') - R(E)]. \quad (\text{П.4})$$

Функцию $R(E')$ разложим в ряд Тейлора в окрестности точки E , удерживая члены со второй производной включительно:

$$R(E') \simeq R(E) + \frac{dR}{dE} (E' - E) + \frac{1}{2} \frac{d^2R}{dE^2} (E' - E)^2 + \dots$$

Подставим это разложение в (П.4) и выполним интегрирование по частям: для члена, содержащего производную dR/dE , один раз

и для члена, содержащего d^2R/dE^2 , — два раза. При этом произвольную функцию R можно выбрать так, чтобы она обратила в нуль внеинтегральные члены. В результате придем к выражению

$$\int dE R(E) \frac{dn(E)}{dt} = \int dE R(E) \frac{d}{dE} \left[-n(E) A(E) + \frac{d}{dE} (n(E) D(E)) \right], \quad (\text{П.5})$$

где

$$A(E) = \frac{d\langle \Delta E \rangle}{dt} = \int dE' (E' - E) w(E, E'), \quad (\text{П.6})$$

$$D(E) = (1/2) \frac{d\langle \Delta E^2 \rangle}{dt} = \int dE' (E' - E)^2 w(E, E'). \quad (\text{П.7})$$

Соотношение (П.5) может выполняться при произвольной $R(E)$, если

$$\frac{dn(E)}{dt} = \frac{d}{dE} \left[-n(E) A(E) + \frac{d}{dE} (n(E) D(E)) \right]. \quad (\text{П.8})$$

Выражение (П.8) — уравнение Фоккера—Планка. Правая часть (П.8) — дивергенция потока в пространстве энергии. Поток в пространстве энергии имеет вид

$$j = B(E) n(E) + D(E) \frac{dn(E)}{dE}, \quad (\text{П.9})$$

$$B(E) = -A + \frac{d}{dE} D(E). \quad (\text{П.10})$$

Первое слагаемое правой части (П.9) — кинематический член, учитывающий трение в пространстве энергии. Второе слагаемое — диффузионный член. Коэффициенты D и B связаны условием, вытекающим из требования обращения в нуль потока при равновесном распределении $n^0(E)$. Подставляя в (П.9) $n^0(E)$ и приравнявая поток нулю, находим

$$B = -D \frac{dn^0}{n^0 dE}. \quad (\text{П.11})$$

Введем

$$y(E) = n(E)/n^0(E). \quad (\text{П.12})$$

С учетом (П.11) и (П.12) выражение потока (П.9) представим так:

$$j = D(E) n^0(E) \frac{dy}{dE}. \quad (\text{П.13})$$

Решение этого уравнения рассмотрено в разд. 5.4.

При выводе (П.8) непрерывный дискретный энергетический спектр заменялся, что существенно ограничивает возможности такого подхода. Получим конечно-разностное уравнение диффузии, в котором учитываются конечные изменения энергии при переходах. Вывод этого уравнения во многом аналогичен выводу уравнения Фоккера—Планка.

Рассмотрим правую часть (П.1). Умножим ее на вспомогательную функцию R_k и просуммируем по всем значениям k , соответствующим переходам в дискретный и непрерывный спектры, т. е.

$$\sum_k R_k \sum_n (n_n w_{nk} - n_k w_{kn}). \quad (\text{П.14})$$

Переобозначим в первом слагаемом (П.14) индексы суммирования k и n . Тогда

$$\sum_n \sum_k n_k w_{kn} (R_n - R_k). \quad (\text{П.15})$$

Разложим функцию R_n в ряд по конечным разделенным разностям [3], удерживая вторую разность:

$$R_n \simeq R_k + \frac{\Delta R_{k-1}}{\Delta E_{k-1}} (E_n - E_k) + \\ + \frac{\Delta (\Delta R_{k-1} / \Delta E_{k-1})}{E_{k-1} - E_{k+2}} (E_n - E_k) (E_n - E_{k-1}) + \dots, \quad (\text{П.16})$$

где Δ — оператор, образующий конечную разность, $\Delta f_k = f_k - f_{k+1}$. Это разложение является конечно-разностным обобщением обычного разложения Тейлора. Разложение (П.16) переходит в разложение Тейлора, если конечное приращение энергии ΔE_k заменить бесконечно малым dE , разность $E_{k-1} - E_{k+1}$ на $2dE$ и т. д. Нетрудно проверить, что разложение дает точные значения функции R_n в точках $n = k$ и $n = k \pm 1$. Подставляя разложение (П.16) в (П.15), получаем

$$\sum_k n_k \left[\frac{\Delta R_{k-1}}{\Delta E_{k-1}} \frac{d \langle E_k \rangle}{dt} + \frac{\Delta (\Delta R_{k-1} / \Delta E_{k-1})}{E_{k-1} - E_{k+1}} \frac{d \langle \tilde{E}_k^2 \rangle}{dt} \right], \quad (\text{П.17})$$

где

$$\frac{d}{dt} \langle \Delta E_k \rangle = A_k = \sum_n w_{kn} (E_n - E_k), \quad (\text{П.18})$$

$$\frac{d}{dt} \langle \Delta \tilde{E}_k^2 \rangle = B_k = \sum_n w_{kn} (E_n - E_k) (E_n - E_{k-1}). \quad (\text{П.19})$$

Если в разложении (П.17) удержать третью разность, то возникает величина

$$\frac{d \langle \Delta \tilde{E}_k^3 \rangle}{dt} = \sum_n w_{kn} (E_n - E_{k+1}) (E_n - E_k) (E_n - E_{k-1}). \quad (\text{П.20})$$

Из структуры выражений (П.18) — (П.20) вытекает один важный вывод. Наиболее вероятные переходы между соседними уровнями $k \rightleftharpoons k \pm 1$ дают вклад лишь в $\langle \Delta E_k \rangle$ и $\langle \Delta \tilde{E}_k^2 \rangle$. В средние более высокого порядка, начиная с $\langle \Delta \tilde{E}_k^3 \rangle$, они вклада не дают. При наличии резкой зависимости вероятностей w_{kn} от разности энергии уровней можно ограничиться в разложении (П.16) тремя

первыми членами и не рассматривать члены с разностями более высоких порядков.

Для дальнейшего преобразования (П.17) необходимо перенести операторы Δ с функции R_k на n_k . Для этого используем тождество Абеля для суммирования по частям [3]:

$$\sum_k x_k \Delta y_k = x_k y_k |_k - \sum_k y_{k+1} \Delta x_k, \quad (\text{П.21})$$

где член $x_k y_k$ берется при значениях k , соответствующих крайним точкам интервала суммирования. Применим (П.21) один раз к первому члену (П.17) и два раза ко второму. Тогда, полагая, что отсуммированные члены за счет выбора функции R_k обращаются в нуль, получим

$$\begin{aligned} & \sum_k R_k \frac{dn_k}{dt} = \\ & = \sum_k R_k \Delta \left[\left(-A_k + \frac{\Delta \tilde{B}_{k-1}}{E_{k-2} - E_k} \right) \frac{n_k}{\Delta E_{k-1}} + \frac{B_{k-1}}{E_{k-2} - E_k} \frac{\Delta n_{k-1}}{\Delta E_{k-1}} \right]. \end{aligned} \quad (\text{П.22})$$

Поскольку R_k — произвольная функция, то это равенство имеет место при условии

$$\frac{dn_k}{dt} = \Delta j_k, \quad k > 1, \quad (\text{П.23})$$

где

$$j_k = \left(-A_k + \frac{\Delta B_{k-1}}{E_{k-2} - E_k} \right) \frac{n_k}{\Delta E_{k-1}} + \frac{B_{k-1}}{E_{k-2} - E_k} \frac{\Delta n_{k-1}}{\Delta E_{k-1}}. \quad (\text{П.24})$$

Уравнение (П.23) является искомым конечно-разностным уравнением. При стремлении конечных разностей ΔE_k к бесконечно малым оно переходит в уравнение Фоккера—Планка.

Перейдем к обсуждению уравнения (П.23). Удобно записать j_k несколько иначе, раскрывая конечную разность Δn_{k-1} и вычисляя коэффициенты при n_{k-1} и n_k . Это дает

$$j_k = z_{k-1, k} n_{k-1} - z_{k, k-1} n_k. \quad (\text{П.25})$$

Здесь

$$z_{k-1, k} = \frac{B_{k-1}}{\Delta E_{k-1} (E_{k-2} - E_k)}, \quad (\text{П.26})$$

$$z_{k, k-1} = \frac{A_k}{\Delta E_{k-1}} + \frac{B_k}{\Delta E_{k-1} (E_{k-1} - E_{k+1})}. \quad (\text{П.27})$$

Формулы (П.25)—(П.27) справедливы при $k > 1$. Если формально использовать (П.26), (П.27) для перехода $1 \rightarrow 2$, то возникнет неопределенная величина E_0 . Действительно, из (П.27) вытекает

$$z_{12} = B_1 / [(E_1 - E_2)(E_0 - E_2)]. \quad (\text{П.28})$$

Можно исключить E_0 , если воспользоваться граничным условием. Действительно, в сечении энергетической оси, проведенном ниже

основного состояния, поток j_1 должен обращаться в нуль. Запишем вытекающее из (П.25) необходимое для этого условие

$$j_1 = -n_1 z_{10} = 0.$$

Поскольку $n_1 \neq 0$, необходимо, чтобы

$$z_{10} = A/(E_1 - E_0) + B_1/[(E_1 - E_0)(E_0 - E_2)] = 0.$$

Отсюда

$$B_1/(E_0 - E_2) = -A_1.$$

Подставим это соотношение в (П.28), тогда

$$z_{12} = -A_1/(E_1 - E_2). \quad (\text{П.29})$$

Выясним, какой смысл имеют формально введенные $z_k, k_{\pm 1}$. Выражение потока (П.25) по форме совпадает с потоком в одно-квантовом приближении (см. (5.43)), когда учитываются лишь переходы $k \rightleftharpoons k \pm 1$. Величины $z_k, k_{\pm 1}$ можно назвать эффективными вероятностями одноквантовых переходов. Из (П.26) и (П.27) легко показать, что если при вычислении A_k и B_k ограничиться учетом только вероятностей переходов $w_k, k_{\pm 1}$, а остальные положить равными нулю, то придем к равенствам $z_{k-1, k} = w_{k-1, k}$ и $z_{k, k-1} = w_{k, k-1}$. Эффективные вероятности одноквантовых переходов, определяемые (П.26), (П.27), включают в себя, помимо одноквантовых, и другие переходы. Требование обращения потока в нуль в равновесии приводит к «соотношению детального баланса» для эффективных вероятностей, которое имеет вид

$$n_{k-1}^0 z_{k-1, k} = n_k^0 z_{k, k-1}, \quad (\text{П.30})$$

где n_k^0 — равновесная населенность уровня k . Это соотношение позволяет ограничиться лишь вычислением $z_{k-1, k}$ или $z_{k, k-1}$. Для $k > 1$ удобнее вычислять $z_{k-1, k}$, которые выражаются через B_{k-1} . Эффективная вероятность перехода $1 \rightarrow 2$ выражается через A_1 (см. (П.29)). Напомним, что $A_k = d \langle \Delta E_k \rangle / dt$ (A_k вычислена в гл. 2). Подставляя (2.92) в (П.29), получим

$$z_{12} = \frac{4 \sqrt{2\pi} n_e e^4 \Lambda_1}{\sqrt{m T_e} (E_1 - E_2)} \exp\left(-\frac{E_1 - E_2}{T_e}\right). \quad (\text{П.31})$$

Экспонента учитывает долю электронов, способных вызывать переходы $1 \rightarrow 2$, дающие основной вклад в эффективную вероятность z_{12} . Для вычисления эффективных вероятностей переходов между возбужденными уровнями ($k > 1$) обратимся к (П.19) и перепишем ее в виде

$$\begin{aligned} B_k &= \sum_n w_{kn} (E_n - E_k) (E_n - E_{k-1}) = \\ &= \sum_k w_{kn} (E_k - E_n)^2 - (E_{k-1} - E_k) \sum_n w_{kn} (E_n - E_k) = \\ &= \frac{d}{dt} \langle \Delta E_k^2 \rangle - \Delta E_{k-1} \frac{d \langle \Delta E_k \rangle}{dt}, \end{aligned} \quad (\text{П.32})$$

где $d \langle \Delta E_k^2 \rangle / dt$ и $d \langle \Delta E_k \rangle / dt$ — средние квадрат энергии и энергия, передаваемые атому в состоянии k при неупругих столкновениях (см. подразд. 2.5.2). Подставляя (2.92) и (2.96) в (П.32), получим

$$B_k = \frac{4 \sqrt{2\pi} e^4 n_e \Lambda_k}{\sqrt{m T_e}} \left(\frac{4}{3} E_k + E_{k-1} - E_k \right) \exp(-\Delta E_k / T_e) \simeq \\ \simeq \frac{4 \sqrt{2\pi} e^4 n_e \Lambda_k}{\sqrt{m T_e}} E_{k-1} \exp(-\Delta E_k / T_e). \quad (\text{П.33})$$

Экспонента учитывает долю электронов, вызывающих переход $k \rightarrow k + 1$, который, как видно из (П.19), вносит определяющий вклад в B_k . Подставляя (П.33) с индексом $k - 1$ в (П.26), находим

$$z_{k, k+1} = \frac{4 \sqrt{2\pi} e^4 n_e \Lambda_k E_{k-1}}{\sqrt{m T_e} \Delta E_k (E_{k-1} - E_{k+1})} \exp\left(-\frac{\Delta E_k}{T_e}\right), \quad k > 1. \quad (\text{П.34})$$

Формулы (П.31), (П.34) с учетом связи (П.28) полностью определяют эффективные вероятности одноквантовых переходов. График кулоновского логарифма Λ_k приведен на рис. 4.4. Для некоторых приложений нужны эффективные вероятности одноквантовых переходов, усредненные по максвелловскому распределению. Они имеют вид

$$z_{k, k+1}(\varepsilon) = \frac{4e^4 n_e \Lambda_k E_{k-1}}{\sqrt{2m\varepsilon} (E_{k-1} - E_{k+1}) \Delta E_k}, \quad k > 1, \\ z_{12}(\varepsilon) = \frac{4e^4 n_e \Lambda_1}{\sqrt{2m\varepsilon} \Delta E_1}.$$

ПРИЛОЖЕНИЕ 3

СХЕМЫ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ УРОВНЕЙ АТОМОВ

Энергетический спектр реального многоэлектронного атома состоит из множества уровней, характеризующихся соответствующим набором квантовых чисел. Система уравнений баланса, записанная для каждого из этих уровней, выглядела бы совершенно необозримой. Поэтому при решении кинетических задач производится некоторое «огрубление» реальной схемы уровней. В первую очередь оно связано с объединением групп близко расположенных уровней в некоторые эффективные уровни. Следует отметить, что, конечно, не существует универсального способа такого объединения и, более того, способ, пригодный при решении одних задач, может быть непригодным для других. При получении огрубленных энергетических схем различных атомов использованы следующие рекомендации.

1. В один уровень объединяются группы энергетически близких состояний. Этому уровню приписывается суммарный статистический вес $g_k = \sum g_i$ (k — номер объединенного уровня, i — ха-

Таблица П.3. Значения энергий связи и статистических весов объединенных состояний атомов аргона и криптона

| Уровень | Объединяемые конфигурации | Средняя энергия, эВ | Суммарный статистический вес | Уровень | Объединяемые конфигурации | Средняя энергия, эВ | Суммарный статистический вес |
|---------|--------------------------------------|---------------------|------------------------------|---------|----------------------------|---------------------|------------------------------|
| Аргон | | | | Криптон | | | |
| 1 | $3p^{61}S_0$ | 15,75 | 1 | 1 | $4p^{61}S_0$ | 14,0 | 1 |
| 2 | $4s, 4s'$ | 4,11 | 12 | 2 | $5s$ | 4,04 | 8 |
| 3 | $4p, 4p'$ | 2,59 | 36 | 3 | $5s'$ | 3,38 | 4 |
| 4 | $5s, 5s', 3d, 3d'$ | 1,67 | 72 | 4 | $5p$ | 2,53 | 24 |
| 5 | $6s, 6s', 5p, 5p', 4d, 4d', 4f, 4f'$ | 0,92 | 176 | 5 | $5p', 6s, 4d$ | 1,8 | 60 |
| | | | | 6 | $6s', 6p, 4d', 5d, 7s, 4f$ | 1,0 | 143 |

характеризует отдельный уровень объединяемой группы) и средняя энергия $E_k = \sum g_i E_i / \sum g_i$.

2. Производится упорядочение последовательности объединенных состояний по мере убывания их энергии связи. Так, основному состоянию атома приписывается индекс 1 и оно характеризуется g_1, E_1 . Нижележащее возбужденное состояние имеет индекс 2 и характеризуется g_2, E_2 , затем состояния с индексом 3 — g_3, E_3 и т. д.

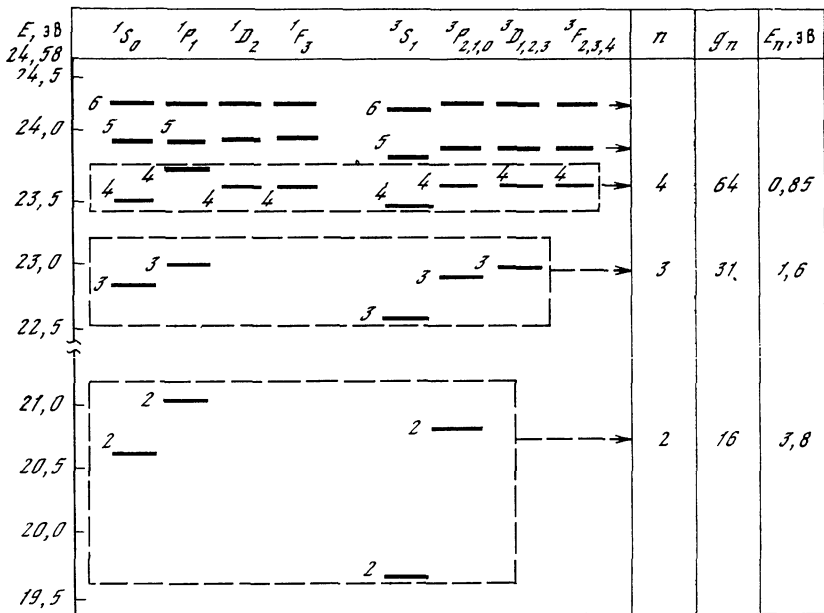
Как известно, по мере уменьшения энергии связи уровни сложных атомов становятся все более близкими к водородным. Поэтому для любого сложного атома, начиная с каких-то k , набор E_k, g_k практически водородоподобен. При этом $E_k = Ry/k^{*2}$, $g_k = 2\gamma k^{*2}$, где γ — статистический вес остаточного иона, k^* — главное квантовое число соответствующего водородного уровня.

Рассмотрим для примера схему термов атома аргона (см. рис. 1, в). Основное состояние этого атома — $3p^{61}S_0, E_1 = 15,75$ эВ, $g_1 = 1$. Затем удобно объединить в один уровень группы близко расположенных состояний $4s$ и $4s'$, приписав ему статистический вес 12 и энергии связи 4,11 эВ. Аналогично объединяется группа состояний $4p, 4p'$ (см. табл. П.3). Пятое состояние объединяет уровни $6s, 6s', 5p, 5p', 4d, 4d', 4f, 4f'$ и имеет энергию связи $E_5 = 0,92$ эВ и $g_5 = 176$. Эти значения близки к водородоподобным с главным квантовым числом 4. Действительно, поскольку фактор γ для аргона равен 6, то $2\gamma 4^2 = 192$, а $E = Ry/16 \simeq 0,85$ эВ. Поэтому шестое и последующие состояния аргона можно считать водородоподобными с $E_k = Ry/(k-1)^2$ и $g_k = 12(k-1)^2$, где k — номер уровня в последовательности.

В табл. П.3. приводятся объединяемые конфигурации, их средние энергии и суммарные статистические веса для атомов аргона и криптона.

На рис. 1, а—д приведены схемы уровней He, Cs, Ar, Xe, Kr. Дана обычная схема уровней и приведены значения n, g_n, E_n , со-

а



б

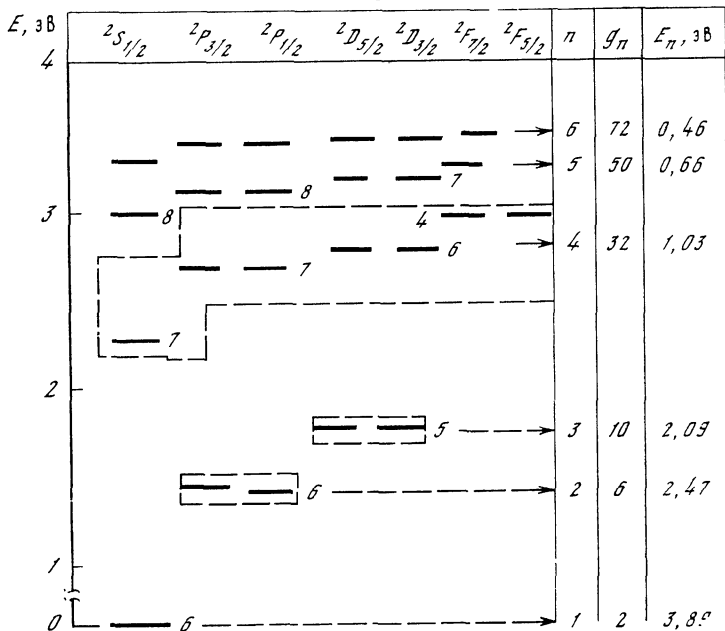
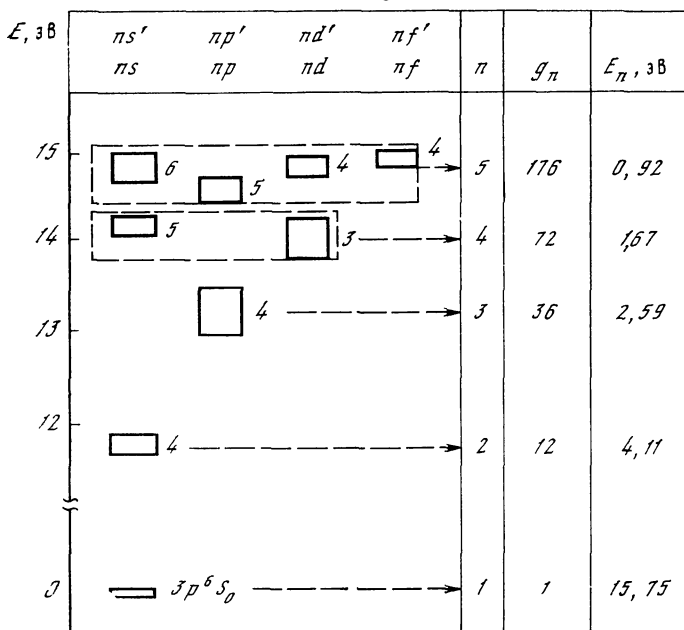


Рис. 1. Схема энергетических уровней атомов гелия (а), цезия (б), аргона (в), ксенона (г) и криптона (д)

б



в

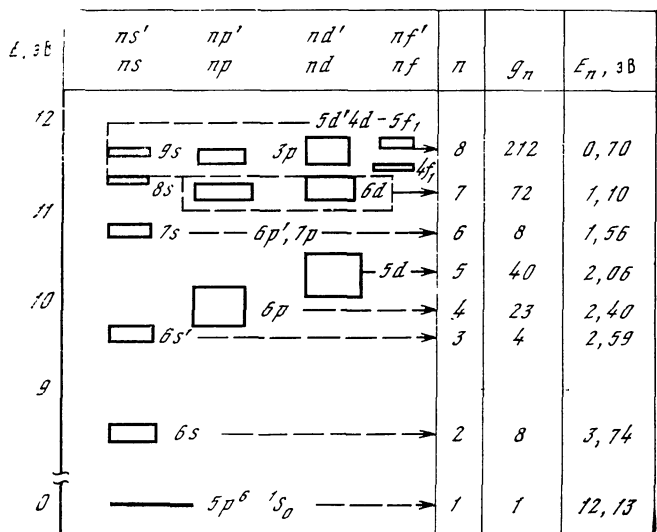


Рис. 1. (продолжение)

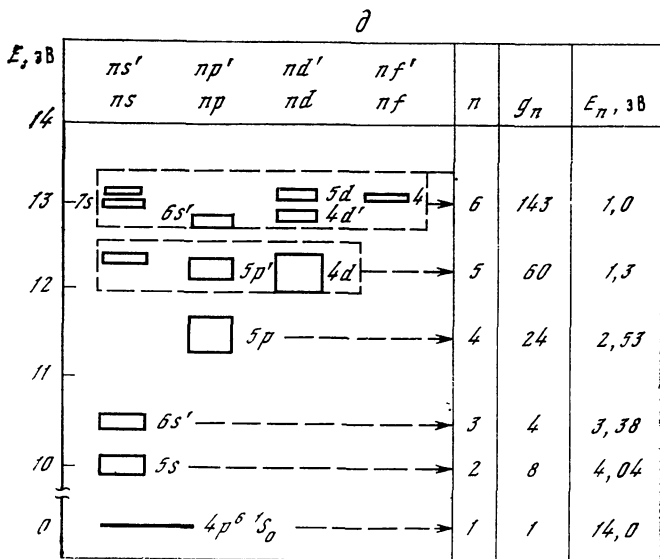


Рис. 1. (окончание)

ответствующие объединенным уровням. Группы состояний, объединенных в один уровень, выделены прямоугольником. Значения средней энергии объединяемого уровня показаны стрелками. Величины n , g_n , E_n (см. рис. 1, а—д) даны для уровней, которые заметно отличаются от водородоподобных.

ПРИЛОЖЕНИЕ 4

ПРИМЕР РАСЧЕТА НАСЕЛЕННОСТЕЙ ВОЗБУЖДЕННЫХ АТОМОВ В МОДИФИЦИРОВАННОМ ДИФфуЗИОННОМ ПРИБЛИЖЕНИИ

Приведем пример расчета населенностей в модифицированном диффузионном приближении для атома цезия в условиях эксперимента [4]. Рассмотрим условия с $n_e = 6,5 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-3}$, $n_1 = 1,2 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$ и $T_e = 3850 \text{ К}$, радиус разрядной трубки 1 см. Разряд осуществлялся в чистом цезии. Огрубленная схема уровней атома цезия приведена на рис. 1, б.

Расчет населенностей можно разбить на несколько этапов.

1. Определение относительных населенностей y_1 , y_e . На этом этапе сопоставляются измеренные значения n_1 и n_e со значениями n_1^0 и n_e^0 , рассчитанными по формуле Саха при той же электронной температуре. Такое сопоставление проводится при условии сохранения числа тяжелых частиц $n_e + n_1 = n_e^0 + n_1^0 = n$. Для нахождения n_1^0 и n_e^0 используем формулы

$$n_e^0 = nx, \quad n_1^0 = n(1 - x),$$

где

$$x = (K_1/2n)(\sqrt{1 + 4n/K_1} - 1) \quad (\text{П.35})$$

— равновесная степень ионизации, $K_1 = \frac{2\Sigma_i(2\pi m T_e)^{3/2}}{g_1 h^3} \exp(-E_1/T_e)$ — константа ионизационного равновесия. Для ее вычисления удобно использовать формулу (в см³)

$$K_1^{-1} = 3,3 \cdot 10^{-22} \frac{g_1}{2\Sigma_i} \frac{e^{E_1/T_e}}{T_e^{3/2}}, \quad (\text{П.36})$$

где T_e выражено в эВ.

Для цезия фактор $g_1/2\Sigma_i = 1$, $E_1 = 3,89$ эВ, поэтому при $T_e = 3850$ К фактор $K_1/n = 2,75 \cdot 10^{-2}$. Из (П.35) находим, что $x = 0,974$, откуда $n_e^0 = 1,17 \cdot 10^{14}$, $n_1^0 = 3,12 \cdot 10^{12}$ см⁻³. Соответственно $y_1 = n_1/n_1^0 = 38$, $y_e = n_e/n_e^0 = 5,56 \cdot 10^{-2}$. Эти цифры показывают, что в равновесных условиях ионизация была бы почти полная. Реальная концентрация электронов в разряде на два порядка ниже равновесной.

2. Расчет эффективных вероятностей одноквантовых переходов. Эффективные вероятности одноквантовых переходов удобно вычислять по формулам (4.19) и (4.20) с использованием графика рис. 4.4 для кулоновского логарифма Λ_k . Значения статистических весов и энергии связи огрубленной схемы энергетических уровней Cs приведены на рис. 1, б. На рис. 2 представлены значения эффективных вероятностей переходов $z'_{k+1,k} = z_{k+1,k}/n_e$ в зависимости от температуры электронов для разных переходов. Обращает на себя внимание слабая зависимость $z'_{k+1,k}$ от T_e . В спектре цезия (см. рис. 1, б) имеются относительно большие энергетические окна между первым и вторым уровнями и между третьим и четвертым. Второй и третий уровни близки друг к другу. В соответствии с этим из рис. 2 следует, что $z'_{21} \simeq z'_{43} \ll z'_{32}$. Начиная с $k = 4$, $z'_{k+1,k}$ монотонно возрастают с ростом k . График на рис. 2 дает необходимую для расчетов информацию об эффективных вероятностях переходов.

3. Учет радиационных процессов. В соответствии с МДП влияние радиационных процессов на кинетику заселения проявляется через факторы Π_k , определяемые формулой (5.54). Для их расчета, помимо вероятностей $z'_{k+1,k}$, необходим набор величин A_k (5.48). Вероятности радиационных переходов A_{kn} для атома цезия можно взять из справочника [5]. Усредняя их в соответствии с используемым объединением уровней, получим следующие значения величин A_k для оптически тонкой плазмы: $A_2 \simeq 3,6 \cdot 10^7$ с⁻¹, $A_3 = 0,08 \cdot 10^7$ с⁻¹, $A_4 \simeq 1,8 \cdot 10^7$ с⁻¹. Переходы на основное состояние заметно реабсорбированы. Оценим фактор θ для них. Оценку выполним для резонансного перехода, поскольку он дает определяющий вклад в A_2 . Вероятность вылета фотона из осевой области плазменного объема цилиндрической конфигурации радиуса R

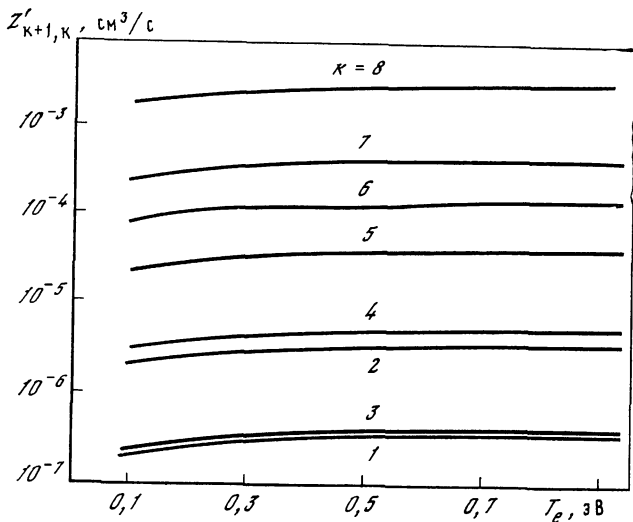


Рис. 2. Значения эффективных вероятностей одноквантовых переходов, рассчитанных на один электрон, для атома цезия

определяется формулой

$$\theta = \frac{1}{2\sqrt{k_0 R}},$$

где k_0 — коэффициент поглощения в центре спектральной линии

$$k_0 = \frac{4\pi e^2}{mc} n_1 f_{12} \frac{1}{\gamma}, \quad (\text{П.37})$$

n_1 — концентрация атомов на нижнем уровне, f_{12} — сила осциллятора для поглощения при радиационном переходе, γ — полуширина спектральной линии в с^{-1} .

Анализ различных механизмов уширения в условиях эксперимента [4] показывает, что основной причиной уширения является резонансная передача энергии возбуждения при столкновении нормального и резонансно-возбужденного атомов цезия. Этот механизм уширения обсуждается, например, в [6]. В этом случае полуширина линии определяется выражением

$$\gamma = \frac{\pi e^2 n_1 f_{12}}{m\omega_0}.$$

Подставляя это выражение в (П.37), получим $k_0 = 8\pi/\lambda$. Для резонансного перехода в цезии $\lambda = 8944 \text{ \AA}$, поэтому $k_0 = 2,5 \cdot 10^5 \text{ см}^{-1}$. Соответственно $\theta = 10^{-3}$. Таким образом, с учетом реабсорбции $A_2^* = A_2 \theta = 3,6 \cdot 10^4 \text{ с}^{-1}$. Из рис. 2 следует, что при $T_e = 3850 \text{ К}$ и $n_e = 6,5 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-3}$ имеем $z_{21} = 1,83 \cdot 10^6 \text{ с}^{-1}$. Отношение $A_2^*/z_{21} \approx 0,02$, что указывает на малую роль излучения между 1-м и 2-м уровнями. Аналогично можно показать, что отношение

$A_3^*/z_{32} \ll 1$. Для следующего перехода $3 \rightarrow 4$ в случае оптически тонкого слоя $A_4/Z_{43} \sim 9$. Переходы между этими состояниями также частично реабсорбированы. Для того чтобы понять, насколько результаты чувствительны к выбору A_4^* , проведем расчеты для $\theta = 1$ и $\theta = 0,1$. Если окончательные результаты малочувствительны к вариации θ , то этим можно и ограничиться.

Радиационные переходы между более высокими уровнями в данных условиях полностью подавлены столкновительными. Таким образом, для данной задачи имеем значения факторов $\Pi_1 = \Pi_2 = \Pi_3 = 1 + A_4^*/z_{43}$, $\Pi_k = 1$, если $k > 3$.

4. Расчет распределения населенностей. При известных $z_k, k_{\pm 1}$ и Π_k расчет относительных населенностей проводим по формуле (5.53). Для сопоставления с экспериментальными значениями населенностей, представленными на рис. 5.9, по известным y_k найдем значения $n_k/g_k = n_k^0 y_k/g_k$. Полученные таким образом расчетные данные представлены на рис. 5.9. Расчеты проводились при значениях θ , определяющих $A_4^* = A_4 \theta$ и равных 1 и 0,1. Такая вариация мало сказывалась на виде расчетного распределения.

Глава 1

1. *Веденов А. А.* Термодинамика плазмы.— В кн.: Вопросы теории плазмы/Под ред. М. А. Леонтовича. М.: Атомиздат, 1963, вып. 1, с. 273.
2. *Храпак А. Г. Якубов И. Т.* Электроны в плотных газах и плазме. М.: Наука, 1981. 282 с.
3. *Кудрин Л. В.* Статистическая физика плазмы. М.: Атомиздат, 1974. 496 с.
4. *Хастед Дж.* Физика атомных столкновений. М.: Мир, 1965. 710 с.
5. *Елецкий А. В., Палкина Л. А., Смирнов Б. М.* Явления переноса в слабоионизованной плазме. М.: Атомиздат, 1975. 334 с.
6. *Брагинский С. И.* Явления переноса в плазме.— В кн.: Вопросы теории плазмы/Под ред. М. А. Леонтовича. М.: Атомиздат, 1963, вып. 1, с. 183.
7. *Трубников Б. А.* Столкновения частиц в полностью ионизованной плазме.— Там же, с. 98.
8. *Веденов А. А.* Введение в теорию слабогатурбулентной плазмы.— Там же, вып. 2, с. 203.
9. *Кадошцев Б. Б.* Турбулентность плазмы.— Там же, 1964, вып. 4, с. 188.

Глава 2

1. *Хастед Дж.* Физика атомных столкновений. М.: Мир, 1965. 512 с.
2. *Мак Даниель И.* Процессы столкновений в ионизированных газах. М.: Мир, 1967. 832 с.
3. *Никитин Е. Е.* Теория элементарных атомно-молекулярных процессов в газах. М.: Химия, 1970. 456 с.
4. Атомные и молекулярные процессы/Под ред. Д. Бейтса. М.: Мир, 1964. 777 с.
5. *Смирнов Б. М.* Атомные столкновения и элементарные процессы в плазме. М.: Атомиздат, 1968. 363 с.

6. *Смирнов Б. М.* Физика слабоионизованного газа. М.: Наука, 1972. 416 с.
7. *Смирнов Б. М.* Асимптотические методы в теории атомных столкновений. М.: Атомиздат, 1973. 294 с.
8. *Смирнов Б. М.* Ионы и возбужденные атомы. М.: Атомиздат, 1974. 456 с.
9. *Вайнштейн Л. А., Собельман И. И., Юков Е. А.* Возбуждение атомов и уширение спектральных линий. М.: Наука, 1979. 319 с.
10. *Друкарев Г. Ф.* Столкновения электронов с атомами и молекулами. М.: Наука, 1978. 255 с.
11. *Браун С.* Элементарные процессы в плазме газового разряда. М.: Атомиздат, 1961. 323 с.
12. *Kieffer L. J.* A compilation of electron collision cross section data modeling gas discharge lasers: JILA Information Center Rept 13. Boulder (Col.): Univ. Colorado, 1973.
13. *Собельман И. И.* Введение в теорию атомных спектров. 2-е изд. М.: Физматгиз, 1963. 640 с; М.: Наука, 1977. 319 с.
14. *Елецкий А. В., Палкина Л. А., Смирнов Б. М.* Явления переноса в слабоионизованной плазме. М.: Атомиздат, 1975. 333 с.
15. *Michels H. H., Harris F. E., Scolsky R. M.* Calculation of cross-sections for electron-helium collisions.— Phys. Lett., 1969, vol. 28A, p. 467.
16. *Callaway J., La Bahn R. W., Pu R. T.* et al. Extended polarization potential: applications to atomic scattering.— Phys. Rev., 1968, vol. 168, p. 12.
17. *O'Malley T. F. A. A.* Modification of effective-range theory in presence of a long-range (r^{-4}) potential.— J. Math. Phys., 1961, vol. 2, N 4, p. 491.
18. *Crompton R. W., Elford M. T., Jory R. L.* The momentum transfer cross section for electrons in

- helium. — Austral. J. Phys., 1967, vol. 20, N 4, p. 369.
19. *Frost L. S., Phelps A. V.* Momentum-transfer cross section for slow electrons in He, Ar, Kr and Xe from transport coefficients.— Phys. Rev., 1964, vol. A/36, N 6, p. 1536.
 20. *O'Malley T. F., Thomas F.* Extrapolation of electron rate gas atom cross section to zero energy.— Phys. Rev., 1963, vol. 130, N 5, p. 1020.
 21. *Hoffman C. R., Skarsgard H. M.* Momentum-transfer cross section and conductivity ratios for low-energy electrons in He, Ne, Kr and Xe.— Phys. Rev., 1969, vol. 178, N 1, p. 168.
 22. *Nighan W. L.* Low-energy electron momentum transfer collisions in cesium plasmas.— Phys. Fluids, 1967, vol. 10, N 5, p. 1085.
 23. *Chen C. L., Raether M.* Collision cross section of slow electrons and ions with cesium atoms.— Phys. Rev., 1962, vol. 128, N 6, p. 2679.
 24. *Harris L. P.* Electrical conductivity of cesium-seeded atmospheric pressure plasmas near thermal equilibrium.— J. Appl. Phys., 1963, vol. 34, N 5, p. 2958.
 25. *Itikawa Y.* Electron atom momentum transfer cross section.— Atom. Data and Nucl. Data Tables, 1974, vol. 14, N 1, p. 2.
 26. *Hake R. D., Phelps A. V.* Momentum transfer and inelastic — collisions cross section for electrons in O₂, CO, and CO₂.— Phys. Rev., 1967, vol. 158, N 1, p. 70.
 27. *Gibson D. K.* The cross section for rotational excitation of H₂ and D₂ by low-energy electrons.— Austral. J. Phys., 1970, vol. 23, p. 683.
 28. *Crompton R. W., Gibson D. K., McIntosh A. I.* The cross section for the J = 0 2 rotational excitation of hydrogen by slow electrons.— Austral. J. Phys., 1969, vol. 22 p. 715.
 29. *Engelhardt A. G., Phelps A. V., Risk C. G.* Determination of momentum transfer and inelastic collision cross section for electrons in nitrogen using transport coefficients.— Phys. Rev., 1964, vol. 135, p. A1566.
 30. *Fite W. L., Brackman R. T.* Collisions of electrons with Hydrogen atoms. II excitation of Lyman-Alpha radiation.— Phys. Rev., 1958, vol. 112, N 4, p. 1151.
 31. *Omidvar K.* 2s and 2p electron impact excitation in atomic Hydrogen.— Phys. Rev., 1964, vol. 133, p. 970.
 32. *Leep D., Gallanger A.* Excitation of the Mg and Mg⁺ resonance lines by electron impact or Mg atoms, I. Electronic and atomic collision.— In: Abstracts of Papers of the IX ICPEAC. Seattle (USA), 1975, p. 35.
 33. *Фабрикант И. И.* Столкновения молекулярных электронов с атомами щелочноземельных элементов.— В кн.: Атомные процессы. Рига: Зинатне, 1975, с. 54.
 34. *Алексахин И. С., Запесочный И. П.* Сечение возбуждения нижних уровней лития.— Опт. и спектр., 1967, т. 22, № 4, с. 843.
 35. *Розгачев К. И.* Ступенчатое возбуждение атомов ртути электронным ударом.— Там же, 1958, т. 4, № 5, с. 549.
 36. *Герасимов Г. Н., Старцев Г. П.* О ступенчатом возбуждении в гелии.— Там же, 1974, т. 36, № 5, с. 834.
 37. *Drawin H. W., Emard F.* Instantaneous population densities of the excited levels of hydrogen atoms and hydrogen-like ions in plasmas.— Physica, 1977, vol. 85c, p. 333.
 38. *Mahan A. H., Gallagher A., Smith S. J.* Electron impact excitation of the 3S, 3P and 3D states of H.— Phys. Rev., 1976, vol. A13, N 1, p. 156.
 39. *Omidvar K., Kyle N. L., Sullivan E. C.* Ionization of multielectron atoms by fast charged particles.— Phys. Rev., 1972, vol. A5, p. 1174.
 40. *McGwire.* Inelastic scattering of electrons and protons by elements He to Na⁺.— Phys. Rev., 1971, vol. A3, p. 267.
 41. *Peach G.* Ionization of atoms and positive ions by electron impact.— J. Phys., 1971, vol. B4, p. 1670.
 42. *Биберман Л. М., Торочкин Ю. Н., Ульянов К. Н.* К теории ступенчатой ионизации и рекомбинации.— ЖТФ, 1962, т. 32, № 7, с. 827.

43. *Rapp D., Englander-Golden P.* Total cross section for ionization and attachment in gases by electron impact.— *J. Chem. Phys.*, 1965, vol. 43, N 3, p. 1461.
44. *Dolder K., Harrison M. F. A., Thoneman P. C.* A measurement of the ionization cross-section of helium ions by electron impact.— *Proc. Roy. Soc. (London)*, 1961, vol. 264, N 1312, p. 367.
45. *Vriens L., Bonten T. F. M., Smith J. A.* Excitation to the metastable states and ionization from ground and metastable states in helium.— *Physica*, 1968, vol. 40, N 2, p. 229.
46. *Long D. R., Geballe R.* Electron-impact ionization of He ($2s^3S$).— *Phys. Rev.*, 1970, vol. A1, N 2, p. 260.
47. *Linenberger W. C., Hopper J. W., McDaniel E. W.* Absolute cross section for single ionization of alkali ions by electron impact.— *Phys. Rev.*, 1966, vol. 141, p. 151.
48. *Wareing J. B., Dolder K. T.* A Measurement of the cross section for ionization of Li^+ to Li^{2+} by electron impact.— *Proc. Phys. Soc.*, 1967, N 4, p. 887.
49. *Peart B., Dolder K. T.* Measurements of cross section for the ionization of Li^+ and Ba^+ ions by electron impact.— *J. Phys.*, 1968, vol. B1, p. 872.
50. *Запесочный И. П., Александрин И. С.* Ионизация атомов щелочных металлов медленными электронами.— *ЖЭТФ*, 1968, т. 55, с. 76.
51. *McFahrland R. H., Kinney J. D.* Absolute cross section of lithium and other alkali metal atoms for ionization electrons.— *Phys. Rev.*, 1965, vol. 137 A, N 4, p. 1058.
52. *Boyd R. L., Green G. W.* Measurement of effective cross section for ionization by electron impact.— *Proc. Phys. Soc.*, 1958, vol. 71, p. 351.
53. *Schulz G. J.* Vibrational Excitation of N_2 , CO and H_2 by electron impact.— *Phys. Rev.*, 1964, vol. 135A, N 4, p. 988.
54. *Boness M. J. W., Schulz G. J.* Vibrational excitation of CO_2 by electron impact.— *Phys. Rev. Lett.*, 1968, vol. 21, p. 1031.
55. *Chen J. G. Y.* Direct and resonance rotation excitation of molecules by slow electrons.— *Phys. Rev.*, 1966, vol. 146, p. 61.
56. *Мнацаканян А. Х.* Кинетика элементарных процессов в плазме инертных газов, молекул и паров щелочных металлов.— *Теплофизика высоких температур*, 1974, т. 12, № 4, с. 858.
57. *Gilmore F. R., Baer E., McGowan I. W.* A review of atomic and molecular excitation mechanisms in nonequilibrium gases up to 2000 K.— *JQSRT*, 1969, vol. 9, N 2, p. 157.
58. *Биберман Л. М., Мнацаканян А. Х.* Об обмене энергией между электронным и молекулярным газом.— *Теплофиз. высоких температур*, 1966, т. 4, № 4, с. 491.
59. *Мнацаканян А. Х.* Баланс энергии электронов в плазме с молекулярными примесями.— Там же, 1970, т. 8, № 6, с. 1149.
60. *Crawford O. H., Dalgarno A., Hays P. B. et al.* Electron collision frequencies in polar gases.— *Mol. Phys.*, vol. 13, N 2, p. 181.
61. *Gerjuoy E., Stein S.* Rotation excitation by slow electrons.— *Phys. Rev.*, 1955, vol. 97, N 6, p. 1671.
62. *Harwell K. E., Jahn R. G.* Initial ionization rates in shock-heated argon, krypton and xenon.— *Phys. Fluids*, 1964, vol. 7, N 2, p. 214.
63. *Kelly A. J.* Atom-atom ionization cross section of the noble gases argon, krypton and xenon.— *J. Chem. Phys.*, 1966, vol. 45, N 5, p. 1723.
64. *McLaren T. J., Hobson R. M.* Initial ionization rates and collision cross section in shock-heated argon.— *Phys. Fluids*, 1968, vol. 11, p. 2162.
65. *Cohen J. S.* Multistate curve-crossing model for scattering: associative ionization and excitation transfer in helium.— *Phys. Rev.*, 1967, vol. 13A, N 1, p. 99.
66. *Teter M. P., Niles F. S., Robertson W. W.* Hornbeck-molnar cross sections for the n-3 states of helium.— *J. Chem. Phys.*, 1966, vol. 44, N 8, p. 3018.
67. *Павловская Е. Н., Подмошен-*

- ский И. В. Влияние атомных столкновений на заселенности уровней гелия.— *Опт. и спектр.*, 1973, т. 34, с. 19.
68. Пресняков Л. П., Уланцев А. Д., Шелепин Л. И. О влиянии неупругих столкновений на процессы релаксации в низкотемпературной плазме.— Там же, 1968, т. 24, № 5, с. 677.
 69. Bates D. R., Khare S. P. Recombination of positive ions and electrons in a dense molecular gas.— *Proc. Phys. Soc.*, 1965, vol. 85, p. 231.
 70. Мнацаканян А. Х., Найдис Г. В. Ионизация атомов и рекомбинация атомарных ионов и электронов в неравновесной атомно-молекулярной плазме: Препринт ИВТАН, № 1—43. М., 1979.
 71. Jenkins D. R. The determination of cross section for the quenching of resonance radiation of metal atoms I.— *Proc. Roy. Soc. (London)*, 1966, vol. 293, N 1435, p. 493.
 72. Jenkins D. R. The determination of cross-section for the quenching of resonance radiation of metal atoms II.— *Proc. Roy. Soc. (London)*, 1968, vol. 303, p. 453.
 73. Jenkins D. R. The determination of cross-section for the quenching of resonance radiation of metal atoms. V.— *Proc. Roy. Soc. (London)*, 1969, vol. 313, p. 551.
 74. Демидов В. И., Колоколов Н. Б. Взаимодействия между возбужденными атомами в плазме послесвечения неона.— *ЖТФ*, 1978, т. 48, № 9, с. 1832.
 75. Hayden H. C., Utterback N. G. Ionization of helium, neon, nitrogen by helium atoms.— *Phys. Rev.*, 1964, vol. 135, N 6A, p. 1575.
 76. Olson R. E. Low-energy theoretical inelastic-scattering differential cross section for the process $H^+ + He \rightarrow He^+ + He$ (2^3S).— *Phys. Rev.*, 1972, vol. 5A, p. 2094.
 77. Полак Л. С., Словецкий Д. И. Диссоциативная рекомбинация молекулярных ионов с электронами и ассоциативная ионизация.— В кн.: Экспериментальные и теоретические исследования неравновесных физико-химических процессов I. М.: ИХХС АН СССР, 1974, С.
 78. Корчевой Ю. П. Эффективность ассоциативной ионизации в парах цезия в зависимости от квантовых состояний и тепловой энергии взаимодействующих атомов.— *ЖЭТФ*, 1978, т. 75, № 4, с. 1231.
 79. Peterson W., Steiger W. R. F-region nightglow emissions of atomic oxygen.— *J. Geophys. Res.*, 1966, vol. 71, N 9, p. 2267.
 80. Wellenstein H. F., Robertson W. W. Collisional relaxation processes for the $n=3$ states of helium I. Excitation transfer by normal atoms and by electrons.— *J. Chem. Phys.*, 1972, vol. 56, N 3, p. 1072.
 81. Huffman R. F., Katayama D. H. Photoionization study of diatomic ion formation in argon, krypton and xenon.— *J. Chem. Phys.*, 1966, vol. 45, N 1, p. 136.
 82. Добролеж Б. В., Ключарев А. Н., Сепман В. Ю. Определение константы скорости процесса ассоциативной ионизации в оптически возбужденных парах цезия.— *Опт. и спектр.*, 1975, т. 38, с. 1090.
 83. Antonov E. E., Korchevoj Yu. P., Lukachenko V. I., Hilko I. N. The cross-section of associative generation of Cs_2^+ ions for different excited states of atoms: *Contribs. Pap. 12 ICPIG. Endhoven*, 1975, p. 33.
 84. Frommhold L., Biondi M. A. Interferometric study of dissociative recombination radiation in neon and argon afterglow.— *Phys. Rev.*, 1969, vol. 185, N 1, p. 244.
 85. Герасимов Г. Н., Старцев Т. М. V Всесоюзная конференция по физике электронных и атомных столкновений: Тез. докл. Ужгород, 1972, с. 182.
 86. Zipf E. C. Study of dissociative recombination in Oxygen.— *Bull. Amer. Phys. Soc.*, 1970, vol. 15, p. 418.
 87. Phelps A. V., Brown S. C. Positive ions in the afterglow of a low pressure helium discharge.— *Phys. Rev.*, 1952, vol. 86, p. 102.
 88. Sauter G. F., Gerber R. A., Oskam H. J. Afterglow studies in

- helium.— Phys. Lett., 1966, vol. 19, N 8, p. 656.
89. Cronin I. C., Sexton M. C. Ion conversion in an argon afterglow.— J. Phys. D: Appl. Phys., 1968, vol. DI, N 7, p. 889.
 90. Smith D., Dean A. G., Plumb I. G. Three body conversion reactions in pure rare gases.— J. Phys., 1972, vol. B5, N 11, p. 2134.
 91. Biondi M. A. Processes involving ions and metastable atoms in mercury afterglow.— Phys. Rev., 1953, vol. 90, N 5, p. 730.
 92. Bergman R. S., Chanin L. M. Proc. of 10th intern. conf. on ioniz. phenomena in gases. Oxford, 1971, p. 6.
 93. Perel J., Vernov R. H., Daley H. L. Measurements of cesium and rubidium charge transfer cross sections.— Phys. Rev., 1965, vol. 138, p. 937.
 94. Смирнов Б. М. Отрицательные ионы. М.: Атомиздат, 1978. 176 с.
 95. Мессу Г. Отрицательные ионы. М.: Мир, 1979. 754 с.
 96. Wiese W. L., Smith M. W., Glennon B. M. Atomic transition probabilities N3RDS—NBS, 1966, vol. 4. 187 p.
 97. Бете Г., Солнтер Э. Квантовая механика атомов с одним и двумя электронами. М.: Физматгиз, 1960, 364 с.
 98. Фадеева В. И., Терентьев Н. М. Таблицы значений интеграла вероятности от комплексного аргумента.— М.: Гостехиздат, 1954, 268 с.
 99. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Квантовая механика. М.: Физматгиз, 1963. 702 с.
 100. Путаевский Л. П. Рекомбинация электронов в одноатомном газе.— ЖЭТФ, 1962, т. 42, с. 1326.
 101. Гуревич А. В. Распределение электронов, совершающих финитное движение в окрестности положительного кулоновского центра в плазме.— Геомагнетизм и аэронавигация, 1964, т. 4, с. 10.
2. Биберман Л. М. К теории диффузии резонансного излучения.— ЖЭТФ, 1947, т. 17, с. 416.
 3. Holstein T. Imprisonment of resonance radiation in gases.— Phys. Rev., 1947, vol. 72, N 10, p. 1212.
 4. Соболев В. В. Введение в теорию атомных спектров. М.: Физматгиз, 1963. 319 с.
 5. Грим Г. Уширение спектральных линий в плазме. М.: Мир, 1978. 491 с.
 6. Соболев В. В. Перенос лучистой энергии в атмосферах звезд и планет. М.: Гостехтеориздат, 1956. 392 с.
 7. Иванов В. В. Перенос излучения и спектры небесных тел. М.: Наука, 1969. 472 с.
 8. Абрамов Ю. Ю., Дыжне А. М., Напартович А. П. Стационарные задачи теории радиационного переноса возбуждения: Препринт ИАЭ им. Курчатова, № 1804. М., 1969.
 9. Дыжне А. М., Напартович А. П. Перенос излучения в неоднородной плазме: Препринт ИАЭ им. Курчатова, № 2026. М. 1970.
 10. Trignt T. M. van Imprisonment of resonance radiation.— Phys. Rev., 1971, vol. 141, N 3, p. 721.
 11. Биберман Л. М. Нарушение термодинамического равновесия в плазме, вызванное выходом излучения.— ЖЭТФ, 1949, т. 19, № 7, с. 584.
 12. Биберман Л. М., Гуревич И. М. Прозрачность ртутных паров для резонансной линии ртути 2537 Å при малых оптических плотностях поглощающего слоя.— Там же, № 6, с. 507.
 13. Holstein T., Alpert D., McCoubrey A. Q. Isotope effect in imprisonment of resonance radiation.— Phys. Rev., 1952, vol. 85, N 6, p. 985.
 14. Биберман Л. М. Приближенный способ учета диффузии резонансного излучения.— ДАН СССР, 1948, т. 59, № 4, с. 659.
 15. Коган В. И., Абрамов В. А., Васильев А. П. О переносе излучения в плазме.— J. Quant. Spectrosc. and radiat. Transfer, 1968, vol. 8, N 12, p. 1833.

Глава 3

1. Митчел А., Земанский М. Резонансное излучение и возбужден-

16. *Васильев А. П., Коган В. И.* К теории переноса излучения в плазме.— ДАН СССР, 1966, т. 170, № 5, с. 1044.
17. *Абрамов Ю. Ю., Дышне А. М., Напартович А. П.* Радиационный перенос возбуждения в конечном объеме.— ЖЭТФ, 1969, т. 56, № 2, с. 654.
18. *Напартович А. П.* О методе $\tau_{\text{эф}}$ в теории переноса излучения.— Теплофиз. высоких температур, 1971, т. 9, № 1, с. 26.
19. *Лагарьков А. Н.* Об условиях применимости приближения локального термодинамического равновесия.— Там же, 1966, т. 4, № 3, с. 305.
20. *Асиновский Э. И., Дрозанова Е. В., Кириллин А. В., Лагарьков А. Н.* Экспериментальное и теоретическое исследование коэффициента теплопроводности и полного излучения плазмы азота.— Там же, 1967, т. 5, № 5, с. 739.
21. *Андронов В. Г., Асиновский Э. И., Батенин В. М.* и др. Электрофизические и радиационные свойства неравновесной аргон-калиевой плазмы.— In: Electricity from MHD, 1968. Vienna: Intern. Atom. Energy Agency, 1968, vol. 1, p. 117.
22. *Батенин В. М., Чиннов В. Ф.* Диагностика плазмы слаботокового дугового разряда при помощи светового зонда.— Теплофиз. высоких температур, 1969, т. 7, № 3, с. 401.
23. *Биберман Л. М., Векленко Б. А.* О радиационных процессах перед фронтом ударной волны.— ЖЭТФ, 1959, т. 37, № 1, с. 164.
24. *Gloersen P.* Some unexpected results of shock-heating Xe.— Phys. Fluids, 1960, vol. 3, N 6, p. 857.
25. *Тумакаев Г. К., Лазовская В. Р.* Исследование состояния паров ртути в ударной трубе методом кружков Рождественского.— ЖЭТФ, 1964, т. 34, № 10, с. 1879.
26. *Лагарьков А. Н., Медведева Н. А.* Совместная диффузия фотонов и частиц. II. Возбужденные атомы перед фронтом ударной волны.— J. Quant. Spectrosc. and Radiat. Transfer, 1973, vol. 13, N 2, p. 225.
27. *Биберман Л. М.* Перенос излучения в спектральных линиях.— В кн.: Низкотемпературная плазма. М.: Мир, 1967, с. 90.
28. *Векленко Б. А., Ткачук Г. Б.* О диффузном и селективном отражении резонансного излучения.— Опт. и спектр., 1976, т. 41, № 4, с. 621.
29. *Биберман Л. М.* Некоторые вопросы теории излучения газовых объемов: Диссерт. д-ра техн. наук. М.: МЭИ, 1958. 240 с.
30. *Векленко Б. А.* Совместная диффузия фотонов и возбужденных атомов.— Изв. вузов. Физика, 1960, № 2, с. 64.
31. *Лагарьков А. Н.* Совместная диффузия фотонов и частиц.— В кн.: Теоретические и прикладные вопросы рассеяния света. Минск: Наука и техника, 1971, с. 114.
32. *Лагарьков А. Н., Медведева Н. А.* Совместная диффузия фотонов и частиц и полубесконечном пространстве, I.— J. Quant. Spectrosc. and Radiat. Transfer, 1973, vol. 13, N 2, p. 209.
33. *Абрамов Ю. Ю., Напартович А. П.* О переносе резонансного излучения большой интенсивности.— ЖЭТФ, 1967, т. 52, № 2, с. 536.

Глава 4

1. *Griem H.* Criteium of the local thermodynamical equilibrium in plasmas.— Phys. Rev., 1963, vol. 131, p. 1170.
2. *Drawin H. W.* Validity conditions of the local thermodynamical equilibrium.— In: Progress in plasma and gas electronics/Ed. by R. Rompe, M. Steenbeck. B. 1975, vol. 1, p. 592.
3. *Биберман Л. М., Воробьев В. С., Якубов И. Т.* Низкотемпературная плазма с неравновесной ионизацией.— УФН, 1979, т. 128, № 2, с. 233.
4. *Авилова И. В., Биберман Л. М., Воробьев В. С.* и др. Оптические свойства горячего воздуха. М.: Наука, 1974. 320 с.
5. *Колесников В. Н.* Дуговой разряд в инертных газах.— Труды ФИАН, 1964, т. 30, с. 66.
6. *Гуревич А. В., Шварцбург А. Б.* Нелинейная теория распространения радиоволн в ионосфере. М.: Наука, 1973. 273 с.

7. Мнацаканян А. Х. Кинетика элементарных процессов в плазме инертных газов, молекул и паров щелочных металлов.— Теплофизика высоких температур, 1974, т. 12, с. 858.
8. Биберман Л. М. Нарушение термодинамического равновесия в плазме, вызванное выходом излучения.— ЖЭТФ, 1949, т. 19, № 7, с. 584.
9. Лагарьков А. Н. Об условиях применимости локального термодинамического равновесия.— Теплофиз. высоких температур, 1966, т. 4, с. 305.
10. Гринднева С. М., Касабов Г. А. Спектроскопическое исследование аргоноцезиевой плазмы.— In: Electricity from MHD. Vienna: Intern. Atom. Energy Agency, 1966, vol. 1, p. 73.
11. Cohen J. S. Multistate curve-crossing model for scattering.— Phys. Rev. A, 1976, vol. 13, p. 197.
12. Полак Л. С., Словецкий Д. И. Об отклонении от ионизационного равновесия в двухтемпературной смеси атомарных газов.— Опт. и спектр., 1974, т. 36, с. 1053; О влиянии ион-молекулярных реакций на ионизационное равновесие в двухтемпературной плазме.— Хим. высоких энергий, 1974, т. 8, с. 135.
13. Пятницкий Л. Н., Живописцев В. С., Зродников В. С., Чиннов В. Ф. Лазерная диагностика неравновесного СВЧ-разряда.— ДАН СССР, 1976, т. 230, с. 1092.
14. Елецкий А. В. Экимерные лазеры.— УФН, 1978, т. 125, с. 279.
15. Cool T. A., Zukoski E. E. Recombination, ionization, unequilibrium electronic conductivity in plasmas.— Phys. Fluids, 1966, vol. 9, p. 780.
16. Schulz G. J. Vibrational excitation of nitrogen by electron impact.— Phys. Rev., 1962, vol. 125, p. 229.
17. Мнацаканян А. Х., Найдис Г. В. Зависимость распределения электронов по энергиям в молекулярном азоте от колебательной температуры и степени ионизации.— Физ. плазмы, 1976, т. 2, с. 152.

Глава 5

1. Биберман Л. М., Воробьев В. С., Якубов И. Т. Низкотемпературная плазма с неравновесной ионизацией.— УФН, 1979, т. 128, № 2, с. 233.
2. Воробьев В. С. Кинетика образования и гибели возбужденных состояний в неравновесном частично ионизованном газе.— В кн.: Химия плазмы/Под ред. Б. М. Смирнова. М.: Атомиздат, 1976, вып. 3, с. 95.
3. Гудзенко Л. И., Яковленко С. И. Плазменные лазеры. М.: Атомиздат, 1978, 253 с.
4. Биберман Л. М., Воробьев В. С., Якубов И. Т. Кинетика ударно-радиационной ионизации и рекомбинации в низкотемпературной плазме.— УФН, 1972, т. 107, № 3, с. 353.
5. Sayer B., Jeannet J. C., Berlande J. Ecart a l'equilibre thermodynamique d'une vapeur de cesium ionises. Etude experimentale et comparaison avec un modele statistique.— J. Phys., Paris, 1972, vol. 33, p. 993.
6. Drawin H. W., Emard F. Instantaneous population densities of the excited levels of hydrogen atoms and hydrogen-like ions in plasmas.— Physica, 1977, vol. 85C, p. 333.
7. Wiese W. L., Smith M. W., Glennon B. M. Atomic transition probabilities. NSRDS—NBS, 1966, vol. 4, 187 p.
8. Bates D. R., Kingston A. E. Properties of recombining hydrogen plasma.— Planet and Space Sci., 1965, vol. 2, p. 1.
9. Gryzinsky M. Classical theory of the atomic collisions.— Phys. Rev., 1965, vol. 138, N 24A, p. 336.
10. Drawin H. W. Influence of radiative absorption on the establishment of local thermodynamical equilibrium.— Ztschr. Naturforsch., 1969, Bd. 24a, s. 1492.
11. Drawin H. W., Emard F. The role of particular collision and radiative processes in recombination.— J. Phys., 1974, vol. 270, p. 59.
12. Johnson J. C., Hinnoy E. Ionization, recombination and population of excited levels in hydrogen

- plasmas.— JQSRT, 1973, vol. 13, p. 333.
13. *Jonson L. C.* Approximations for collisional and radiative transition rates in atomic hydrogen.— *Astrophys. J.*, 1972, vol. 174, N 1, p. 227.
 14. *Fujimoto T., Sugiyama I., Fukuda K.* Memoirs of the Faculty of Engineering. Kyoto University, 1972, vol. 34, pt. 2, p. 249.
 15. *Deloche R., Confalone A.* Etude de la recombination electronique dans un plasm d'Helium.— *J. Phys. (Paris)*, 1966, vol. 24, p. 27.
 16. *Drawin H. W., Emard F., Katsomis K.* Calculation of population densities of helium atom in non L. T. E. plasmas.— *Ztschr. Naturforsch.*, 1973, Bd. 28a. S. 1422.
 17. *Kulander J. L.* Departures from Saha equation in an optically thin nitrogen gas.— *J. Quant. Spectrosc. and Radiat. Transfer*, 1965, vol. 5, N 1, p. 16.
 18. *Потапов А. В., Цветкова Л. Е., Антропов В. И., Волкова Г. Н.* Ионизационные и излучательные характеристики неравновесной плазмы атомарного азота.— *Опт. и спектр.*, 1977, т. 43, с. 412.
 19. *Julienne P. S., Oran E. S., Davis J. J.* Departure from LTE in a recombination oxygen plasmas under low densities.— *J. Phys.*, 1974, vol. 7, p. 2100.
 20. *Sacciatore M., Capitelli M.* Properties of quasistationary nonequilibrium plasmas.— *Ztschr. Naturforsch.*, 1976, Bd. 31a, N 3/4, S. 362.
 21. *Гудзенко Л. И., Евстигнеев В. В., Филиппов С. С., Яковленко С. И.* О рекомбинации плотной плазмы натрия.— *Теплофиз. высокие температур*, 1974, т. 12, с. 964.
 22. *Мойжес Б. Я., Бакут Ф. П., Немчинский В. А.* Ионизация в плазме совместно с максвеллизацией свободных электронов. Расчет ионизации для цезиевой плазмы.— *ЖТФ*, 1968, т. 38, с. 1731.
 23. *Сонин Э. Б.* Скорость генерации ионов и распределение атомов по возбужденным уровням в слабоионизованной плазме.— Там же, 1967, т. 37, с. 1840.
 24. *Стаханов И. П.* Физические основы термоэмиссионного преобразования энергии. М.: Атомиздат. 1973. 374 с.
 25. *Norcross D. W., Stone P. M.* Recombination, radiative energy loss and level population in nonequilibrium cesium discharges.— *J. Quant. Spectrosc. and Radiat. Transfer*, 1968, vol. 8, p. 655.
 26. *Sayer B., Jeannet J. C., Lozinger J., Berlande J.* Collisional and radiative processes in a Cesium afterglow.— *Phys. Rev.*, 1973, vol. A8, p. 3012.
 27. *Гордиец Б. Ф., Гудзенко Л. И., Шелепин Л. А.* О релаксационных процессах и усилении излучения в плотной плазме.— *ЖЭТФ*, 1968, т. 55, с. 942.
 28. *Потапов А. В., Цветкова Л. Е.* Заселенности возбужденных уровней в неравновесной плазме лития.— *Журн. прикл. спектр.*, 1977, т. 26, с. 613.
 29. *Гордиец Б. Ф., Дьмова И. А., Шелепин Л. А.* Релаксационные процессы и неравновесная заселенность уровней в аргонной плазме.— Там же, 1971, т. 14, с. 205.
 30. *Беляев С. Г., Будкер Г. И.* Многоквантовая рекомбинация в ионизованном газе.— В кн.: *Физика плазмы и проблема управляемых термоядерных реакций*. М.: Изд-во АН СССР, 1958, т. 3, с. 41.
 31. *Питаевский Л. П.* Рекомбинация электронов в одноатомном газе.— *ЖЭТФ*, 1962, т. 42, с. 1326.
 32. *Гуревич А. В.* Распределение электронов, совершающих финитное движение в окрестности положительного кулоновского центра в плазме.— *Геомагнетизм и аэронаука*, 1964, т. 4, с. 3.
 33. *Гуревич А. В., Питаевский Л. А.* Коэффициент рекомбинации в плотной низкотемпературной плазме.— *ЖЭТФ*, 1964, т. 46, с. 1281.
 34. *Абрамов В. А., Смирнов Б. М.* Электрон-ионная рекомбинация.— *Опт. и спектр.*, 1966, т. 21, с. 19.
 35. *Кузнецов Н. М., Райзер Ю. П.* О рекомбинации электронов в плазме, расширяющейся в пустоту.— *ПМТФ*, 1965, № 4, с. 10.

36. *Воробьев В. С.* Распределение атомов по возбужденным состояниям в отсутствие равновесия.— ЖЭТФ, 1966, т. 51, с. 327.
37. *Биберман Л. М., Ульянов К. Н.* Влияние выхода излучения на отклонение от термодинамического равновесия.— Опт. и спектр., 1964, т. 16, с. 394.
38. *Byron S., Stabler R. C., Bortz P. I.* Electron-ion recombination.— Phys. Rev. Lett., 1962, vol. 8, p. 376.
39. *Биберман Л. М., Воробьев В. С., Якубов И. Т.* Неравновесная низкотемпературная плазма. I. Распределение атомов по уровням.— Теплофиз. высокие температур, 1967, т. 5, № 2, с. 201.
40. *Бейгман И. Л., Михальчи Е. Д.* О населенности высоковозбужденных уровней в разреженной плазме.— JQSRT, 1969, vol. 9, N 9, p. 1365.
41. *Грим Г.* Спектроскопия плазмы. М.: Атомиздат, 1969. 458 с.
42. *Suckewer S.* Excitation and ionization of atoms and ions in a ion thermal plasma.— J. Phys. B: Atom. und Mol. Phys., 1970, vol. 3, p. 380.
43. *Гудзенко Л. И., Шелепин Л. А., Яковленко С. И.* Усиление в рекомбинирующей плазме.— УФН, 1974, т. 114, с. 457.
44. *Биберман Л. М., Воробьев В. С., Якубов И. Т.* Неравновесная низкотемпературная плазма. II. Распределение свободных электронов.— Теплофиз. высокие температур, 1968, т. 6, с. 369.
45. *Биберман Л. М., Воробьев В. С., Якубов И. Т.* Неравновесная низкотемпературная плазма. III. Концентрация электронов в неравновесной плазме.— Там же, 1969, т. 7, с. 193.
46. *Антонов Е. Е., Корчевой Ю. П., Лукашенко В. И.* Экспериментальное исследование тушения азотом возбужденных состояний атома цезия.— Там же, 1976, т. 14, № 6, с. 1151.
47. *Гриднева С. М., Касабов Г. А.* Спектроскопическое исследование аргоно-цезиевой плазмы.— Electricity from MHD, Vienna: Int. At. Energy Agency, 1966, vol. 1, p. 73.
48. *Dravin H. W., Fumelli M., Weste G.* Spectroscopic investigations of hydrogen and helium plasmas in P. I. G. discharge.— Ztschr. Naturforsch., 1965, Bd. 20a, S. 184.
49. *Hinnov E., Hirschberg T.* Electron-ion recombination in dense plasmas.— Phys., Rev., 1962, vol. 125, p. 795.
50. *Antonov E. E., Korchevov P., Lukashenko V. I., Hilko I. N.* The cross section of associative generation of Cs_2^+ ions for different excited states of atoms: Contr. pap. XII ICPIG. Endhoven, 1975, p. 33.
51. *Елецкий А. В.* Эксимерные лазеры.— УФН, 1978, т. 125, с. 279.
52. *Полак Л. С., Словецкий Д. И.* Диссоциативная рекомбинация молекулярных ионов с электронами и ассоциативная ионизация.— В кн.: Экспериментальные и теоретические исследования неравновесных физико-химических процессов. М.: ИХС АН СССР, 1974, т. 1, с. 100.
53. *Асиновский Э. И., Кириллин А. В., Марковец В. В.* Тлеющий разряд в гелии при криогенных температурах.— Теплофиз. высокие температур, 1975, т. 13, № 5, с. 933.
54. *Seaton M.* Recombination spectra I, II, III — Mon. Notic. Roy. Astron. Soc., 1964, vol. 127, N 2, p. 145.
55. *Бейгман И. Л., Гайсинский И. М.* Кинетика возбужденных уровней в плотной многозарядной плазме: Препринт ФИАН, № 158. М., 1978.
56. *Бейгман И. Л., Гайсинский И. М.* Населенности высоковозбужденных состояний в плазме: Препринт ФИАН, № 181, М., 1979.
57. *Воробьев В. С., Железняк М. Б.* Определение концентрации и температуры электронов по абсолютной интенсивности спектральных линий в неравновесной плазме.— Опт. и спектр., 1973, т. 35, с. 619.
58. *Desai S. W., Corcoran W. H.* Recombination of electrons and ions in an atmospheric plasmas.— J. Quant. Spectrosc. and Radiat. Transfer, 1965, vol. 9, p. 1311; 1966, vol. 10, p. 529.

59. *Батенин В. М., Зродников В. С., Роддатис В. К., Чиннов В. Ф.* Спектроскопическое исследование СВЧ-разряда в водороде.— Теплофиз. высоких температур, 1975, т. 13, № 2, с. 270.
60. *Батенин В. М., Зродников В. С., Роддатис В. К., Чиннов В. Ф.* Экспериментальное исследование СВЧ-разряда в гелии.— Физ. плазмы, 1976, т. 2, № 5, с. 831.
61. *Снежкин Е. Н., Незлин М. В.* Переохлажденная квазистационарная плазма пониженной температуры.— ЖЭТФ, 1977, т. 73, № 3, с. 913.
62. *Алейников В. С., Шепело А. П.* О механизме инверсии населенностей в атомном водороде.— Опт. и спектр., 1974, т. 36, с. 813.
63. *Дудко Д. Я., Корчевой Ю. П., Лукашенко В. П.* Экспериментальное изучение релаксации возбужденных состояний в распадающейся щелочной плазме.— Там же, 1973, т. 34, с. 33.
64. *Suckever S., Hawryluk R. J., Okabayaschim M., Smidt J. A.* Observation of inverted population levels in the FM-1 Spherator.— Appl. Phys. Lett., 1976, vol. 29, N 9, p. 537.
8. *Johnson L. C., Hinnov E.* Ionization, recombination and population of excited levels in hydrogen plasmas.— J. Quant. Spectrosc. and Radiat. Transfer., 1973, vol. 13, p. 333.
9. *Fujimoto T., Sugiyama I., Fukuda K.* Memoirs of the Faculty of Engineering. Kyoto University, 1972, vol. 34, p. 2—249.
10. *Drawin H. W., Emard F.* Instantaneous population densities of the excited levels of hydrogen atoms and hydrogen-like ions in plasmas.— Physica, 1977, vol. 85C, p. 333.
11. *Drawin H. W., Emard F.* Collisional-radiative volume recombination and ionization coefficients for quasi-stationary helium plasmas.— Ztschr. Phys., 1971, Bd. 243, S. 326.
12. *Потанов А. В., Цветкова Л. Е., Антропов В. И., Волкова Г. И.* Ионизационные и излучательные характеристики неравновесной плазмы атомарного азота.— Опт. и спектр., 1977, т. 43, № 3, с. 112.

Глава 6

1. *Бейтс Д., Дальгарно А.* Электрон-ионная рекомбинация.— В кн.: Атомные и молекулярные процессы. М.: Мир, 1964, с. 224.
2. *Мак Даниель И.* Процессы столкновений в ионизованных газах. М.: Мир, 1967. 634 с.
3. *Смирнов Б. М.* Ионы и возбужденные атомы. М.: Атомиздат, 1974. 456 с.
4. *Биберман Л. М., Воробьев В. С., Якубов И. Т.* Кинетика ударно-радиационной ионизации и рекомбинации.— УФН, 1972, т. 107, № 3, с. 353.
5. *Воробьев В. С., Биберман Л. М., Якубов И. Т.* Низкотемпературная плазма с неравновесной ионизацией.— УФН, 1979, т. 128, № 2, с. 233.
6. *Бейгман И. Л., Вайнштейн Л. А., Сюняев Р. А.* Двухэлектронная рекомбинация.— УФН, 1968, т. 95, № 2, с. 267.
7. *Bates D. R., Kingston A. E., McWhirter R. W.* Recombination between electrons and atomic ions 1. Optically thin plasma.— Proc. Phys. Soc., 1962, vol. 267, p. 297.
13. *Park C.* Collisional ionization and recombination rates of atomic nitrogen.— AIAA J., 1968 vol. 7, N 8, p. 1653.
14. *Park C.* Measurements of ionic recombination rate of nitrogen.— AIAA J., 1968, vol. 6, N 11, p. 2090.
15. *Norcross D. W., Stone P. M.* Recombination, radiative energy loss and level population in nonequilibrium cesium discharges.— J. Quant. Spectrosc. and Radiat. Transfer, 1968, vol. 8, p. 655.
16. *Гуревич А. В., Путаевский Л. П.* Коэффициент рекомбинации в плотной низкотемпературной плазме.— ЖЭТФ, 1964, т. 46, с. 1281.
17. *Путаевский Л. П.* Рекомбинация электронов в одноатомном газе.— ЖЭТФ, 1962, т. 42, с. 1326.
18. *Petschek H. E., Byron S.* Approach to ionizational equilibrium behind strong shock waves in argon.— Ann. Phys., 1957, vol. 1, p. 270.

19. Биберман Л. М., Ульянов К. Н. Влияние выхода излучения на отклонение от термодинамического равновесия.— *Опт. и спектр.*, 1964, т. 16, с. 394.
20. Byron S., Stabler R. C., Bortz P. I. Electron-ion recombination.— *Phys. Rev. Lett.*, 1962, vol. 8, p. 376.
21. Makin B., Keck J. C. Variational theory of three-body electron ion-recombination rates.— *Phys. Rev. Lett.*, 1963, vol. 11, p. 381.
22. Drawin H. W., Emand F. Comparative study of existing theories for volume ion-electron recombination in plasma.— *Beitr. Plasmaphys.*, 1975, Bd. 15, H. 6, S. 273.
23. Hinno E., Hirschberg J. G. Electron-ion recombination in dense plasmas.— *Phys. Rev.*, 1962, vol. 125, N 3, p. 795.
24. Kuckes A. F., Motley R. W., Hinno V. E., Hirschberg J. G. Recombination in a helium plasma.— *Phys. Rev. Lett.*, 1961, vol. 6, N 7, p. 337.
25. Craggs J. D., Meck J. H. The emission of light from spark discharge.— *Proc. Roy. Soc. A.*, 1946, vol. 186, p. 257.
26. Craggs J. D., Hopwood W. Electron-ion recombination in hydrogen spark discharges.— *Proc. Phys. Soc.*, 1947, vol. 59, p. 771.
27. Генералов Н. А. и др. Метод инфракрасной диагностики плазмы и его использование для исследования ионизации и рекомбинации ксенона за фронтом ударной волны.— *ЖЭТФ*, 1970, т. 58, № 6, с. 1928.
28. Chen C. J. Collisional-radiative electron-ion recombination rate in rare gas plasma.— *J. Chem. Phys.*, 1969, vol. 50, N 4, p. 1560.
29. Funahashi A., Takeda S. Three-body electron-ion recombination in argon plasmas.— *J. Phys. Soc. Jap.*, 1968, vol. 25, N 1, p. 298.
30. Funahashi A., Takeda S. Electron-ion recombinations in a dense hydrogen plasma.— *J. Phys., Soc. Jap.*, 1969, vol. 27, N 1, p. 182.
31. Воробьев В. С., Железняк М. Б. Определение температуры и ионизации электронов по измерению абсолютной интенсивности спектральных линий в неравновесной плазме.— *Опт. и спектр.*, 1973, т. 35, с. 69.
32. Александров В. Я., Гуревич Д. Б., Подмошненский И. В. Исследование механизма возбуждения и ионизации в плазме — дуги.— Там же, 1967, т. 23, № 3, с. 521.
33. Александров В. Я., Гуревич Д. Б., Подмошненский И. В. Измерение коэффициента рекомбинации в плотной Ar-плазме.— Там же, 1968, т. 24, № 3, с. 342.
34. Hollenstein C., Sayasov Y., Schneider H. Die Rekombination eines Helium Plasmas.— *Helv. phys. acta*, 1975, Bd. 48, S. 244.
35. Wiese W. Z., Smith M. W., Glennon B. M. Atomic transition Probabilities NSRDS — NBS, 1966, vol. 4. 187 p.
36. Александровский Ю. М. Исследование объемной рекомбинации в цезиевой плазме.— *ЖЭТФ*, 1963, т. 44, с. 840.
37. Wada J. V., Knethli R. C. Measurements of electron-ion recombination in a thermal cesium plasma.— *Phys. Rev. Lett.*, 1963, vol. 10, N 12, p. 513.
38. Cool T. A., Zukoski E. Recombination, ionization, nonequilibrium electronic conductivity in seed plasma.— *Phys. Fluids*, 1966, vol. 9, p. 780.
39. Мнацаканян А. Х., Найдис Г. В. Ионизация атомов и рекомбинация атомарных ионов и электронов в неравновесной атомно-молекулярной плазме: Препринт ИВТАН, № 1—43. М., 1979.
40. Bates D. K., Khare P. Recombination of positive ions and electrons in a dense molecular gas.— *Proc. Phys. Soc.*, 1965, vol. 85, p. 231.
41. Гудзенко Л. И., Яковленко С. И. Плазменные лазеры. М.: Атомиздат, 1978. 253 с.
42. Antonov E. E., Korhevo y Ju. P., Lukashenko V. I., Hilko I. N. The cross-section of associative generation of Cs₂⁺ ions for different excited states of atoms: Contr. pap. XII ICPIG, Endhoven, 1975, p. 33.
43. Голубев В. С., Касабов Г. А., Конач В. Ф. Исследование стационарной аргоно-цезиевой плазмы с неравновесной проводимостью.— *Теплофиз. высоких температур*, 1964, т. 2, № 4, с. 493.

44. Sayer B., Jeannet J. C., Verland J. Eart a l'equilibre thermodynamique d'une vapeur de cesium ioneses.— J. Phys. (Paris), 1972, vol. 33, p. 993.
45. Колесников В. Н. Дуговой разряд в инертных газах.— Труды ФИАН СССР, 1964, т. 30, с. 61.
46. Гриднева С. М., Касабов Г. А. Спектроскопическое исследование аргоно-цезиевой плазмы.— In: Electricity from MHD. Vienna: Intern. Atom. Energy Agency, vol. 1, p. 73.
12. Шкаровский И., Джонстон Т., Бачинский М. Кинетика частиц плазмы. М.: Атомиздат, 1969. 396 с.
13. Арцимович Л. А., Сагдеев Р. З. Физика плазмы для физиков. М.: Атомиздат, 1979. 215 с.
14. Спитцер Л. Физика полностью ионизированной плазмы. М.: Изд-во иностр. лит., 1963. 212 с.
15. Митчнер М., Кругер Ч. Частично ионизированные газы. М.: Мир, 1976. 496 с.
16. Lin S. C., Resler R. L., Kantowitz A. Electrical conductivity of highly ionized argon.— J. Appl. Phys., 1955, vol. 26, N 1, p. 95.

Глава 7

1. Чепмен С., Каулинг Т. Математическая теория неоднородных газов. М.: Изд-во иностр. лит., 1960. 510 с.
2. Гинзбург В. Л. Распространение электромагнитных волн в плазме. М.: Физматгиз, 1960. 683 с.
3. Гинзбург В. Л., Гуревич А. В. Нелинейные явления в плазме, находящейся в переменном поле.— УФН, 1960, т. 50, № 2, с. 201.
4. Голант В. Е. Сверхвысокочастотные методы исследования плазмы. М.: Наука, 1968. 327 с.
5. Саттон Дж., Шерман А. Основы технической магнитной газодинамики. М.: Мир, 1968. 492 с.
6. Райзер Ю. П. Основы современной физики газоразрядных процессов. М.: Наука, 1980. 416 с.
7. Давыдов Б. М. О распределении скоростей электронов, движущихся в электрическом поле.— УФН, 1967, т. 93, № 3, с. 401.
8. Dutton J. A survey of electron swarm data.— J. Phys. and Chem. Ref. Data, 1975, vol. 4, N 3, p. 577.
9. Frost L. S., Phelps A. V. Momentum-transfer cross section for slow electrons in He, Ar, Kr and Xe from transport coefficients.— Phys. Rev. A, 1964, vol. 136, N 6, p. 1545.
10. Сивухин Д. В. Кулоновские столкновения в полностью ионизированной плазме.— В кн.: Вопросы теории плазмы / Под ред. М. А. Леонтовича. М.: Атомиздат, 1964, вып. 4, с. 81.
11. Трубников Б. А. Столкновения частиц в полностью ионизированной плазме.— Там же, 1963, вып. 1, с. 98.
17. Devoto R. S. Transport coefficients of ionized argon.— Phys. Fluids, 1973, vol. 16, N 5, p. 616.
18. Karainsky J. Strahlungstransportmechanismus und Transport Koeffizienten in Ar-Hoohdruckbogen.— Ztschr. Phys., 1971, Bd. 248, N 5, S. 417.
19. Bues I., Patt H. J., Richter J. Über die Elektrische Leitfähigkeit und die Wärmeleitfähigkeit des Argons by hohen Temperaturen.— Ztschr. Angew. Phys., 1967, Bd. 22, N 4, S. 345.
20. Hackman J., Uhlenbush J. Determination of the electrical conductivity of rare gases under normal pressure from arc measurements.— In: 10th Intern. Conf. Phenom. Ioniz. Gases: Contrib. papers / Ed. R. N. Franklin. Oxford: Donald Parsons, 1971, p. 260.
21. Волков Ю. М. Электропроводность и баланс энергии в неравновесной плазме.— In: Electricity from MHD, 1966. Vienna: IAEA, 1966, vol. 2, p. 55.
22. Волков Ю. М., Малюта Д. Д. Электропроводность и баланс энергии в неравновесной плазме смеси неон—цезий, криптон—цезий, ксенон—цезий.— In: Electricity from MHD, 1968. Vienna: IAEA, 1968, vol. 2, p. 77.
23. Голубев В. С., Касабов Г. А., Коных В. Ф. Исследование стационарной аргоно-цезиевой плазмы с неравновесной проводимостью.— Теплофиз. высоких температур, 1964, т. 2, № 4, с. 493.
24. Авилова И. В., Биберман Л. М.,

- Воробьев В. С. и др. Оптические свойства горячего воздуха. М.: Наука, 1970. 320 с.
25. Биберман Л. М., Воробьев В. С., Якубов И. Т. К теории неравновесной ионизации в низкотемпературной плазме.— In: Electricity from MHD, 1968. Vienna: IAEA, 1968, vol. 1, p. 97.
 26. Гуревич А. В., Шварцбург А. Б. Нелинейная теория распространения радиоволн в ионосфере. М.: Наука, 1973. 272 с.
 27. Коврижных Л. М. Влияние неупругих столкновений на распределение электронов по скоростям.— ЖЭТФ, 1959, т. 37, № 2, с. 490.
 28. Денисов Ю. П., Кузнецов Н. М. Константа скорости ионизации при высоких температурах. Большие концентрации электронов.— ЖПМТФ, 1971, № 2, с. 32.
 29. Wojaszek K. Die Annäherung der Geschwindigkeitsverteilung der Elektronen an die Maxwell-Verteilung in Bereich der unelastischen Stöße.— Beitr. Plasmaphys., 1965, Bd. 5, N 3, S. 181.
 30. Мак Дональд А. Сверхвысокочастотный пробой в газах. М.: Мир, 1969. 212 с.
 31. Райзер Ю. П. Лазерная искра и распространение разрядов. М.: Наука, 1974. 308 с.
 32. Кружилин Н. А., Якубов И. Т. Ионизация электронным ударом в неравновесной плазме в электрическом поле.— Теплофиз. высоких температур, 1975, т. 13, № 1, с. 181.
 33. Атражес В. М. Скорость возбуждения в слабоионизованной плазме в сильном внешнем поле.— ЖТФ, 1976, т. 46, № 10, с. 2070.
 34. Winkler R, Wilhelm J. Geschwindigkeitsverteilungsfunktion und Bilanzgrößen der elektronen bei mittleren ionisierungsgraden in Argon.— Beitr. Plasmaphys., 1971, Bd. 11, N 2, S. 159.
 35. Каган Ю. М., Лягущенко Р. И. О функции распределения электронов по энергиям в положительном столбе разряда в неоне.— ЖТФ, 1961, т. 31, № 4, с. 445.
 36. Каган Ю. М., Лягущенко Р. И. О функции распределения электронов по энергиям в положительном столбе разряда.— ЖТФ, 1964, т. 34, № 5, с. 821.
 37. Смирнов Б. М. Физика слабоионизованного газа. М.: Наука, 1972. 415 с.
 38. Благовое А. Б., Каган Ю. М., Колоколов Н. Б., Лягущенко Р. И. Исследование функции распределения электронов по энергиям в плазме послесвечения. I.— ЖТФ, 1974, т. 44, № 2, с. 333.
 39. Blagov A. B., Popov T. K. Investigation of the electron energy distribution function in neon afterglow plasma.— Phys. Lett. A, 1978, vol. 66, N 3, p. 210.
 40. Wells W. E., Monchicourt P., Deloche R., Berlande J. Theoretical computation of the effects of the metastable populations on electron energy balance and distribution function in a Helium afterglow.— Phys. Rev. A, 1973, vol. 8, N 1, p. 381.
 41. Johnson A. W., Gerardo J. B. Ionizing collisions of two metastable helium atoms.— Phys. Rev. A, 1973, vol. 7, N 3, p. 925.
 42. Асиновский Э. И., Кириллин А. В., Марковец В. В. Тлеющий разряд в гелии при криогенных температурах.— Теплофиз. высоких температур, 1975, т. 13, № 5, с. 933.
 43. Каган Ю. М., Колоколов Н. Б., Миленин В. М. Об измерении распределения электронов по энергиям в движущихся структурах.— ЖТФ, 1968, т. 38, № 10, с. 1821.
 44. Недоспасов А. В., Петров В. Г. Ионизационный разрыв в структурах большой амплитуды.— Там же, 1974, т. 44, № 1, с. 53.
 45. Сыцько Ю. И., Яковленко С. И. Кинетика ионизации и возбуждения газа жестким источником.— Физ. плазмы, 1976, т. 2, № 1, с. 63.
 46. Гудзенко Л. И., Яковленко С. И. Плазменные лазеры. М.: Атомиздат, 1978. 253 с.
 47. Stoll I. The influence of metastable collision on suprathreshold electron distribution in helium afterglow plasma.— In: XI Intern. Conf. Phenom. Ionized Gases: Contrib. Papers, Prague, 1973, p. 32.
 48. Благовое А. Б., Каган Ю. М., Колоколов Н. Б., Лягущенко Р. И.

- Исследование функции распределения электронов по энергиям в плазме послесвечения. II.— ЖТФ, 1974, т. 44, № 2, с. 339.
49. *Белевцев А. А., Мнацаканян А. Х.* Влияние ионизирующих столкновений метастабилей на функцию распределения электронов в криогенном гелиевом разряде.— Теплофиз. высоких температур, 1975, т. 13, № 5, с. 943.
 50. *Peuraud N.* Distorted Quasi-equilibrium distribution functions in isotropic plasmas containing metastable atoms.— Phys. Fluids, 1978, vol. 21, N 9, p. 1490.
 51. *Биберман Л. М., Воробьев В. С., Якубов И. Т.* Неравновесная низкотемпературная плазма, II. Распределение по энергиям свободных электронов.— Теплофиз. высоких температур, 1968, т. 6, № 3, с. 369.
 52. *Бакут Ф. Г., Мойжес Б. Я., Немчинский В. А.* Ионизация в плазме совместно с максвеллизацией свободных электронов. Расчет ионизации для цезиевой плазмы.— ЖТФ, 1968, т. 38, № 10, с. 1731.
 53. *Бакут Ф. Г., Дюжев Г. А., Марциновский А. М.* и др. Термоэмиссионные преобразователи и низкотемпературная плазма / Под ред. Б. Я. Мойжеса и Г. Е. Пикуса. М.: Наука, 1973. 480 с.
 54. *Shaw J. F., Mitchner M., Kruger C. H.* Effects of nonelastic collisions in partially ionized gases, I, II.— Phys. Fluids, 1970, vol. 13, N 1, p. 325, 339.
 55. *Suckewer S.* Self-consistent theory of population, ionization and electron distribution.— Ztschr. Phys., 1971, Bd. 247, N 4, S. 354.
 56. *Dugan J. V., Lyman F. A., Albers L. U.* Solution of the Boltzmann and rate equations for the electron distribution function and state populations in non-equilibrium MHD-plasmas.— In: Electricity from MHD, 1966. Vienna: Intern. Atom. Energy Agency, 1966, vol. 2, p. 85.
 57. *Postma A. J.* Influence of several types of inelastic collision on the electron energy distribution in helium.— Physica, 1970, vol. 45, N 4, p. 609.
 58. *Mewe R.* On the positive column of discharges in Helium at intermediate pressures, 1. ionization mechanism and atomic level population.— Physica, 1970, vol. 47, N 3, p. 398.
 59. *Shaw J. F., Mitchner M., Kruger C. H.* Necessary conditions for the validity of the two-temperature plasmamodel.— In: Electricity from MHD, 1968. Vienna: Intern. Atom. Energy Agency, 1968, vol. 1, p. 53.
 60. *Classen H. A.* Influence of deviation from maxwellian electron distribution on the population densities in a low temperature monoatomic plasma.— Ztschr. Naturforsch. A, 1975, Bd. 30, N 4, S. 451.
 61. *Каган Ю. М., Лягуценко Р. И., Хахаев А. Д.* О возбуждении инертных газов в положительном столбе разряда при средних давлениях, II. Аргон.— Опт. и спектр., 1963, т. 15, № 1, с. 13.
 62. *Каган Ю. М., Лягуценко Р. И.* О возбуждении инертных газов в положительном столбе разряда при средних давлениях, IV.— Там же, 1964, т. 17, № 2, с. 168.
 63. *Биберман Л. М., Воробьев В. С., Якубов И. Т.* Низкотемпературная плазма с неравновесной ионизацией.— УФН, 1979, т. 128, № 2, с. 233.
 64. *Биберман Л. М., Воробьев В. С., Якубов И. Т.* Неравновесная низкотемпературная плазма, IV. Функции ионизации и рекомбинации.— Теплофиз. высоких температур, 1969, т. 7, № 4, с. 593.
 65. *Биберман Л. М., Воробьев В. С., Якубов И. Т.* Кинетика ударно-радиационной ионизации и рекомбинации.— УФН, 1972, т. 107, № 3, с. 353.
 66. *Winkler R.* Die Elektronenkinetik des schwachionisierten Lorentz-Plasma in äußeren elektrischen und magnetischen Feld.— Beitr. Plasmaphys., 1972, Bd. 12, N 6, S. 317.
 67. *Klagge S., Pfau S., Rezacova V., Winkler R.* Zur mikrophysikalischen Beschreibung des schwachionisierten Saulenplasmas von Glimment — Ladungen in stickstoff-Neon — Gemischen.— Beitr.

- Plasmaphys., 1977, Bd. 17, N 4, S. 237.
68. Гуревич А. В. О некоторых особенностях омического нагрева электронного газа в плазме.— ЖЭТФ, 1960, т. 38, № 1, с. 116.
 69. Гуревич А. В. К теории эффекта убегающих электронов.— ЖЭТФ, 1960, т. 39, № 5, с. 1296.
 70. Леб Л. Основные процессы электрических разрядов в газах. М.; Л.: ГИТТЛ, 1950. 672 с.
 71. Лозанский Э. Д., Фирсов О. Б. Теория искры. М.: Атомиздат, 1975. 202 с.
 72. Мик Дж., Крэгс Дж. Электрический пробой в газах. М.: Изд-во иностр. лит., 1960. 606 с.
 73. Браун С. Элементарные процессы в плазме газового разряда. М.: Атомиздат, 1961. 323 с.
 74. Davies D. E., Milne J. G. C. First ionization coefficient in hydrogen, neon, argon.— Brit. J. Appl. Phys., 1959, vol. 10, N 3, p. 301.
 75. Kruithof A. A. Townsends ionization coefficients for neon, argon, krypton and xenon.— Physica, 1940, vol. 7, N 3, p. 519.
 76. Wills B. A. Ionization processes in argon discharges.— In: X Intern. Conf. Phenom. Ionized Gases: Contrib. Papers/Ed. R. N. Franklin. Oxford: Donald Parsons, 1971, p. 48.
 77. Голант В. Е. Коэффициент ионизации и подвижность электронов в аргоне.— ЖТФ, 1959, т. 29, № 6, с. 756.
 78. Heylen A. E., Lewies T. J. Electron energy distribution functions and transport coefficient for the Rare Gases.— Proc. Roy. Soc. London, A, 1963, vol. 271, N 1347, p. 531.
 79. Atrazhev V. M., Yakubov I. T. The townsend coefficients of ionization in dense gases and fluids.— J. Phys. D: Appl. Phys., 1976, vol. 9, N 16, p. 1735.
 80. Белевцев А. А., Биберман Л. М. Влияние ступенчатой ионизации на первый коэффициент Таунсенда.— Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт. 1978, № 4, с. 106.
 81. Davies D. K., Jones F. L., Morgan C. G. Primary ionization coefficients of helium.— Proc. Phys. Soc. London, 1962, vol. 80, N 4, p. 898.
 82. Kruithof A. A., Penning F. M. Determination of the townsend ionization coefficient α for mixtures of neon and argon.— Physica, 1937, vol. 4, N 6, p. 430.

Глава 8

1. Bates D. R., Kingston A. E., McWhirter R. W. P. Recombination between electrons and atomic ions.— Proc. Roy. Soc. London A, 1962, vol. 270, N 1341, p. 155.
2. McWhirter R. W. P., Hearn A. G. Calculation of the instantaneous population densities of the excited levels of hydrogen-like ions.— Proc. Phys. Soc., 1963, vol. 82, N 5, p. 641.
3. Биберман Л. М., Воробьев В. С., Якубов И. Т. К теории неравновесной низкотемпературной плазмы.— В кн.: МГД-метод получения электроэнергии. М.: Энергия, 1968, с. 209.
4. Drawin H. W. Relaxation times for establishing steady-State populations in optically thin and thick plasmas.— J. Quant. Spectrosc. and Radiat. Transfer, 1970, vol. 10, N 1, p. 33.
5. Johnson C. L., Hinno E. Ionization, recombination and population of excited levels in hydrogen plasmas.— J. Quant. Spectrosc. and Radiat. Transfer, 1973, vol. 13, N 4, p. 333.
6. Гудзенко Л. И., Яковленко С. И. Плазменные лазеры. М.: Атомиздат, 1978. 253 с.
7. Baravian G., Godart J., Sultan G. Experimental determination of the relaxation times for establishing a quasi-steady-state population in a laser created plasma in helium.— Physica B+C, 1978, vol. 94, N 2, p. 275.
8. Cacciatore M., Capitelli M. The temporal evolution of population densities of excited states in atomic oxygen thin plasmas.— J. Quant. Spectrosc. and Radiat. Transfer, 1976, vol. 16, N 4, p. 325.
9. Железняк М. Б., Мнацаканян А. Х., Якубов И. Т. Релаксация и неравновесное излучение за ударными волнами в воздухе.— Изв. АН СССР. Механика жидкости и газа, 1970, № 4, с. 161.

10. Hoffert M. L., Lien H. Quasi-one-dimensional non equilibrium gas dynamics of partially ionized two-temperature argon.— *Phys. Fluids*, 1967, vol. 10, N 8, p. 1769.
11. Лобастов Ю. С., Тестов В. Г. К вопросу о микроволновом исследовании релаксационных явлений в ударно-нагретой аргоновой плазме.— *Теплофиз. высоких температур*, 1969, т. 7, № 2, с. 358.
12. Sayer B., Jeannet J. C., Lozingot J., Berlande J. Collisional and radiative processes in a cesium afterglow.— *Phys. Rev. A*, 1973, vol. 8, N 6, p. 3012.
13. Cool T. A., Zukoski E. E. Recombination rates and Nonequilibrium electrical conductivity in a seeded plasma.— *Phys. Fluids*, 1966, vol. 9, N 4, p. 780.
14. Кружилин Н. А., Якубов И. Т. Исследование развития ионизации на входе в канал МГД-генератора.— In: *Electricity from MHD*, 1968. Vienna: Intern. Atom. Energy Agency, 1968, vol. 1, p. 249.
15. Новичков Д. Н., Глебов В. В. Экспериментальные исследования нестационарных процессов в неравновесной плазме смеси цезия с аргоном.— *Теплофиз. высоких температур*, 1970, т. 8, № 4, с. 695.
16. Биберман Л. М., Мнацаканян А. Х., Якубов И. Т. Ионизационная релаксация за сильными ударными волнами в газах.— *УФН*, 1970, т. 102, № 3, с. 431.
17. Биберман Л. М., Воробьев В. С., Лагарьков А. Н. и др. Течение воздуха за фронтом сильной ударной волны с учетом неравновесной ионизации и излучения.— *Изв. АН СССР. Механика жидкости и газа*, 1967, № 6, с. 46.
18. Motley R. W., Kuckes A. F. Recombination in a Helium plasma.— In: *proc. V intern. conf. ioniz. phenom. Gases*, Munich, 1961, Amsterdam: North-Holland, 1962, p. 651.
19. Hinnov E., Hirschberg J. G. Electron-ion recombination in dense plasma.— *Phys. Rev.*, 1962, vol. 125, N 3, p. 795.
20. Алесковский Ю. М. Исследование объемной рекомбинации в цезиевой плазме.— *ЖЭТФ*, 1963, т. 44, № 3, с. 840.
21. Гудзенко Л. И., Сыцько Ю. И., Филиппов С. С., Яковленко С. И. Об отклонениях от термодинамического равновесия при рекомбинации разлетающейся плазмы.— *ЖПМТФ*, 1973, № 5, с. 3.
22. Полушкин И. Н., Лукашенко В. И. Явления при распаде плазмы в гелии и аргоне при повышенном давлении с примесью паров цезия и в чистых парах цезия.— *Укр. физ. журн.*, 1968, т. 13, № 10, с. 1586.
23. Корчевой Ю. П. Эффективность ассоциативной ионизации в парах цезия.— *ЖЭТФ*, 1978, т. 75, № 4, с. 1231.
24. Самоваров В. Н., Фуголь И. Я. Рекомбинационный распад криогенной гелиевой плазмы.— *ЖЭТФ*, 1978, т. 75, № 3, с. 877.
25. Gerber R. A., Gusinow M. A. Helium ions at 76 K: their transport and formation properties.— *Phys. Rev. A*, 1971, vol. 4, N 5, p. 2027.
26. Gerber R. A., Gerardo J. B. Ambipolar-to-free diffusion: the temporal behavior of the electrons and ions.— *Phys. Rev. A*, 1973, vol. 7, N 2, p. 781.
27. Райзер Ю. П. Об остаточной ионизации газа, расширяющегося в пустоту.— *ЖЭТФ*, 1959, т. 37, № 2, с. 580.
28. Кузнецов Н. М., Райзер Ю. П. О рекомбинации электронов в плазме, расширяющейся в пустоту.— *ЖПМТФ*, 1965, № 4, с. 10.
29. Козлов Г. И., Ройтенбург Д. И., Ступицкий Е. Л. Расширение частично-ионизованного аргона в сверхзвуковом потоке.— *ЖПМТФ*, 1969, № 4, с. 22.
30. Скребов В. Н. Послесвечение импульсного разряда в парах ртути.— *Опт. и спектр.*, 1967, т. 23, № 2, с. 205.
31. Моргулис Н. Д., Лукашенко В. И. Некоторые особенности высвечивания распадающейся разрядной плазмы в парах цезия.— *Укр. физ. журн.*, 1969, т. 14, № 3, с. 507.
32. Дудко Д. Я., Корчевой Ю. П., Лукашенко В. И. Экспериментальное изучение релаксации воз-

- бужденных состояний в распадающейся щелочной плазме.— *Опт. и спектр.*, 1973, т. 34, № 1, с. 33.
33. *Кружилин Н. А., Якубов И. Т.* О максимуме свечения в спектральных линиях при распаде плазмы. — *Теплофиз. высоких температур*, 1969, т. 7, № 5, с. 1010.
 34. *Гудзенко Л. И., Шелепин Л. А.* Отрицательное поглощение в неравновесной водородной плазме.— *ЖЭТФ*, 1963, т. 45, № 5, с. 1445.
 35. *Гудзенко Л. И., Шелепин Л. А., Яковленко С. И.* Усиление в рекомбинирующей среде (плазменные лазеры).— *УФН*, 1974, т. 114, № 3, с. 457.
 36. *Морзулис Н. Д., Полушкин И. Н., Кравченко А. И.* Некоторые особенности заселенности уровней цезия при распаде разрядной цезиевой плазмы.— *Укр. физ. журн.*, 1969, т. 14, № 12, с. 2080.
 37. *Гудзенко Л. И., Филиппов С. С., Шелепин Л. А.* Ускоренно рекомбинирующая плазменная струя.— *ЖЭТФ*, 1966, т. 51, № 4, с. 1115.
 38. *Hurle I. R., Hertzberg A.* Electronic population inversion by fluid-mechanical Techniques.— *Phys. Fluids*, 1965, vol. 8, N 9, p. 1601.
 39. *Ступицкий Е. Л., Козлов Г. И.* Релаксация частично ионизированного газа в сопле.— *ЖТФ*, 1973, т. 43, № 4, с. 767.
 40. *Гольдфарб В. М., Ильина Е. В., Костырева И. Е.* и др. О заселенности уровней водорода в аргоно-водородной плазменной струе.— *Опт. и спектр.*, 1966, т. 20, № 6, с. 1085.
 41. *Жинжиков Г. М., Лукьянов Г. А., Назаров В. В., Павлова Н. О.* Инверсия населенностей уровней гелия при сверхзвуковом расширении плазмы.— *ЖТФ*, 1978, т. 48, № 5, с. 949.
 42. *Winkler R.* Die relaxation der electronengeschwindigkeitsverteilungsfunktion im feldfreien Lorenz-Plasma.— *Ann. Phys.*, 1974, Bd. 31, N 4, S. 293.
 43. *Розленко А. В.* Спектр электронного циклотронного резонанса в слабоионизированном газе.— *ЖЭТФ*, 1975, т. 69, № 1, с. 169.
 44. *Wilhelm J., Winkler R.* Die relaxation der isotropverteilung und makroskopischer kenngrößen der electronen im abklingenden feldfreien Neon-Plasma.— *Ann. Phys.*, 1977, Bd. 34, N 5, S. 385.
 45. *Wilhelm J., Winkler R.* Stoßbestimmte Relaxation des Elektronen-ensembles im Plasma bei zusätzlicher aufheizung durch ein electricisches Feld.— *Ann. Phys.*, 1977, Bd. 34, N 5, S. 369.
 46. *Розленко А. В.* Абсолютно отрицательная проводимость в релаксирующем слабоионизованном газе.— *ЖЭТФ*, 1979, т. 75, N 4, с. 1315.
 47. *Найдис Г. В.* Релаксация распределения электронов по энергиям в электрическом поле.— *ЖТФ*, 1977, т. 47, № 5, с. 941.
 48. *Wilhelm J., Winkler R.* Die relaxation der geschwindigkeitverteilungsfunktion der electronen.— *Beitr. Plasmaphys.*, 1975, Bd. 16, N 5, S. 287.
 49. *Спитцер Л.* Физика полностью ионизованного газа. М.: Изд-во иностр. лит., 1957. 212 с.
 50. *Mac Donald W. M., Resenbluth M. H., Chuck W.* Relaxation of a system of particles with coulomb interactions.— *Phys. Rev.*, 1957, vol. 107, N 2, p. 350.
 51. *Коган В. И.* О скорости выравнивания температур заряженных частиц в плазме.— В кн.: *Физика плазмы и проблема управляемых термоядерных реакций.* М.: Изд-во АН СССР, 1958, т. 1, с. 77.
 52. *Рамазаивили Р. Р., Рухадзе А. А., Силин В. П.* О скорости выравнивания температуры заряженных частиц в газе.— *ЖЭТФ*, 1962, т. 48, N 4, с. 1321.
 - 52а. *Шкаровский И., Джонстон Т., Бачинский М.* Кинетика частиц плазмы. М.: Атомиздат, 1969. 396 с.
 53. *Haas R. A.* Plasma stability of Electric discharges in molecular gases.— *Phys. Rev. A*, 1973, vol. 8, N 2, p. 1017.
 54. *Nighan W. L., Wiegand W. J.* Influence of negative — ion processes on steady-state properties and striation in molecular Gas discharges.— *Phys. Rev. A.*, 1974, vol. 10, N 3, p. 922.
 55. *Елецкий А. В., Разумов А. Т.*

- Неустойчивости в плазме газового разряда.— В кн.: Химия плазмы/Под ред. Б. М. Смирнова. М.: Атомиздат, 1977, вып. 4, с. 123.
56. *Velikhov E. P., Goloubev V. S., Dykhne A. M.* Physical phenomena in a low-temperature non-equilibrium plasma and in MHD generators with non-equilibrium conductivity.— *Atom. Energy Rev.*, 1976, vol. 14, N 3, p. 325.
57. *Шипук А. Я.* Некоторые вопросы физики неравновесной плазмы и ее использование в МГД-генераторе.— В кн.: Магнито-гидродинамические преобразования энергии/Под ред. Р. Роза. М.: Мир, 1970, с. 253.
58. *Недоспасов А. В., Хаит В. Д.* Колебания и неустойчивости низкотемпературной плазмы. М.: Наука, 1979. 168 с.
59. *Недоспасов А. В.* Страты.— *УФН*, 1968, т. 94, № 3, с. 433.
60. *Голант В. Е., Жилинский А. П., Сахаров С. А.* Основы физики плазмы. М.: Атомиздат, 1977.
61. *Абрашев В. М., Якубов И. Т.* Контракция сильно неравновесной плазмы с током.— *ЖПМТФ*, 1975, № 1, с. 45.
62. *Волков А. Ф., Коган Ш. М.* Физические явления в полупроводниках с отрицательной дифференциальной проводимостью.— *УФН*, 1968, т. 96, № 4, с. 633.
63. *Дыхне А. М.* Теория одномерной контракции дуг.— В кн.: Некоторые вопросы исследования газоразрядной плазмы и создания сильных магнитных полей. Л.: Наука, 1970, с. 84.
64. *Волков А. Ф., Коган Ш. М.* О возникновении неоднородного распределения тока в полупроводниках с отрицательной дифференциальной проводимостью.— *ЖЭТФ*, 1967, т. 52, № 6, с. 1647.
65. *Ульянов К. Н., Менахин Л. П.* Неустойчивость тока в газе при средних давлениях.— *ЖТФ*, 1971, т. 41, № 12, с. 2545.
66. *Гуревич А. В.* О температуре электронов в плазме в переменном электрическом поле.— *ЖЭТФ*, 1958, т. 35, № 2, с. 392.
67. *Ecker G., Kröll W., Zöller O.* Thermal instability of the plasma column.— *Phys. Fluids*, 1964, vol. 7, N 12, p. 2001.
68. *Баранов В. Ю., Ульянов К. Н.* Контракция положительного столба.— *Письма в ЖЭТФ*, 1967, т. 6, № 5, с. 622.
69. *Витшас А. Ф., Дыхне А. М., Наумов В. Г., Панченко В. П.* Исследование квазизономерной модели контракции газового разряда.— *Теплофиз. высоких температур*, 1971, т. 9, № 2, с. 225.
70. *Витшас А. Ф., Голубев В. С., Маликов М. М.* О величине нормальной плотности тока в контрагированной плазме.— В кн.: Некоторые вопросы исследования газоразрядной плазмы и создания сильных магнитных полей. Л.: Наука, 1970, с. 95.

Глава 9

1. *Хаксли Л., Кромптон Р.* Движение медленных электронов в газе.— В кн.: Атомные и молекулярные процессы/Под ред. Д. Бейтса. М.: Мир, 1964, с. 297.
2. *Crompton R. W., Sutton D. J.* Experimental investigation of the diffusion flow of slow electrons in nitrogen and hydrogen.— *Proc. Roy. Soc. A*, 1952, vol. 215, N 1123, p. 467.
3. *Хаксли Л., Кромптон Р.* Диффузия и дрейф электронов в газе. М.: Мир, 1977. 672 с.
4. *Мак Даниэль И.* Процессы столкновений в ионизированных газах. М.: Мир, 1967. 832 с.
5. *Александров Н. Л., Кончаков А. М., Сон Э. Е.* Функция распределения электронов и кинетические коэффициенты азотной плазмы.— *Физика плазмы*, 1978, т. 4, № 1, с. 169.
6. *Елецкий А. В., Палкина Л. А., Смирнов Б. М.* Явления переноса в слабоионизованной плазме. М.: Атомиздат, 1975. 333 с.
7. *Елецкий А. В.* О балансе энергии электронов в разряде в молекулярных газах и газовых смесях.— *Физ. плазмы*, 1977, т. 3, № 3, с. 657.
8. *Mentzoni M. H., Row R. V.* Rotational excitation and electron relaxation in nitrogen.— *Phys. Rev.*, 1963, vol. 130, N 6, p. 2312.

9. *Биберман Л. М., Мнацаканян А. Х.* Об обмене энергией между электронным и молекулярным газами.— In: *Electricity from MHD*, 1966. Vienna: Intern. Atom. Energy Agency, 1966, vol. 2, p. 107.
10. *Мнацаканян А. Х.* Кинетика элементарных процессов в плазме инертных газов, молекул и паров щелочных металлов.— *Теплофиз. высокие температур*, 1974, т. 12, № 4, с. 858.
11. *Engelhardt A. G., Phelps A. V., Risk C. G.* Determination of momentum cross sections for electrons in nitrogen using transport coefficients.— *Phys. Rev. A*, 1964, vol. 135, N 6, p. 1566.
12. *Nighan W. L.* Electron energy distributions and collision rates in electrically excited N_2 , CO, CO_2 .— *Phys. Rev. A*, 1970, vol. 2, N 5, p. 1989.
13. *Латыпова Р. А., Луковников А. И., Фетисов Е. П.* Функция распределения свободных электронов в плазме молекулярного азота.— *ЖТФ*, 1972, т. 42, № 1, с. 115.
14. *Winkler R., Pfau S.* Zur mikrophysikalischen Beschreibung der schwachionisierten Stickstoffmolekülplasmas der positiven Säule von Glimmentladungen.— *Beitr. Plasmaphys.*, 1974, Bd. 14, N 5, S. 169.
15. *Лягуценко Р. И., Тендлер М. Б.* О распределении электронов по энергии в низкотемпературной плазме молекулярного газа.— *Физ. плазмы*, 1975, т. 1, № 5, с. 836.
16. *Мнацаканян А. Х., Найдис Г. В.* Зависимость распределения электронов по энергиям в молекулярном азоте от колебательной температуры и степени ионизации.— *Физ. плазмы*, 1976, т. 2, № 1, с. 152.
17. *Rutscher A.* Progress in electron kinetics of low pressure discharges and related phenomena.— In: *Proc. 13 Intern. Conf. Phenom. Ioniz. Gases: Invited Lectures*. В.: Phys. Soc. DDR, 1977, p. 269.
18. *Иванов Ю. А., Карбышев И. Н., Полак Л. С.* Пространственная релаксация энергетического распределения электронов в положительном столбе тлеющего разряда в азоте.— В кн.: *Экспериментальные и теоретические исследования неравновесных физико-химических процессов*/Под ред. Л. С. Полака. М.: ИИХС АН СССР, 1974, т. 3, с. 434.
19. *Winkler R., Pfau S.* Zur mikrophysikalischen Beschreibung der schwachionisierten Stickstoffmolekülplasmas des positiven Saule von Glimmentladungen, 1.— *Beitr. Plasmaphys.*, 1973, Bd. 13, N 5, S. 273.
20. *Иванов Ю. А., Полак Л. С., Словецкий Д. И.* Энергетическое распределение электронов в тлеющем разряде в молекулярных газах.— *Теплофиз. высокие температур*, 1971, т. 9, № 6, с. 1151.
21. *Асвадуров К. Д., Васильева И. А., Торчинский В. М.* Экспериментальные измерения функции распределения электронов по энергиям в гелии, азоте и смеси гелия с азотом.— *ЖТФ*, 1974, т. 44, № 3, с. 569.
22. *Новгородов М. З.* Экспериментальные исследования электрических и оптических характеристик положительного столба тлеющего разряда в молекулярных газах.— *Труды ФИАН СССР*, 1974, т. 78, с. 60.
23. *Ландау Л. Д., Геллер Е.* К теории дисперсии звука.— В кн.: *Собрания трудов Л. Д. Ландау*. М.: Наука, 1969, т. 1, с. 181.
24. *Bray K. N. C.* Vibrational relaxation of anharmonic oscillator molecules: relaxation under isothermal conditions.— *J. Phys. B: Atom and Mol. Phys.*, 1968, vol. 1, N 4, p. 705.
25. *Treanor C. E., Rich J. W., Rehm R. G.* Vibrational relaxation of anharmonic oscillators with exchange-dominated collisions.— *J. Chem. Phys.*, 1968, vol. 48, N 4, p. 1798.
26. *Лукальцев А. А.* О релаксации симметричной моды колебаний молекулы CO_2 .— *ЖПМТФ*, 1975, № 3, с. 8.
27. *Гордиец Б. Ф., Осипов А. И., Ступоченко Е. В., Шелепин Л. А.* Колебательная релаксация в газах и молекулярные лазеры.— *УФН*, 1972, т. 108, № 4, с. 655.

28. *Brau C. A.* Classical theory of vibrational relaxation of anharmonic oscillators.— *Physica*, 1972, vol. 58, N 4, p. 533.
29. *Гордиев Б. Ф., Мамедов Ш. С.* Функция распределения и скорость релаксации колебательной энергии в системе ангармонических осцилляторов.— *ЖПМТФ*, 1974, № 3, с. 13.
30. *Гордиев Б. Ф., Мамедов Ш. С., Шелепин Л. А.* Колебательная кинетика неравновесных осцилляторов в существенно неравновесных условиях.— *ЖЭТФ*, 1974, т. 67, № 4, с. 1287.
31. *Ликальтер А. А.* О колебательном распределении многоатомных молекул.— *ЖПМТФ*, 1976, № 4, с. 3.
32. *Железняк М. Б., Ликальтер А. А., Найдис Г. В.* Колебательная релаксация сильно возбужденных молекул.— *ЖПМТФ*, 1976, № 6, с. 11.
33. *Lam S. H.* An analytical theory of vibrational relaxation for anharmonic molecules under strongly pumped conditions.— *J. Chem. Phys.*, 1977, vol. 67, N 6, p. 2577.
34. *Likalter A. A., Naidis G. V.* On the vibrational relaxation of diatomic molecules of intermediate excitation.— *Chem. Phys. Lett.*, 1978, vol. 59, N 2, p. 365.
35. *Жданок С. А., Напартович А. П., Старостин А. Н.* Насыщение поглощения мощного излучения системой ангармонических осцилляторов.— *ЖПМТФ*, 1978, № 5, с. 10.
36. *Жданок С. А., Напартович А. П., Старостин А. Н.* Установление распределения двухатомных молекул по колебательным уровням.— *ЖЭТФ*, 1979, т. 76, № 1, с. 130.
37. *Ликальтер А. А.* Колебательные релаксации в сильно возбужденных молекулярных смесях.— *Теплофиз. высоких температур*, 1979, т. 17, № 5, с. 960.
38. *Polak L. S., Sergeev P. A., Slovetsky D. I.* N_2 — dissociation in glow discharge.— In: 12th Intern. Conf. Phenom. Ioniz. Gases: Contrib. papers. Eindhoven, 1975, p. 65.
39. *Полак Л. С., Сергеев П. А., Словецкий Д. И.* Механизм ионизации азота в тлеющем разряде.— *Теплофиз. высоких температур*, 1977, т. 15, № 1, с. 15.
40. *Жданок С. А., Напартович А. П., Старостин А. Н.* О механизме неустойчивости несамостоятельного разряда в азоте.— *Письма в ЖТФ*, 1979, т. 5, № 3, с. 155.
41. *Lightman A. J., Fischer E. R.* CO vibrational distributions to high levels in low-pressure CO/He mixtures.— *J. Appl. Phys.*, 1978, vol. 49, N 3, p. 971.
42. *Напартович А. П., Новобранцев И. В., Старостин А. Н.* Аналитическая теория стационарного СО-лазера.— *Квантовая электроника*, 1977, т. 4, № 10, с. 2425.
43. *Лосев С. А., Шаталов О. П., Яловик М. С.* О влиянии ангармоничности на время релаксации при адиабатическом возбуждении и дезактивации колебаний молекул.— *ДАН СССР*, 1970, т. 195, № 3, с. 585.
44. *Далидчик Ф. И., Саясов Ю. С.* Рекомбинация электронов в молекулярных газах.— *ЖЭТФ*, 1965, т. 49, № 1, с. 302.
45. *Марченко В. С., Яковленко С. И.* Рекомбинация атомарных ионов с электронами в присутствии молекул: Препринт ИАЭ, № 3002. М., 1978.
46. *Месси Г., Бархон Е.* Электронные и ионные столкновения. М.: Изд-во иностр. лит., 1958. 604 с.
47. *Далидчик Ф. И., Саясов Ю. С.* О рекомбинации электронов и ионов при тройных столкновениях в среде дипольных молекул.— *ЖЭТФ*, 1967, т. 52, № 6, с. 1592.
48. *Денисов Ю. П., Кузнецов Н. М.* Рекомбинация электронов при тройных столкновениях в молекулярном газе.— Там же, 1971, т. 61, № 6, с. 2298.
49. *Марченко В. С., Яковленко С. И.* Рекомбинация атомарного иона в присутствии молекул.— *ЖТФ*, 1979, т. 49, № 4, с. 686.
50. *Мнацаканян А. Х., Найдис Г. В.* Ионизация атомов и рекомбинация атомарных ионов и электронов в неравновесной атомно-молекулярной плазме: Препринт ИВТАН, № 1—43. М., 1979.
51. *Bates D. R., Malaviya V.,*

- Yong N. A. Electron-ion recombination in a dense molecular gas.— Proc. Roy. Soc. London A, 1971, vol. 320, N 1543, p. 437.
52. Bates D. R., Khare S. P. Recombination of positive ions and electrons in a dense neutral gas.— Proc. Phys. Soc., 1965, vol. 85, N 2, p. 231.
53. Хейхорст А., Сагден Т. Процессы ионизации, связанные с добавками металлов в газовые пламена.— В кн.: Низкотемпературная плазма. М.: Мир. 1967, с. 63.
54. Kelly R., Padley P. J. Measurements of collisional ionization cross-sections for metal atoms in flames.— Proc. Roy. Soc. London, 1972, vol. 327, N 1570, p. 345.
55. Мнацаканян А. X. Баланс энергии электронов в смесях инертный газ + щелочной металл + азот.— Теплофиз. высоких температур, 1969, т. 7, № 3, с. 385.
56. McGillis D. A., Krause L. Inelastic collisions between excited alkali atoms and molecules, I.— Phys. Rev., vol. 153, N 1, p. 44.
57. McGillis D. A., Krause L. Inelastic collisions between excited alkali atoms and molecules, III.— Canad. J. Phys., 1968, vol. 46, N 1, p. 25.
58. Никитин Е. Е. Теория элементарных атомно-молекулярных процессов в газах. М.: Химия, 1970. 445 с.
59. Bernard J., Labois E. Influence of molecular nitrogen on the Properties of argon-cesium plasma.— In: VIII Intern. Conf. Ioniz. Phenomena in Gases: Contrib. Papers. Vienna, 1967, p. 312.
60. Bernard J., Labois E., Ricauteu P., Zettwoog J. Conductivite electrique des plasmas argon, cesium pour conversion MHD.— Plasma Phys., 1967, vol. 9, N 2, p. 193.
61. Мнацаканян А. X., Найдис Г. В. Ионизация и рекомбинация в смесях паров щелочных металлов и молекулярных газов.— Теплофизика высоких температур, 1980, т. 18, № 2, с. 245.
62. Антонов Е. Е., Лукашенко В. И. Столкновительная рекомбинация заряженных частиц в азотно-цезиевой плазме.— Укр. физ. журн. 1977, т. 22, № 8, с. 1269.

Приложения

1. Jonson L. C., Hinnov E. Ionization, recombination and population of excited levels in hydrogen plasmas.— J. Quant. Spectrosc. and Radiat. Transfer, 1973, vol. 13, p. 333.
2. Леонтович М. А. Статистическая физика. М.: Гостехиздат, 1944, гл. 8.
3. Гельфонд О. А. Исчисление конечных разностей. М.: Наука, 1967, с. 14.
4. Антонов Е. Е., Корчевой Ю. П., Лукашенко В. И. Экспериментальное исследование тушения азотом возбужденных состояний атома цезия. — Теплофиз. выс. температур, 1976, т. 14, № 6, с. 1151.
5. Wiese W. L., Smith N. W., Glennon B. M. Atomic Transition Probabilities: NBS Rept NSRDS, 1966, vol. 4. 187 p.
6. Вайнштейн Л. А. Собельман И. И., Юков Е. А. Возбуждение атомов и уширение спектральных линий. М.: Наука, 1979 гл. 7, § 24.

ОГЛАВЛЕНИЕ

| | |
|--|------------|
| Предисловие | 3 |
| Глава первая | |
| <hr/> | |
| Низкотемпературная плазма. Общие сведения | 6 |
| 1.1. Квазинейтральность. Дебаевское экранирование | 6 |
| 1.2. Идеальная плазма | 8 |
| 1.3. Равновесная плазма | 9 |
| 1.4. Локальное термодинамическое равновесие. Элементарные процессы | 11 |
| 1.5. Особенности явлений переноса | 13 |
| 1.6. Неравновесные низкотемпературная и высокотемпературная плазмы | 16 |
| Глава вторая | |
| <hr/> | |
| Элементарные процессы в низкотемпературной плазме | 19 |
| 2.1. Упругие столкновения | 19 |
| 2.2. Неупруги столкновения электронов с атомами, ионами и молекулами | 22 |
| 2.3. Неупругие столкновения с тяжелыми частицами | 44 |
| 2.4. Элементарные радиационные процессы | 59 |
| 2.5. Средняя энергия, передаваемая атому при столкновениях | 66 |
| Глава третья | |
| <hr/> | |
| Радиационный перенос возбуждения | 74 |
| 3.1. Основные особенности радиационного переноса возбуждения | 74 |
| 3.2. Уравнение радиационного переноса возбуждения | 77 |
| 3.3. Приближенный метод эффективного времени жизни | 80 |
| 3.4. Радиационный перенос возбуждения в неоднородной среде | 84 |
| 3.5. Границы применимости теории | 89 |
| Глава четвертая | |
| <hr/> | |
| Критерий возникновения неравновесных состояний | 91 |
| 4.1. Критерий отрыва температуры электронов | 92 |
| 4.2. Критерий равновесной ионизации и равновесного распределения атомов по уровням | 96 |
| 4.3. Критерии нарушения максвелловского распределения | 109 |
| | 373 |

Глава пятая

| | |
|--|------------|
| Кинетика заселения возбужденных состояний | 114 |
| 5.1. Качественная картина распределения населенностей в неравновесной плазме | 114 |
| 5.2. Система кинетических уравнений баланса для населенностей возбужденных состояний | 118 |
| 5.3. Численные методы решения кинетической системы уравнений для населенностей | 122 |
| 5.4. Диффузионное приближение | 125 |
| 5.5. Дискретные методы и модифицированное диффузионное приближение | 132 |
| 5.6. Сравнение населенностей, найденных аналитически, с данными расчетов на ЭВМ и с экспериментами | 141 |
| 5.7. Влияние столкновений атом—атом на распределение населенностей | 145 |
| 5.8. Учет источников возбужденных атомов в системе уравнений баланса | 147 |
| 5.9. Особенности ударно-радиационной кинетики в разреженной плазме | 153 |
| 5.10. Некоторые приложения теории | 157 |

Глава шестая

| | |
|--|------------|
| Кинетика ионизации и рекомбинации | 164 |
| 6.1. Элементарная кинетика ионизации и рекомбинации | 165 |
| 6.2. Основные уравнения кинетики ионизации к рекомбинации и результаты их численного решения | 174 |
| 6.3. Коэффициенты ударно-радиационной рекомбинации в диффузионном и модифицированном диффузионном приближениях | 183 |
| 6.4. Концентрация электронов в неравновесных стационарных условиях | 205 |

Глава седьмая

| | |
|---|------------|
| Распределение электронов по энергиям и баланс энергии электронов | 209 |
| 7.1. Кинетическое уравнение и баланс энергии электронов | 210 |
| 7.2. Неупругие столкновения. Их влияние на баланс энергии электронов, частоту возбуждения и ионизации | 222 |
| 7.3. Самосогласованные распределения электронов по энергиям и атомов по возбужденным состояниям | 239 |
| 7.4. Распределение электронов по энергиям в сильном электрическом поле | 245 |

Глава восьмая

| | |
|--|------------|
| Нестационарная неравновесная плазма | 255 |
| 8.1. Критерии квазистационарности | 255 |
| 8.2. Ионизационная релаксация | 263 |

| | |
|--|-----|
| 8.3. Излучение нестационарной плазмы | 273 |
| 8.4. Релаксация функции распределения | 276 |
| 8.5. Неустойчивости неравновесной плазмы во внешнем электрическом поле | 282 |

Глава девятая

| | |
|--|------------|
| Некоторые вопросы кинетики молекулярной плазмы | 293 |
| 9.1. Баланс энергии электронов | 293 |
| 9.2. Функция распределения электронов по энергиям | 299 |
| 9.3. Распределение молекул по колебательным уровням | 304 |
| 9.4. Электрон-ионная рекомбинация в молекулярных газах | 315 |
| 9.5. Некоторые вопросы кинетики атомно-молекулярной плазмы | 324 |
| Приложения. | 348 |
| Литература | 352 |

СПИСОК ИСПРАВЛЕНИЙ И ОПЕЧАТОК

| Страница | Строка | Напечатано | Должно быть |
|----------|----------------------|--|--|
| 64 | Формула (2.81) | $\left(\frac{1}{137}\right)^3$ | $\frac{1}{137}$ |
| 178 | Табл. 6.2 | — | $8,6^{-14}$ |
| | 8 столб., 7 строка | — | $2,0^{-30} n_e$ |
| | 13 столб., 11 строка | $8,6^{-14}$ | $2,0^{-30} n_e$ |
| 211 | Формула (7.10) | $v(v)$ | $v(v)$ |
| 232 | Формула (7.76) | } $\mathcal{E}^2 \frac{2}{3}$ | $\mathcal{E}^2 \frac{2}{3}$ |
| 233 | Формула (7.78) | | |
| 241 | Подпись к рис. 7.14 | $f^0(\epsilon)/f(\epsilon)$ | $f(\epsilon)/f^0(\epsilon)$ |
| 256 | 11 сн., 13 сн. | $z_{k, k-1} + z_{k, k-1}$ | $z_{k, k+1} + z_{k, k-1}$ |
| 340 | 5—6 сн. | непрерывный дискретный... дискретный... заменялся | дискретный... заменялся непрерывным |

Леон Михайлович Биберман,
Владимир Сергеевич Воробьев,
Игорь Тевфикович Якубов

**КИНЕТИКА
НЕРАВНОВЕСНОЙ
НИЗКОТЕМПЕРАТУРНОЙ ПЛАЗМЫ**

Утверждено к печати
Институтом высоких температур АН СССР

Редактор
В. Н. Некрасова

Художник
Е. Н. Волков

Художественный редактор
Т. П. Поленова

Художественно-технический
редактор
Т. А. Прусакова

Корректоры
Г. Н. Лищ, И. А. Талалай

ИБ № 21151

Сдано в набор 27.04.81.

Подписано к печати 10.12.81.

Т-28952 Формат 60×90^{1/16}

Бумага типографская № 1

Гарнитура обыкновенная

Печать высокая

Усл. печ. л. 23,5 Усл. кр. отт. 23,86

Уч.-изд. л. 24,8 Тираж 2350 экз. Тип. зак. 555

Цена 2 р. 70 к.

Издательство «Наука»

117864, ГСП-7, Москва, В-485, Профсоюзная ул., 90

2-я типография издательства «Наука»

121099, Москва, Г-99, Шубинский пер., 10